

原子核电荷半径的新公式^{*}

张双全¹ 孟杰¹⁻⁴ 周善贵¹⁻⁴ 曾谨言^{2,3,5}

1(北京大学技术物理系 北京 100871)

2(兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心 兰州 730000)

3(中国科学院理论物理研究所 北京 100080)

4(北京大学重离子物理教育部重点实验室 北京 100871)

5(北京大学物理系 北京 100871)

摘要 结合原子核的电荷半径的实验数据,详细分析了描述原子核电荷半径的经验公式,表明电荷半径的 $Z^{1/3}$ 律优于 $A^{1/3}$ 律.更细致的考察发现,对于远离 β 稳定线的核素,电荷半径具有近似线性的同位旋相关性.由此得到的同位旋相关的 $Z^{1/3}$ 公式更适合描述原子核的电荷半径.

关键词 电荷半径 均方根偏差 同位旋相关性

1 引言

原子核的半径与它的质量一样,是描述原子核性质最基本的物理量.随着实验技术与测量方法的发展,原子核半径尤其是电荷半径的实验测量已相当精确,成为研究原子核整体性质、探索新的奇特核现象、检验原子核微观理论模型的关键物理量.系统深入地研究原子核半径这一重要物理量,不仅是核物理范畴内的重要内容,也会对诸如天体物理、原子物理等其它相关学科有重大意义.

原子核半径与核的密度分布密切相关.在实验上,有关原子核密度分布的知识可以利用原子核与其它粒子之间的相互作用(电磁作用、强相互作用)来取得.具体说,原子核电荷半径可以通过 μ 原子谱学^[1]、原子光谱或 K X 射线的同位素移动^[2-6],以及高能电子散射^[7]等实验手段来获得,其精度可高达 10^{-3} fm.现今采用 μ 原子谱学方法已经得到了几乎所有稳定核的电荷均方根半径,而且通过原子光谱的同位素移动方法,可以得到寿命短到 1s 的不稳定核素的电荷半径实验信息.另外,随着实验技术的进一步发展,尤其是放射性核束技术的成熟和应用,人们逐步可以对包括滴线核在内的更广泛的放射性核素进行密度分布测量,在很大程度上丰富了原有的原子核半径实验数据,并且发现了诸如“晕核”、“皮核”等新鲜有趣的实验现象,使得与原子核大小相关的课题成为当前核物理研究的热点^[8].

2001-04-19 收稿

^{*} 国家重点基础研究发展规划(G2000077407),国家自然科学基金(10025522,19847002,19935030)资助

对于重核和中等质量核区,实验上证实其内部的密度分布近似为一常数,原子核的体积应与其质量数 A 成正比,由此得到熟为人知的原子核电荷半径 R_c 的 $A^{1/3}$ 律^[9]:

$$R_c = r_0 A^{1/3}, \quad r_0 \approx 1.2 \text{fm}, \quad (1)$$

式中 r_0 被称为电荷半径常数.然而,大量的实验数据分析表明:当将这一关系式应用到整个核区时, r_0 并不是一个常数,它随着质量数 A 的增加而系统地减小.例如:对于 $A \sim 30$ 的轻核, $r_0 \approx 1.31 \text{fm}$;而对于象 Hg, Pb 之类的重核, $r_0 \approx 1.20 \text{fm}$, r_0 减小了大约 10%. 这种系统性的偏离说明在 $A^{1/3}$ 律中某些重要的物理因素被忽略了.此外,滴线核的晕现象^[8] 以及原子核半径的同位素移动^[2-6] 等实验现象和实验数据与 $A^{1/3}$ 律的偏离都揭示着需要对电荷半径的 $A^{1/3}$ 律进一步地改进.

本文结合大量的核电荷半径的实验数据,详细考察一些电荷半径的经验公式.在第二节,介绍一些对原子核电荷半径 $A^{1/3}$ 律改进的经验公式,包括 $A^{1/3}$ 律的同位旋修正经验公式^[10,11],也包括曾谨言提出的 $Z^{1/3}$ 律^[12],以及我们最近提出的同位旋相关的 $Z^{1/3}$ 公式^[13].第三节,首先考察 β 稳定线附近稳定核的电荷半径所表现的行为.而在第四节,则结合远离 β 稳定线核素的实验数据进一步考察电荷半径的同位旋依赖性.最后对本文做一个简短的总结.

