高能 Dyon 粒子电磁辐射的 $SO(2)$ 对偶理论*

李康[1;1)] 王剑华[2]
1(杭州师范学院物理系 杭州 310036)
2(陕西理工学院 汉中 723000)

摘要 文中在考虑磁荷存在的情况下,给出了场强与双矢势的关系;并且由此推导出具有电磁对偶对称性的 d'Alembert 方程的表述形式. 利用推迟势解求出了双荷粒子电磁辐射场强的表达式. 最后讨论了高速双荷粒子在双矢势下的电磁辐射问题.

关键词 电磁对偶 双势 双荷粒子 电磁辐射

1 引言

在高能加速器和宇宙线中,存在大量高速粒子,对这些粒子电磁辐射的研究具有十分重要意义. 在无磁荷情况下,对于电磁辐射的研究,已有相当完备的理论和方法,但在有磁荷存在的情况下电磁辐射问题有待于进一步研究. 为了在有源情况下保持 Maxwell 方程的电磁对偶性,Dirac 首先提出了磁单极存在的可能性[1],并指出了磁单极存在是电荷量子化的来源. 杨振宁提出了磁单极的整体规范理论,非 Abel 规范理论中存在磁单极解等,尤其是最近对超对称性的研究中,磁单极引起了人们的极大的兴趣和关注[2]. Dirac 在提出磁荷的同时,引进了非物理的奇异弦. 然而,通常情况下物理上有意义的场,不应该有奇异部分. 从电磁对偶的观点引入双矢势可以避开奇异弦而得出电荷量子化条件. 文献[3—6]首次提出了电磁场双矢势的描述形式,证明了理论的规范不变性. 本文着重讨论了在有磁荷存在的情况下引入双矢势后的 d'Alembert 方程及其推迟势解;求出了 Dyon 粒子的电磁辐射场强的表达式. 最后讨论了高速运动的双荷粒子的电磁辐射问题.

2 双矢势及 d'Alembert 方程

在下面的讨论中,为了方便,选取如下的位制: $c=\hbar=1,\mu_0=\varepsilon_0=1$. 真空中有磁荷存在时的 Maxwell 方程组可表述成为

$$\begin{cases}\nabla\cdot\boldsymbol{E}=\rho_e,\ \nabla\times\boldsymbol{E}=-\boldsymbol{j}_m-\partial\boldsymbol{B}/\partial t,\\ \nabla\cdot\boldsymbol{B}=\rho_m,\ \nabla\times\boldsymbol{B}=\boldsymbol{j}_e+\partial\boldsymbol{E}/\partial t.\end{cases}\quad(1)$$

引入双矢势,即

$$\begin{cases}A_\mu^1=(\boldsymbol{A}_m,\mathrm{i}\Phi_e),\ J_\mu^1=(\boldsymbol{j}_e,\mathrm{i}\rho_e),\\ A_\mu^2=(\boldsymbol{A}_e,\mathrm{i}\Phi_m),\ J_\mu^2=(\boldsymbol{j}_m,\mathrm{i}\rho_m),\end{cases}$$

其中场强与双矢势的关系为[1]

$$\begin{cases}\boldsymbol{E}=\nabla\times\boldsymbol{A}_e-\nabla\Phi_e-\partial\boldsymbol{A}_m/\partial t,\\ \boldsymbol{B}=\nabla\times\boldsymbol{A}_m+\nabla\Phi_m+\partial\boldsymbol{A}_e/\partial t.\end{cases}$$

取洛仑兹规范如下:

$$\partial^\mu A_\mu^1=\partial^\mu A_\mu^2=0,$$

则存在磁荷时的 Maxwell 方程组可表述成为

$$\begin{cases}\Box A_\mu^1=-J_\mu^1,\\ \Box A_\mu^2=J_\mu^2.\end{cases}$$

利用(3),(5)两式,经过一定的推导,可以得到在双矢势下有磁单极存在时的 d'Alembert 方程:

