

菲尔德 - 费曼模型中的介子碎裂函数*

华靖 马伯强

(北京大学物理学院 北京 100871)

摘要 从菲尔德 - 费曼的叠代模型出发, 考虑到入射夸克的味结构, 研究了 π 介子的碎裂函数 $D_u^{\pi^+}$, 和 $D_s^{\pi^+}$, 并将分析结果和实验数据进行了比较. 对 K 介子的碎裂函数 $D_u^{K^+}(z)$, $D_s^{K^+}(z)$, $D_d^{K^+}(z)$ 和 $D_u^{K^0}(z)$ 作出的预言将被进一步的实验检验.

关键词 碎裂函数 介子 π 介子 K 介子

1 引言

在 高能碰撞的介子产生过程中, 碎裂函数是一个重要的物理量. 因此一套基于味差别的夸克碎裂函数就显得非常的重要和有用. 在先前的研究中, 人们从 e^+e^- 湮没过程的实验数据来获得夸克到介子的碎裂函数^[1]. 但是在 HERMES 国际合作组发布了带电轻子在质子靶上的半举深度非弹的电荷分离 π^+ 产生数据^[2] 后, 研究的情况开始不同. 结合 HERMES 发布的半举深度非弹的电荷分离 π^+ 产生数据和在从 e^+e^- 数据上精确获得的单态 $D_S^{\pi^+}$ 碎裂函数, Kretzer, Leader 和 Christova^[3] 获得了一整套的 π 介子的碎裂函数: $D_u^{\pi^+}$, $D_d^{\pi^+}$ 和 $D_s^{\pi^+}$, 其中没有做优势和非优势的关系假设, 例如文献[4]中的 $D_u^{\pi^+}(z) = (1-z)D_u^{\pi^+}(z)$ 和文献[5]中的 $D_d^{\pi^+}(z) = (1-z)^n D_u^{\pi^+}(z)$ (其中 $n = 2, 3, 4$). Kretzer-Leader-Christova (KLC) 实验数据的参数化结果是:

$$D_u^{\pi^+}(z) = 0.689 z^{-1.039} (1-z)^{1.241}, \quad (1)$$

$$D_d^{\pi^+}(z) = 0.217 z^{-1.805} (1-z)^{2.037}, \quad (2)$$

$$D_s^{\pi^+}(z) = 0.164 z^{-1.927} (1-z)^{2.886}. \quad (3)$$

虽然可以从微扰上计算演化行为, 但碎裂函数的实际形式是非微扰的. 因此碎裂函数有助于澄清

强子化的基本特征. 菲尔德和费曼的早期研究^[6,7] 利用了一个叠代模型清晰而简单地来理解夸克到介子的碎裂函数, 这个模型启发了一些更进一步的模型, 比如弦碎裂函数模型, Lund 模型^[8] 等等, 蒙特卡罗程序^[1] 可以应用其中. 菲尔德和费曼可以成功地给出 π 和 K 介子的碎裂函数, 但是不能给出 $D_u^{\pi^+}(z)$ 和 $D_s^{\pi^+}(z)$ 之间的差别. 现在, 在菲尔德和费曼模型中考虑优势和非优势夸克到介子的碎裂函数及其味依赖差别的时机已经成熟, 这个差别能够用夸克反夸克海的激发夸克来表示. 我们发现从中得到的关于 $D_u^{\pi^+}$, $D_d^{\pi^+}$ 和 $D_s^{\pi^+}$ 的分析结果与最近的 KLC 基于实验的参数化结果(1)–(3)式符合得很好. 同时也把这个方法应用于 K 介子的碎裂函数, 在不加入任何新参数的情况下得到了 4 个独立的碎裂函数 $D_u^{K^+}(z)$, $D_d^{K^+}(z)$, $D_s^{K^+}(z)$ 和 $D_u^{K^0}(z)$. 这组预言可以被将来的 K 介子的碎裂函数实验数据所检验.