2 电荷半径的经验公式

根据原子核电荷半径的实验数据对 $A^{1/3}$ 律存在系统的偏离这一事实,人们在 $A^{1/3}$ 律基础之上,提出过一些改进的经验公式.如文献[10]在电荷半径 $A^{1/3}$ 律中加入了描述中子或质子过剩的同位旋修正项,给出下面的两参数公式:

$$r_0 = 1.25 \left(1 - 0.2 \frac{N - Z}{A} \right) \text{fm}. \quad (2)$$

若假定变形核中的电荷分布是均匀的,则可以得到上述公式^[10].文献[11]在公式(2)中又引入附加的 $1/A$ 项,能更好地描述从轻核到铜系核的电荷半径

$$r_0 = 1.240 \left(1 - 0.191 \frac{N - Z}{A} + 1.646 \frac{1}{A} \right) \text{fm}. \quad (3)$$

对公式(3)的进一步改进是引入了 $1/A^2$ 项.以上的经验公式都是在 $A^{1/3}$ 律基础之上进行的修正,在增加一个或多个参数后,能够更准确地描述核电荷半径.

而从另一个角度,曾谨言在文献[12,13]中曾建议以 $Z^{1/3}$ 律

$$R_c = r_0 Z^{1/3}, \quad r_0 \approx 1.64 \text{fm} \quad (4)$$

来代替 $A^{1/3}$ 律.这是结合当时的实验数据提出的单参数经验公式,相对于 $A^{1/3}$ 律有着显著的改进,对于轻核和重核, r_0 无需调整.公式(4)与公式(1)中的 r_0 分别为两个经验规律下的电荷半径常数,为区别两者,我们下面把 $A^{1/3}$ 律(公式(1))中的 r_0 记为 r_A ,把 $Z^{1/3}$ 律(公式(4))中的 r_0 记为 r_Z .

尽管 $Z^{1/3}$ 律相对于 $A^{1/3}$ 律有着比较显著的改进,但仍不能令人满意.很明显, $Z^{1/3}$ 律预言一种元素的不同同位素具有相同的电荷均方根半径,而元素光谱同位素移动^[2-6] 的大量实验数据表明,同位素的均方根半径一般会随着中子数 N 的增加而增加.由于当时原

子核电荷半径的实验数据几乎都集中于 β 稳定线附近, R_c 与 $Z^{1/3}$ 律的偏离尚不显著. 而现阶段通过 μ 原子谱学、原子光谱的同位素移动等方法得到了大量关于核电荷密度分布的实验信息, 电荷半径实验数据更精确、更丰富, 为进一步检验和改进经验公式提供了坚实的实验基础. 为此在文献[14]中, 系统地分析了大量核素的电荷半径数据, 并采用可以很好地描述稳定核和奇特核基态性质的自治的相对论连续谱 Hartree-Bogoliubov (RCHB) 理论^[15,16], 计算了 Ca, Ni, Zr, Sn, Pb 等同位素链从 β 稳定线到滴线的所有偶偶核的电荷半径. 我们发现, 由公式(4)导出的电荷半径参数 r_z 随核素的中子数和质子数之比 $\eta = N/Z$ 的增加而线性增加, 并且对于不同的同位素链 r_z - η 曲线斜率基本相同. 再考虑到 $Z^{1/3}$ 律对于稳定线上核素的有效性, 提出了同位旋相关的电荷半径新公式^[14]

$$r_z = 1.631[1 + 0.062(\eta - \eta^*)] \text{fm}, \eta = N/Z, \quad (5)$$

这里 η^* 表示 β 稳定线上核素的中子数、质子数之比, 可由原子核 β 稳定线公式得到^[9]. 公式(5)中的第一个参数 1.631 为稳定核的电荷半径常数 r_z , 与原子核核力的饱和性质相联系. 而第二个参数 0.062 由拟合 $A \geq 40$ 电荷半径实验数据得到^[14], 这一项表示核电荷半径的同位旋依赖性.