2003-02-27 收稿,2003-05-19 收修改稿
*浙江省自然科学基金(102011,102028)资助
1) E-mail: kangli@mail.hz.zj.cn

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial^2}{\partial t^2}\Phi_e - \nabla^2\Phi_e = \rho_e, & \dfrac{\partial^2}{\partial t^2}A_m - \nabla^2 A_m = j_e, \\
\dfrac{\partial^2}{\partial t^2}\Phi_m - \nabla^2\Phi_m = -\rho_m, & \dfrac{\partial^2}{\partial t^2}A_e - \nabla^2 A_e = -j_m.
\end{cases} \tag{6}
$$

这一方程具有电磁对偶性.

3　辐射场的强度

下面将给出有源(电荷和磁荷)系统的求解方法. 在非静止状态下,方程(6)可写为

$$
\begin{cases}
\nabla^2\Phi_e - \dfrac{\partial^2}{\partial t^2}\Phi_e = -\rho_e(\boldsymbol{x}, t), \\
\nabla^2 A_m - \dfrac{\partial^2}{\partial t^2}A_m = -j_e(\boldsymbol{x}, t), \\
\nabla^2\Phi_m - \dfrac{\partial^2}{\partial t^2}\Phi_m = \rho_m(\boldsymbol{x}, t), \\
\nabla^2 A_e - \dfrac{\partial^2}{\partial t^2}A_e = j_m(\boldsymbol{x}, t).
\end{cases} \tag{7}
$$

这组方程可以用推迟势的方法来求解,完全仿照经典电动力学中无磁荷情形中的做法,可以得到方程组(7)的推迟解如下

$$
\begin{cases}
\Phi_e(\boldsymbol{x}, t) = \dfrac{1}{4\pi}\displaystyle\int \dfrac{\rho_e(\boldsymbol{x}', t - r)}{r}\mathrm{d}^3 x', \\
A_m(\boldsymbol{x}, t) = \dfrac{1}{4\pi}\displaystyle\int \dfrac{j_e(\boldsymbol{x}', t - r)}{r}\mathrm{d}^3 x', \\
\Phi_m(\boldsymbol{x}, t) = -\dfrac{1}{4\pi}\displaystyle\int \dfrac{\rho_m(\boldsymbol{x}', t - r)}{r}\mathrm{d}^3 x', \\
A_e(\boldsymbol{x}, t) = -\dfrac{1}{4\pi}\displaystyle\int \dfrac{j_m(\boldsymbol{x}', t - r)}{r}\mathrm{d}^3 x',
\end{cases} \tag{8}
$$

这里 $r = |\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}'|$ 是场源 $\boldsymbol{x}'$ 到观察点 $\boldsymbol{x}$ 的距离.

用(8)式的推迟解来研究运动双荷粒子系统的辐射问题. 为了便于讨论,假设所研究的粒子是带有电荷 q 和磁荷 g 的 Dyon 粒子,由(8)式可得推广的 Lienard-Viechert 势为

$$
\begin{cases}
\Phi_e = \dfrac{q}{4\pi(r - \boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{r})}, & A_m = \dfrac{q\boldsymbol{v}}{4\pi(r - \boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{r})}, \\
\Phi_m = \dfrac{-g}{4\pi(r - \boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{r})}, & A_e = \dfrac{-g\boldsymbol{v}}{4\pi(r - \boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{r})},
\end{cases} \tag{9}
$$

上式右边各量都是 $t' = t - r$ 时刻所取的值,例如 $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}(t')$, $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_e(t')$. 令 $s = r - \boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{r}$,于是有

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial t'}{\partial t} = \dfrac{1}{1 - \boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n}} = \dfrac{r}{s}, \\
\nabla t' = -\dfrac{\boldsymbol{n}}{1 - \boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n}} = -\dfrac{\boldsymbol{r}}{s}.
\end{cases} \tag{10}
$$