2 叠代模型的简短回顾

菲尔德和费曼的介子碎裂模型^[6] 是一个基于叠代原理的模型, 可以用图 1 来描述. 模型的基本思想是, 入射夸克 A 与被它激发的夸克海中的一个正反夸克对 BB 中的反夸克 \bar{B} 结合形成介子 AB, 这个

2003 - 03 - 10 收稿

* 国家自然科学基金(10025523, 90103007)资助

介子被标记为一阶基础介子. 然后剩下的夸克 B 将继续进行和夸克 A 一样的反应, 与被夸克 B 激发的夸克海中的正反夸克对 $\bar{C}C$ 中的夸克 \bar{C} 结合形成第二阶基础介子 $B\bar{C}$, 等等.

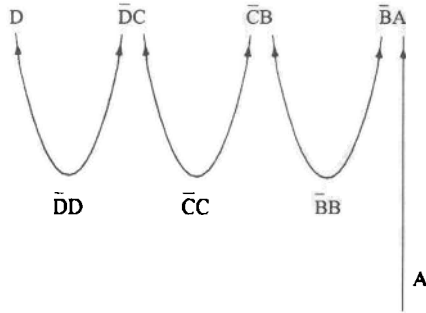


图 1 菲尔德和费曼叠代模型

定义 $f(\eta)d\eta$ 表示一阶介子遗留 η 动量分支在剩下的过程中的几率, 函数 $f(\eta)$ 的归一化方程是

$$\int_0^1 f(z) dz = 1. \quad (4)$$

令 $F(z)dz$ 是发现动量分支比为 z 的介子在 dz 的小区间中占夸克喷柱的几率(独立于介子的阶数). 则按照叠代的原理可写下

$$F(z) = f(1-z) + \int_0^1 \frac{d\eta}{\eta} f(\eta) F\left(\frac{z}{\eta}\right). \quad (5)$$

其中第一项源于一阶介子. 第二项表示的是在高阶的介子中找到动量分支为 z 的介子的几率. 菲尔德和费曼^[6]找到了上面的积分方程的一个解

$$zF(z) = f(1-z), \quad (6)$$

其中选择了

$$f(z) = (d+1)z^d. \quad (7)$$

定义 β_{ij} 为在被入射夸克 i 激发的夸克海中发现 q_j 夸克对的几率, 且符合归一化条件

$$\sum_{j=1}^{n_i} \beta_{ij} = 1. \quad (8)$$

这里加入了原来模型没有的 i 指标, 后面将发现它是很很有用的. 模型的修正就来自于 β_{uu} 和 β_{uu} 的差别, 而在原来的模型中为了减少参数两者是一样的, 原始模型预言 D_s^{*+} 和 D_s^{*+} 之间没有差别, 但是在文献[3]中的结果显示这不是现实的情况. 在 u 和 d 夸克间采用 $SU(2)$ 对称性

$$\beta_{iu} = \beta_{id} \equiv \beta_i, \quad (9)$$

得到

$$\beta_{is} = 1 - 2\beta_i. \quad (10)$$

对于入射夸克是 q , 末态产生结构为 $a\bar{b}$ 的介子在动量分支是 z 的碎裂介子平均数, 可以类比等式(5)得

到

$$P_q^{ab}(z) = \delta_{aq} \beta_{qb} f(1-z) + \int_z^1 \frac{d\eta}{\eta} f(\eta) \beta_{qc} P_c^{ab}(z/\eta).$$

考虑上述所有夸克态的介子平均数是

$$P_q^{ab}(z) = \sum_c \beta_{qc} P_c^{ab}(z),$$

于是

$$P_q^{ab}(z) = \beta_{qa} \beta_{qb} f(1-z) + \int_z^1 \frac{d\eta}{\eta} f(\eta) \beta_{qc} P_c^{ab}(z/\eta).$$

比较等式(5), 得到

$$P_q^{ab}(z) = \beta_{qa} \beta_{qb} F(z). \quad (14)$$

把此式代入等式(13), 可得到

$$P_q^{ab}(z) = \delta_{aq} \beta_{qb} f(1-z) + \beta_{qa} \beta_{qb} \bar{F}(z), \quad (15)$$