3 β 稳定线附近核素的情形

我们所考察的实验数据一部分取自文献[1], 是由 μ 原子谱学的方法测量得到; 另一部分取自文献[7], 由高能弹性电子散射实验而得到; 还有相当一部分分别取自文献[2—6], 是由测量原子光谱的同位素移动而得. 总共收集有 579 个 $A \geq 10$ 的核素的电荷半径. 这里没有考虑很轻核的实验数据, 是因为电荷半径作为一个描述核集团性质的物理量, 对于描述少数核子组成的体系意义不大. 对于变形原子核, 其电荷半径常数需要进行形变修正. 设 r_{Ad} , r_{Zd} 分别表示经过形变修正后的电荷半径常数, 则若假定原子核主要为四极形变, 并且假定原子核变形时, 等密度面所包围的体积不变, 且所有等密度面的偏心率相同, 就可得到^[9]

$$r_A = r_{Ad} \left(1 + \frac{5}{8\pi} \beta^2\right), r_z = r_{Zd} \left(1 + \frac{5}{8\pi} \beta^2\right), \quad (6)$$

上式中原子核的四极形变参数 β 取自文献[1,17].

首先考察 β 稳定线附近的核素. β 稳定线可以由原子核的质量公式在 A 或 Z 固定的情况下, 对 N 偏导为零的条件下得到. 采用 Bohr-Mottelson 给出的公式^[9]

$$(N - Z)_{\beta\text{稳定}} = \frac{\frac{3}{5} \frac{e^2}{R_c} A - (M_n - M_p)}{2 \frac{b_{sym}}{A} + \frac{3}{5} \frac{e^2}{R_c}} \approx 6 \times 10^{-3} A^{5/3} \quad (7)$$

来计算与质子数 Z 对应的 β 稳定线上核素的中子数 N^* 和 η^* . 采用其它不同的 β 稳定线公式^[10,12], 所得到的 N^* 和 η^* 的差别很小, 不会影响本文的讨论. 以 $|N^* - N| \leq 2$ 作为核素是否为 β 稳定线附近核素的判断条件, 提取出 191 个 $A \geq 10$ 的 β 稳定线附近的核素.

图 1 给出了 $A \geq 40$ 的 β 稳定线附近核素的电荷半径 $A^{1/3}$ 律与 $Z^{1/3}$ 律的比较. 对照图 1 (a)和(b),可以发现系数 r_{Ad} 明显地随 A 的增加而下降,而 r_{Zd} 基本保持常数 1.631fm. 两者之间的差别是容易理解的:前面提到从轻核到重核,电荷半径常数 r_A 减小了大约 10%,相应地 $Z^{1/3}/A^{1/3}$ 值也减小了大约 10%,所以 r_Z 仍基本保持常数. 比较 r_{Ad}, r_{Zd} 的均方根偏差说明, $Z^{1/3}$ 律明显地优于 $A^{1/3}$ 律,是一个相当好的近似. 由此可见: β 稳定线附近的核素的电荷半径基本满足 $Z^{1/3}$ 律,电荷半径常数 $r_{Zd} \approx 1.631\text{fm}$.

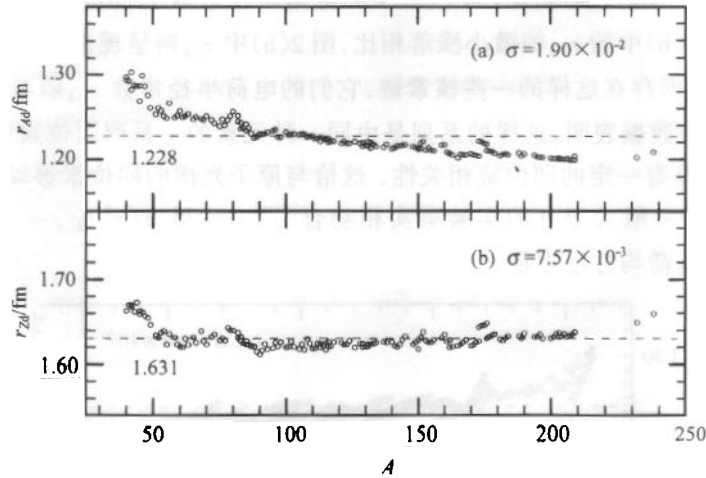


图 1 对于 $A \geq 40$ 的 β 稳定线附近的原子核,由不同电荷半径经验公式计算得到的电荷半径常数的比较

(a) $A^{1/3}$ 律;(b) $Z^{1/3}$ 律.