值得注意的是,在求辐射场时,凡是对含 $\boldsymbol{r}$ 和 r 的因子求微商时,结果都是分母中 r 的幂次增加. 但是由(10)式可知,通过 $\boldsymbol{v}(t')$ 对变量 t' 求微商时,不会增加分母中 r 的幂次. 因此,在只保留 $1/r$ 最低次项时,只需通过 $\boldsymbol{v}(t')$ 对 t' 求导数即可. 下面计算(3)式中的各量

$$
\nabla\Phi_e = \frac{\partial\Phi_e}{\partial t'}\cdot\nabla t' = -\frac{q}{4\pi s^3}(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{r})\boldsymbol{r}, \tag{11}
$$

$$
\frac{\partial A_m}{\partial t} = \frac{\partial A_m}{\partial t'}\frac{\partial t'}{\partial t} = \left[\frac{q\dot{\boldsymbol{v}}}{4\pi s} + \frac{q\boldsymbol{v}}{4\pi s^2}(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{r})\right]\frac{r}{s}, \tag{12}
$$

$$
\nabla\times A_m = \nabla t'\times\frac{\partial A_m}{\partial t'} = -\frac{\boldsymbol{r}}{s}\times\left[\frac{q\dot{\boldsymbol{v}}}{4\pi s} + \frac{q\boldsymbol{v}}{4\pi s^2}(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{r})\right].
$$

同理:

$$
\nabla\Phi_m = \frac{\partial\Phi_m}{\partial t'}\cdot\nabla t' = \frac{g}{4\pi s^3}(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{r})\boldsymbol{r}, \tag{14}
$$

$$
\frac{\partial A_e}{\partial t} = \frac{\partial A_e}{\partial t'}\frac{\partial t'}{\partial t} = -\left[\frac{g\dot{\boldsymbol{v}}}{4\pi s} + \frac{g\boldsymbol{v}}{4\pi s^2}(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{r})\right]\frac{r}{s}, \tag{15}
$$

$$
\nabla\times A_e = \nabla t'\times\frac{\partial A_e}{\partial t'} = \frac{\boldsymbol{r}}{s}\times\left[\frac{g\dot{\boldsymbol{v}}}{4\pi s} + \frac{g\boldsymbol{v}}{4\pi s^2}(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{r})\right].
$$

把(11)—(16)式代入(6)式,有

$$
\begin{cases}
\boldsymbol{E} = \dfrac{q\boldsymbol{r}}{4\pi s^3}(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{r}) - \dfrac{r}{s}\left[\dfrac{q\dot{\boldsymbol{v}}}{4\pi s} + \dfrac{q\boldsymbol{v}}{4\pi s^2}(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{r})\right] + \dfrac{\boldsymbol{r}}{s}\times\left[\dfrac{g\dot{\boldsymbol{v}}}{4\pi s} + \dfrac{g\boldsymbol{v}}{4\pi s^2}(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{r})\right], \\
\boldsymbol{B} = \dfrac{g\boldsymbol{r}}{4\pi s^3}(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{r}) - \dfrac{r}{s}\left[\dfrac{g\dot{\boldsymbol{v}}}{4\pi s} + \dfrac{g\boldsymbol{v}}{4\pi s^2}(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{r})\right] - \dfrac{\boldsymbol{r}}{s}\times\left[\dfrac{q\dot{\boldsymbol{v}}}{4\pi s} + \dfrac{q\boldsymbol{v}}{4\pi s^2}(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{r})\right].
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
\boldsymbol{E} = \dfrac{q\boldsymbol{n}(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{n})}{4\pi r(1 - \boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n})^3} - \dfrac{q\dot{\boldsymbol{v}} + g\dot{\boldsymbol{v}}\times\boldsymbol{n}}{4\pi r(1 - \boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n})^2} - \dfrac{q\boldsymbol{v} + g\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{n}}{4\pi r(1 - \boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n})^3}(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{n}), \\
\boldsymbol{B} = \dfrac{g\boldsymbol{n}(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{n})}{4\pi r(1 - \boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n})^3} - \dfrac{g\dot{\boldsymbol{v}} - q\dot{\boldsymbol{v}}\times\boldsymbol{n}}{4\pi r(1 - \boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n})^2} - \dfrac{g\boldsymbol{v} - q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{n}}{4\pi r(1 - \boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n})^3}(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot
\end{cases}
$$