其中

$$\bar{F}(z) \equiv F(z) - f(1-z) = (1/z - 1)f(1-z) = (d+1)z^{-1}(1-z)^{d+1}.$$

碎裂函数为

$$D_q^h(z) = \sum_{ab} \Gamma_{ab}^h P_q^{ab}(z), \quad (17)$$

其中 Γ_{ab}^h 是介子 h 包含 ab 结构的可能性. 例如, $\Gamma_{ud}^{*+} = 1$ 和 $\Gamma_{uu}^0 = \Gamma_{dd}^0 = 1/2$. 结合等式(11)和(13)得到

$$D_q^h(z) = A_q^h f(1-z) + B_q^h \bar{F}(z), \quad (18)$$

其中

$$A_q^h = \sum_b \Gamma_{qb}^h \beta_{qb}, \quad (19)$$

$$B_q^h = \sum_{a,b} \beta_{qa} \Gamma_{ab}^h \beta_{qb}. \quad (20)$$

然后碎裂函数 D_u^{*+} , D_d^{*+} 和 D_s^{*+} 能够被写成

$$D_u^{*+}(z) = \beta_u f(1-z) + (\beta_u)^2 \bar{F}(z), \quad (21)$$

$$D_d^{*+}(z) = (\beta_u)^2 \bar{F}(z), \quad (22)$$

$$D_s^{*+}(z) = (\beta_{su})^2 \bar{F}(z) = (\beta_s)^2 \bar{F}(z), \quad (23)$$

这里 $\beta_s = \beta_{su}$.

在原始的菲尔德-费曼模型中, $\beta_u = \beta_s$. 这意味着被 s 或 u 夸克激发的夸克海在内部成分上没有区别, 它导致 $D_d^{*+}(z) = D_s^{*+}(z)$. 事实上, 夸克的质量效应在强子产生上是不可忽略的, 所以正反夸克对在不同的夸克激发的夸克海中将是不同的. 通过 $\beta_u \neq \beta_s$, 得到 $D_d^{*+}(z) \neq D_s^{*+}(z)$, 也就是说我们考虑了轻味夸克(u 或 d)和奇异夸克(s)的差别, 这里 $SU(2)$ 的对称性质仍然保留, 即 $\beta_{qu} = \beta_{qd} = \beta_q$.

3 π 介子的碎裂函数

从等式(21)和(22),可以得到两个关系式

$$D_u^{\pi^+}(z)/D_u^{\pi^0}(z) = \frac{\beta_u(1/z - 1)}{(1 - \beta_u + \beta_u/z)}, \quad (24)$$

$$D_u^{\pi^+}(z) - D_u^{\pi^0}(z) = \beta_u f(1 - z). \quad (25)$$

第一个关系式独立于 $f(z)$,因此这有利于设定参数 β_u . 文献[3]中的关于 $D_u^{\pi^+}(z)$ 和 $D_u^{\pi^0}(z)$ 的参数化结果有助于调整参数. 通过 KLC 中的参数化结果, β_u 的值可以由 $D_u^{\pi^+}(z)/D_u^{\pi^0}(z)$ 的曲线设定, 如图 2 所示, 图中虚线是来自 KLC 参数化结果的 $D_u^{\pi^+}/D_u^{\pi^0}$ 的比值^[3], 实线和点线是本文的分析结果在不同的 β_u 值下的比值. 可以发现 $\beta_u = 0.46$ 在 $z \in (0.3, 1)$ 的范围内是一个有效的结果. 我们也给出了 $\beta_u = 0.4$ 情况下的曲线作为比较, 在原始模型^[6]中 $\beta_u = 0.4$. 使用 KLC 中的参数化结果, 在 $D_u^{\pi^+}(z) - D_u^{\pi^0}(z)$ 的曲线中, 可以得到 $d = 1.45$ 和 $\beta_u = 0.46$, 如图 3 所示, 图中虚线是来自 KLC 参数化的