表 1 给出了 $A^{1/3}$ 律、 $Z^{1/3}$ 律以及同位旋相关的 $Z^{1/3}$ 公式对于不同质量区 β 稳定线附近核素的电荷半径实验数据值拟合得到的均方根偏差 σ 值. 表中 σ_{Ad}, σ_{Zd} 以及 σ_{Zd}^* 分别对应拟合 3 个公式所得到的 σ . 这里选取了 4 个质量区: $A \geq 10, A \geq 30, A \geq 50$ 以及 $A \geq 100$ 进行比较,这在一定程度上可以反映出轻核与重核之间的差别. 由表 1 可见,对于所有的质量区, $Z^{1/3}$ 律对稳定核的电荷半径的描述均优于 $A^{1/3}$ 律(均方根偏差约小 50%). 而相对于轻核而言,中重核的电荷半径与 $A^{1/3}$ 律或 $Z^{1/3}$ 律的偏差较小,显示出更好的集体性.

表 1 3 种电荷半径公式对于不同质量区 β 稳定线附近核素的电荷半径的拟合情况比较

核素	统计数据量	σ_{Ad}	σ_{Zd}	$1 - \frac{\sigma_{Zd}}{\sigma_{Ad}}$	σ_{Zd}^*	$1 - \frac{\sigma_{Zd}^*}{\sigma_{Zd}}$
$A \geq 10$	191	3.00×10^{-2}	2.33×10^{-2}	38.7%	2.26×10^{-2}	1.9%
$A \geq 30$	167	2.28×10^{-2}	9.84×10^{-3}	56.8%	9.85×10^{-3}	-0.1%
$A \geq 50$	146	1.43×10^{-2}	4.87×10^{-3}	65.9%	4.83×10^{-3}	0.8%
$A \geq 100$	102	1.41×10^{-2}	4.84×10^{-3}	65.7%	4.85×10^{-3}	-0.2%

在表 1 中还可以看到,同位旋相关的 $Z^{1/3}$ 公式与 $Z^{1/3}$ 律的符合程度近似相同. 表明对于 β 稳定线附近的核素,并不需要在 $Z^{1/3}$ 律中加入同位旋相关项. 这是因为对于 β 稳定线

附近的核素,公式(5)中 $|\eta - \eta^*|$ 比较小,由同位旋项带来的修正必然很小.但是可以预期:当核素逐渐远离 β 稳定线,随着 $|\eta - \eta^*|$ 的增加,同位旋相关项会逐渐起重要作用.

4 含远离 β 稳定线核素的情形

图 2 表示对于 $A \geq 40$ 的 536 种核素,电荷半径的 $A^{1/3}$ 律、 $Z^{1/3}$ 律以及同位旋相关的 $Z^{1/3}$ 公式之间的比较.与图 1(a)相比,图 2(a)中的电荷半径常数 $r_{A,d}$ 仍存在随 A 增加而减小的趋势.而与图 1(b)中的 $r_{Z,d}$ 的微小涨落相比,图 2(b)中 $r_{Z,d}$ 则呈现出明显的涨落现象,并存在显著的规律:即存在这样的一些核素链,它们的电荷半径常数 $r_{Z,d}$ 随着 A 的增加而增加.仔细核查实验数据表明,这样的系列是由同一种元素的一系列同位素构成的,揭示了原子核电荷半径具有一定的同位旋相关性.这恰与原子光谱的同位素移动实验所证实的 $\delta\langle r^2 \rangle_{A,A'} (A' > A)$ 一般大于 0 的实验事实相吻合^[2-4].这里 $\delta\langle r^2 \rangle_{A,A'} = \langle r^2 \rangle_{A'} - \langle r^2 \rangle_A$, $\langle r^2 \rangle$ 为原子核的电荷均方根半径.