这就是以任意速度运动的双荷粒子系统在空间辐射的电场和磁场. 显然,这一表达式具有电磁对偶对称性. 这就是说,同时进行如下的 $SO(2)$ 变换,

$$
\begin{pmatrix} \boldsymbol{E}' \\ \boldsymbol{B}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \boldsymbol{E} \\ \boldsymbol{B} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} q \\ g \end{pmatrix}. \tag{18}
$$

在这里需要强调的是,在所得到的场强的这个一般的表述形式的过程

中,我们没有使用 Dirac 弦的概念,从而就避免了物理上的奇异问题.

4 高能 Dyon 粒子电磁辐射的能流和功率

现在用(18)式的场强来讨论高速运动双荷粒子电磁辐射的能流密度和功率的角分布问题. 根据能流密度的计算公式,有

$$\boldsymbol{S}=\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}=\frac{1}{16\pi^2r^2(1-\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n})^6}[q\boldsymbol{n}(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{n})-(q\dot{\boldsymbol{v}}+g\dot{\boldsymbol{v}}\times\boldsymbol{n})(1-\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{n})-(q\boldsymbol{v}+g\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{n})(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{n})]\times[g\boldsymbol{n}(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{n})-(g\dot{\boldsymbol{v}}-q\dot{\boldsymbol{v}}\times\boldsymbol{n})(1-\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n})-(g\boldsymbol{v}-q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{n})(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{n})]. \tag{19}$$

经推导计算可得

$$\boldsymbol{S}=\frac{q^2+g^2}{16\pi^2r^2}\cdot\frac{[(v^2-1)(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{n})^2+\dot{v}^2(1-\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n})^2+2(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{n})(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{v})(1-\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n})]}{(1-\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n})^6}\boldsymbol{n}. \tag{20}$$

利用等式

$$[(v^2-1)(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{n})^2+\dot{v}^2(1-\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n})^2+2(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{n})(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{v})(1-\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n})]=|\boldsymbol{n}\times[(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{v})\times\dot{\boldsymbol{v}}]|^2,$$

于是有

$$\boldsymbol{S}\quad\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}=\frac{q^2+g^2}{16\pi^2r^2}\frac{|\boldsymbol{n}\times[(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{v})\times\dot{\boldsymbol{v}}]|^2}{(1-\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n})^6}\boldsymbol{n}. \tag{22}$$

所以其辐射功率为

$$P(t')=\oint\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{n}\frac{dt}{dt'}r^2d\Omega=\frac{q^2+g^2}{16\pi^2}\oint\frac{|\boldsymbol{n}\times[(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{v})\times\dot{\boldsymbol{v}}]|^2}{(1-\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n})^5}d\Omega, \tag{23}$$

辐射功率的角分布为

$$\frac{dP(t')}{d\Omega}=\frac{q^2+g^2}{16\pi^2}\frac{|\boldsymbol{n}\times[(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{v})\times\dot{\boldsymbol{v}}]|^2}{(1-\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n})^5}. \tag{24}$$

在高速情况下 $v\to1$(即速度接近光速),θ 是 $\boldsymbol{n}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 的夹角,因子 $1-\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n}=1-v\cos\theta$ 在 $\theta\approx0$ 的方向上变得很小,此时辐射能量强烈地集中于朝前的方向,于是有

$$1-v\cos\theta\doteq1-v\left(1-\frac{\theta}{2}\right)^2\doteq1-v+\frac{\theta^2}{2}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\gamma^2}+\theta^2\right), \tag{25}$$

其中 $\quad\gamma=(1-v^2)^{-\frac{1}{2}}$.