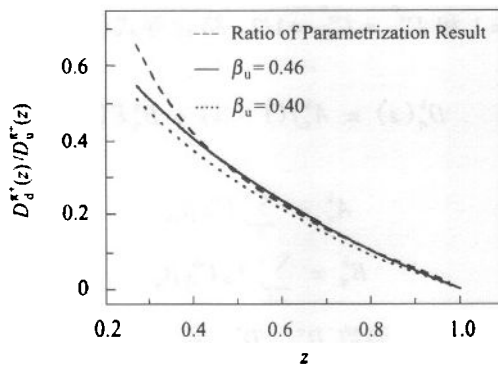


图 2 β_u 的设定

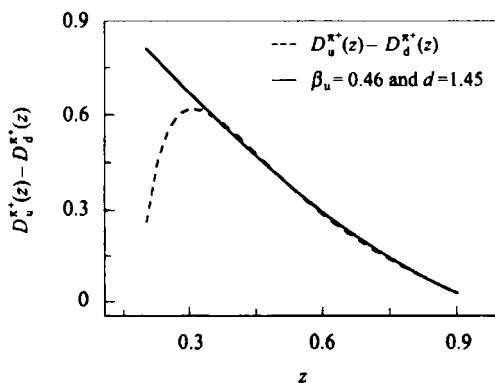


图 3 d 的确定

$D_u^{\pi^+} - D_u^{\pi^0}$ 的结果^[3]; 实线是当 $\beta_u = 0.46$ 和 $d = 1.45$ 时, 用 $\beta_u(d+1)(1-z)^d$ ((25)式)得到的结果, 这不能不说是一个很让人惊奇的事情: 仅仅通过调节 β_u 和 d 两个参数就可以在 $z > 0.3$ 的范围内得到符合得如此好的曲线, 毕竟 $f(z) = (d+1)z^d$ 在原始模型中仅仅是一个假设. 选择这个形式仅仅是为了能够对等式(5)可以求得一个特殊解. 而现在, 避免了优势和非优势转换关系假设, 从实验数据中提炼出来的 KLC 参数化结果在某种程度上支持了菲尔德和费曼的在 $z \in (0.3, 1)$ 区间的 $f(z)$ 假设. 将 $\beta_u = 0.46$ 和 $d = 1.45$ 代入(21)和(22)式, 可以得到 $D_u^{\pi^+}(z)$ 和 $D_u^{\pi^0}(z)$ 的分析结果

$$D_u^{\pi^+}(z) = 1.127(0.54 + 0.46/z)(1 - z)^{1.45}, \quad (26)$$

$$D_u^{\pi^0}(z) = 0.51842z^{-1}(1 - z)^{2.45}. \quad (27)$$

在图 4 和图 5 中, 得出了(26)和(27)式的结果与实验数据的比较, 两图中的圆圈是来自文献[3]的实验结果, 实线是(26)和(27)式的分析结果. 显然, 这两个分析结果可以用来很好地解释实验数据, 特别是在 $z \in (0.3, 1)$ 的区间内.