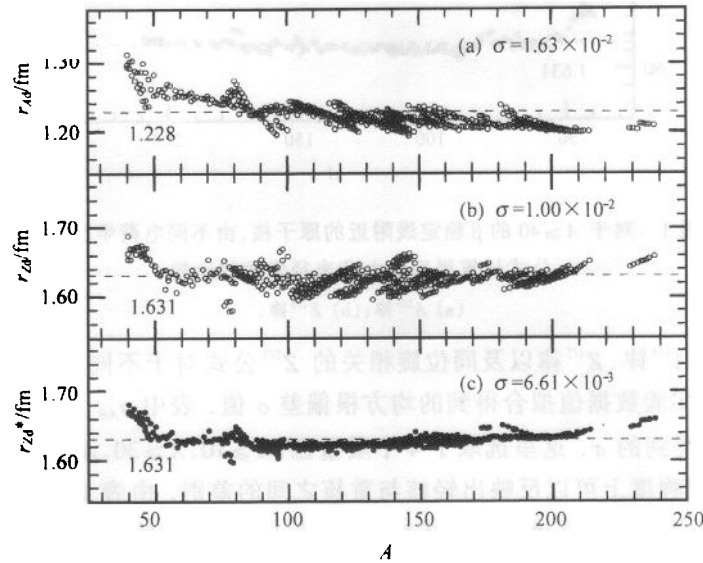


图 2 对于 $A \geq 40$ 的原子核(含远离 β 稳定线核素),由不同电荷半径经验公式计算得到的电荷半径常数的比较
(a) $A^{1/3}$ 律;(b) $Z^{1/3}$ 律;(c) 同位旋相关的 $Z^{1/3}$ 公式.

图 2(c)中给出了采用同位旋相关的 $Z^{1/3}$ 公式(5)计算 $A \geq 40$ 的核半径数据得到的电荷半径常数(记为 $r_{Z,d}^*$).从中可以清楚地看到,图 2(b)中 $r_{Z,d}$ 的大幅涨落被明显地降低.这正是由公式中的同位旋修正项带来的.尽管现在远离 β 稳定线核素的电荷半径数据尚不十分丰富,同位旋项所带来的修正已不可忽视(均方根偏差减小了大约 30%).随着今后远离 β 稳定线核素实验数据的逐渐丰富,同位旋相关的电荷半径公式(5)将显示更大的优势.

与表 1 对应,表 2 给出了 $A^{1/3}$ 律、 $Z^{1/3}$ 律以及同位旋相关的 $Z^{1/3}$ 公式对于含有远离 β 稳

定线核素的不同质量区电荷半径的实验数据值的拟合情况. 从图1、图2及表1、表2可以看出, 电荷半径常数 r_{Ad} , r_{Zd} 及 r_{Zd}^* 在轻核与重核之间所表现的整体行为颇为不同. 在轻核区, 电荷半径常数较大, 并且起伏也很大, 这与轻核区的壳层结构周期较短、单粒子作用相对重要紧密联系. 从表2中还可以看到, 如果重核在统计中所占的比重越大, 同位旋修正的 $Z^{1/3}$ 公式就更为有效.

表2 3种电荷半径公式对于不同质量区核素电荷半径
(含远离 β 稳定线的实验数据)的拟合情况比较

核素	统计数据量	σ_{Ad}	σ_{Zd}	$1 - \frac{\sigma_{Zd}}{\sigma_{Ad}}$	σ_{Zd}^*	$1 - \frac{\sigma_{Zd}^*}{\sigma_{Zd}}$
$A \geq 10$	579	2.67×10^{-2}	1.82×10^{-2}	31.8%	1.53×10^{-2}	15.9%
$A \geq 30$	549	1.87×10^{-2}	1.25×10^{-2}	33.2%	8.84×10^{-3}	29.3%
$A \geq 50$	513	1.42×10^{-2}	9.27×10^{-3}	34.7%	5.60×10^{-3}	39.6%
$A \geq 100$	411	1.36×10^{-2}	9.21×10^{-3}	32.3%	5.20×10^{-3}	43.5%

5 总结

本文结合原子核电荷半径的实验数据, 对描述核电荷半径的 $A^{1/3}$ 律、 $Z^{1/3}$ 律以及最新提出的同位旋相关的 $Z^{1/3}$ 公式进行详细的分析和比较, 得到如下几点结论:

- (1) 大量数据分析表明, 描述电荷半径的 $Z^{1/3}$ 律要优于传统的 $A^{1/3}$ 律.
- (2) β 稳定线附近的核素, 其电荷半径很好地满足 $Z^{1/3}$ 律. 此时, 并不需要在 $Z^{1/3}$ 律中引入同位旋修正项.
- (3) 对于远离 β 稳定线的核素, 则需要在 $Z^{1/3}$ 律中加入同位旋项; 而核素偏离稳定线的程度越大, 同位旋项越重要. 同位旋相关的新公式(5)可以很好地描述稳定线及远离 β 稳定线核素的电荷半径.
- (4) 电荷半径的经验公式对中重质量区核的描述远好于对轻质量区核的描述.