辐射功率的角分布可以表示为

$$\frac{dP(t')}{d\Omega}=\frac{2(q^2+g^2)}{\pi^2}\frac{|\boldsymbol{n}\times[(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{v})\times\dot{\boldsymbol{v}}]|^2}{\left(\frac{1}{\gamma^2}+\theta^2\right)^5}. \tag{26}$$

5 高速双荷粒子电磁辐射的两个特例

下面,分 $\boldsymbol{v}\,//\,\dot{\boldsymbol{v}}$ 和 $\boldsymbol{v}\perp\dot{\boldsymbol{v}}$ 两种情况来讨论这一辐射问题.

(a) $\boldsymbol{v}\,//\,\dot{\boldsymbol{v}}$,有 $\boldsymbol{v}\times\dot{\boldsymbol{v}}=0$,由(22)式可得其辐射的能流密度为

$$\boldsymbol{S}=\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}=\frac{(q^2+g^2)\dot{v}^2\sin^2\theta}{16\pi^2r^2(1-v\cos\theta)^6}\boldsymbol{n}, \tag{27}$$

辐射功率的角分布为

$$\frac{dP(t')}{d\Omega}=\frac{(q^2+g^2)\dot{v}^2}{16\pi^2}\frac{\sin^2\theta}{(1-v\cos\theta)^5}. \tag{28}$$

辐射功率为

$$P(t')\quad\frac{(q^2+g^2)}{16\pi^2}\int\frac{\sin^2\theta}{(1-v\cos\theta)^5}d\Omega=\frac{(q^2+g^2)\dot{v}^2}{6\pi}\gamma^6. \tag{29}$$

(b) $\boldsymbol{v}\perp\dot{\boldsymbol{v}}$,设在 t' 粒子的瞬时速度 $\boldsymbol{v}$ 沿 z 轴,加速度 $\dot{\boldsymbol{v}}$ 沿 x 轴,$\boldsymbol{n}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 的夹角为 θ,于是有 $\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n}=v\cos\theta$, $\boldsymbol{v}\cdot\dot{\boldsymbol{v}}=0$, $\boldsymbol{n}\cdot\dot{\boldsymbol{v}}=\dot{v}\sin\theta\cos\phi$,因此

$$\boldsymbol{n}\times[(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{v})\times\dot{\boldsymbol{v}}]=\dot{v}\sin\theta\cos\phi(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{v})-(1-\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{v})\dot{\boldsymbol{v}}, \tag{30}$$

$$|\boldsymbol{n}\times[(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{v})\times\dot{\boldsymbol{v}}]|^2=\dot{v}^2[(1-v\cos\theta)^2-(1-v^2)\sin^2\theta\cos^2\phi], \tag{31}$$

把(30)代入(24)可得辐射功率的角分布为

$$\frac{dP(t')}{d\Omega}=\frac{(q^2+g^2)\dot{v}^2}{16\pi^2}\frac{(1-v\cos\theta)^2-(1-v^2)\sin^2\theta\cos^2\phi}{(1-v\cos\theta)^5}, \tag{32}$$

其辐射功率为

$$P(t')=\frac{(q^2+g^2)\dot{v}^2}{6\pi}\gamma^4 \tag{33}$$

现在再来看 $g=0$ 的情况,由(18)可知,当 $g=0$ 时高速运动带电粒子产生的电磁场为

$$\begin{cases}\boldsymbol{E}=\dfrac{q(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{v})(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{n})}{4\pi r(1-\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n})^3}-\dfrac{q\dot{\boldsymbol{v}}}{4\pi r(1-\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n})^2},\\ \boldsymbol{B}=\dfrac{q\dot{\boldsymbol{v}}\times\boldsymbol{n}}{4\pi r(1-\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n})^2}+\dfrac{q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{n}}{4\pi r(1-\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n})^3}(\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{n}).\end{cases} \tag{34}$$

进一步整理简化可得

$$\begin{cases}\boldsymbol{E}=\dfrac{q\boldsymbol{n}\times[(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{v})\times\dot{\boldsymbol{v}}]}{4\pi r(1-\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n})^3}\\ \boldsymbol{B}=\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{E}.\end{cases} \tag{35}$$

其辐射的能流密度为

$$S = E \times B = E^2 n = \frac{q^2}{16\pi^2 r^2} \cdot \frac{|n \times [(n - v) \times \dot{v}]|^2}{(1 - v \cdot n)^6} n . \quad (36)$$

所以其辐射功率为

$$P(t') = \oint S \cdot n \frac{dt}{dt'} r^2 d\Omega = \frac{q^2}{16\pi^2} \oint \frac{|n \times [(n - v) \times \dot{v}]|^2}{(1 - v \cdot n)^5} d\Omega , \quad (37)$$

辐射功率的角分布为

$$\frac{dP(t')}{d\Omega} = \frac{q^2}{16\pi^2} \frac{|n \times [(n - v) \times \dot{v}]|^2}{(1 - v \cdot n)^5} . \quad (38)$$

显然,在 $g = 0$ 的情况下,我们的结果与经典电动力学相一致.

6　结束语

本文首先回顾和分析了引入磁单极的重要性和必要性,给出了一般情况下双矢势的表达式及与之相应的具有电磁对偶性的 Maxwell 方程. 接着讨论了在有磁荷存在的情况下引入双矢势后的 d'Alembert 方程及其推迟势解,求出了带磁荷粒子和双荷粒子的电磁辐射的表达式. 最后讨论了高速运动双荷粒子系统中的电磁辐射问题,推导出了新规范下具有对偶对称性的电磁辐射的表达式. 从我们的结果可以看出,Dyon 的电荷和磁荷对电磁辐射的贡献没有交叉项,显然在磁荷 $g = 0$ 的情况下,给出的结论与经典电动力学的电磁辐射的表达式完全一致.

对偶对称性在超弦场论以及与之相关的超对称规范场论和超引力场论中有着非常重要的作用. 目前,这个方面的研究在理论物理学界引起了广泛的关注,成了最热门的研究课题之一. 然而,尽管人们对对偶对称性的研究已取得了一些令人鼓舞的结果,但大部分工作才刚刚展开. 特别是对双矢势下电磁现象的研究还有很多工作要做,比如:在双矢势下 AB 和 AC 效应如何统一描述以及 Berry 相位如何修正等方面的工作,将在后面的文章中进行讨论.

参考文献(References)

1　Dirac P A M. Proc. R. Soc. London, 1931, **A133**:60

2　Schwarz J H, Seiberg N. Rev. Mod. Phys., 1999, **71**:S112

3　LI Kang, NAON Carlos. Mod. Phys. Lett., 2001, **A16**(26):1671

4　LI Kang. Mod. Phys. Lett., 2002, **A17**(40):2647

5　LI Kang, et al. Chin. Phys. Lett., 2003, **20**(3):321

6　CHEN Wen-Jun, LI Kang. J. Zhejiang Univ. (Science edition), 2001, **28**:626 (in Chinese)
(陈文俊,李康. 浙江大学学报(理科版),2001,**28**:626)

$SO(2)$ Duality Theory of EM Radiation of High Energy Dyons*

LI Kang[1;1)]　WANG Jian-Hua[2]

1(Department of Physics, Hangzhou Teacher's College, Hangzhou 310036, China)

2(Shaanxi College of Science and Engineer, Hanzhong 723000, China)

Abstract　In the case of existing of the magnetic charge, we give out the relationship between the field strengths and the doublet potentials. Then we obtain the d'Alembert equation for these doublet potentials. Using the retarded solutions of the d'Alembert equations, we find the expressions of radiation field strengths of dyons. Finally we discuss the electromagnetic (EM) radiation of the high speed moving dyons.

Key words　EM duality, doublet potentials, dyons, EM radiation

Received 27 February 2003, Revised 19 May 2003

* Supported by Natural Science Foundation of Zhejiang Province (102011, 102028)

1) E-mail: kangli@mail.hz.zj.cn