应该指出, 原子核电荷半径的精确描述是一个相当复杂的问题. 特定原子核的核内电荷密度分布不仅与原子核的形变、中子过剩(同位旋效应)有关, 而且与单粒子运动、壳层结构、对效应等具体的细节内容密切相关. 这些丰富的核结构特征, 不可能在一个简单的经验公式中完全反映出来. 对这些具体内容的深入理解和描述, 需从复杂的微观理论模型出发进行理论计算, 从而可以定量或半定量地与原子核密度分布相关的诸如“皮”、“晕”等许多丰富的现象进行解释和估计. 尽管如此, 核电荷半径的新公式(5)仍有其不可忽视的作用, 它以简单的形式统一描述 β 稳定线附近的核素以及远离 β 稳定线的核素, 对于核物理和核天体物理研究都有重要意义.

参考文献 (References)

- 1 Fricke G et al. At. Data & Nucl. Data Tables, 1995, **60**:177
- 2 Aufmuth P, Heilig K, Studel A. At. Data & Nucl. Data Tables, 1987, **37**:455
- 3 Otten E W. Treatise on Heavy-Ion Science vol. 8, ed D. A. Bromley (New York: Pleum)515
- 4 Billowes J, Campbell P. J. Phys. 1995, **G21**:707
- 5 Schuessler H A, Alousi A, Evans R M et al. Phys. Rev. Lett., 1990, **65**:1332
- 6 Levins J M G, Benton D M, Billowes J et al. Phys. Rev. Lett., 1999, **82**:2476
- 7 Vries H De, Jager C W De, Vries C De. At. Data & Nucl. Data Tables, 1987, **36**:495
- 8 Tanihata I. Prog. Part. and Nucl. Phys., 1995, **35**:505
- 9 Bohr A, Mottelson B R. Nuclear Structure, Benjamin W A Inc., New York, Amsterdam:1969
- 10 Nerlo-Pomorska B, Pomorski K. Z. Phys., 1993, **A344**:359
- 11 Warda M, Nerlo-Pomorska B, Pomorski K. Nucl. Phys., 1998, **A635**:484
- 12 ZENG Jin-Yan. Acta Phys. Sin., 1957, **13**:357(in Chinese)
(曾谨言. 物理学报, 1957, **13**:357)
- 13 ZENG Jin-Yan. Acta Phys. Sin., 1975, **24**:151(in Chinese)
(曾谨言. 物理学报, 1975, **24**:151)
- 14 ZHANG Shuang-Quan et al. Isospin and $Z^{1/3}$ Dependence of the Nuclear Charge Radii. accepted by Euro. J. Phys. A (in press)
- 15 MENG J, Ring P. Phys. Rev. Lett., 1996, **77**:3963; 1998, **80**:460
- 16 MENG J. Nucl. Phys., 1998, **A635**:3; 1999, **A654**:702c
- 17 Mueller P, Nix J R, Myers W D et al. At. Data & Nucl. Data Tables, 1995, **59**:185

A New Formula of Nuclear Charge Radii

ZHANG Shuang-Quan¹ MENG Jie¹⁻⁴ ZHOU Shan-Gui¹⁻⁴ ZENG Jin-Yan^{2,3,5}

¹(Department of Technical Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

²(Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator, Lanzhou 730000, China)

³(Institute of Theoretical Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

⁴(Key Laboratory of Heavy Ion Physics, Ministry of Education, Beijing 100871, China)

⁵(Department of Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract Based on the systematic investigation of the data available, a $Z^{1/3}$ law for nuclear charge radii is shown to be superior than the generally accepted $A^{1/3}$ law. The $Z^{1/3}$ law describes data very well for the nuclei close to the β -stability line, while an approximate linear dependence of isospin must be added when it is applied to the nuclei far from the β -stability line. A new isospin dependence $Z^{1/3}$ formula thus obtained is proved to be more effective to describe the charge radii data. The collective behavior of the light and heavy nuclei has been discussed.

Key words charge radius, mean root square deviation, isospin dependence

Received 19 April 2001

* Supported by Major State Basic Research Development Program (G2000077407) and NSFC (10025522, 19847002, 19935030)