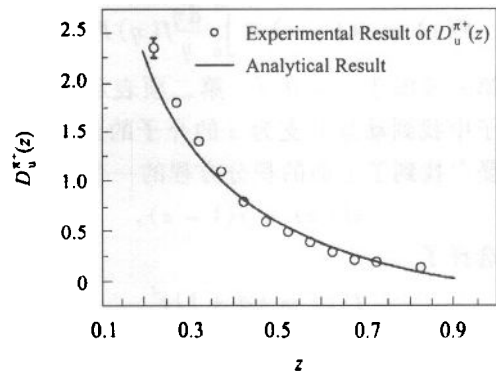


图 4 $D_u^{\pi^+}(z)$ 的分析结果和实验结果的比较

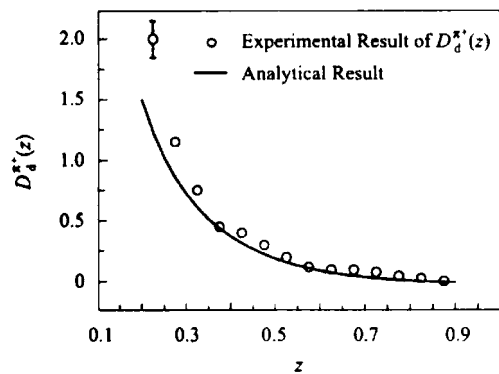


图 5 $D_u^{\pi^0}(z)$ 的分析结果和实验结果的比较

现在考察非优势的碎裂函数 $D_s^+(z)$. 在原来的模型中, 它与 $D_u^+(z)$ 是相同的. 图 6 得出了在不同的 β_s 值下 (23) 式的分析结果与实验数据^[3] 的比较. 当 $\beta_u = \beta_d = 0.46$ 时, 回到菲尔德 - 费曼原始模型. 取 $\beta_s = 0.38$ (或 0.42) 意味着: 在被 s 夸克激发的正反夸克海的色场中 $u\bar{u}$ 或 $d\bar{d}$ 正反夸克对占 38% (或 42%), 而在被轻味夸克 u 或 d 夸克激发的正反夸克海的色场中 $u\bar{u}$ 或 $d\bar{d}$ 正反夸克对占 46%. 这里要注意到 $\beta_{us} \neq \beta_{ds}$, 因为 $\beta_{us} = 1 - 2\beta_{us} = 1 - 2\beta_s = 0.24$ 是被 s 夸克激发的夸克海中 $s\bar{s}$ 夸克对的分支比. 而 $\beta_{us} = 1 - 2\beta_{us} = 1 - 2\beta_u = 0.08$ 是被 u 或 d 夸克激发的夸克海中 $s\bar{s}$ 夸克对的分支比. 考虑到被 s 夸克激发的 $s\bar{s}$ 在正反夸克海的色场中的分支应该比轻味夸克 (u or d) 激发的分支比大, 前面的设定是比较合理的. 于是得到

$$D_s^+(z) = 0.35378z^{-1}(1-z)^{2.45}. \quad (28)$$

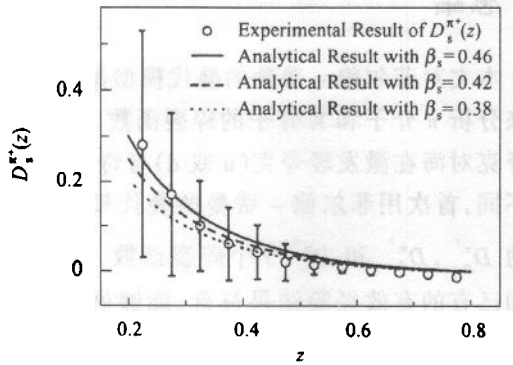


图 6 不同 β_s 下的 $D_s^+(z)$ 的分析结果和实验结果的比较

在图 7 中 ($D_u^+(z)$, $D_d^+(z)$ 和 $D_s^+(z)$ 各自的碎裂函数, 其中粗线是本文的分析结果, 细线是 KLC 的参数化结果^[3]), 给了一组 π 介子 D_u^+ , D_d^+ 和 D_s^+ 的分析结果与 KLC 参数化结果比较. 发现这两组 π 介子的碎裂函数彼此符合得很好, 特别是在 $z > 0.3$ 的区

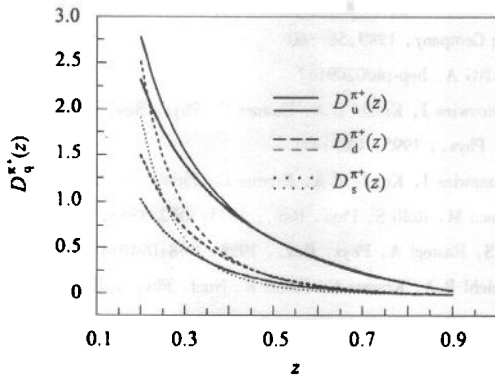


图 7 本文的分析结果和 KLC 参数化结果的比较

域. 考虑到在小 z 区域 $D_q^+(z)$ 的参数化结果有很大的不确定性, 上述碎裂函数的分析结果可以作为一个替代的选择函数, 例如在不同的 π 介子碎裂函数的敏感性的预言上^[5].

4 K 介子的碎裂函数

把同样的方法应用到 K 介子的碎裂函数, 通过同样的步骤可以得到

$$D_s^{K^+}(z) = \beta_u f(1-z) + \beta_s(1-2\beta_u)\bar{F}(z), \quad (29)$$

$$D_u^{K^+}(z) = (1-2\beta_u)f(1-z) + \beta_u(1-2\beta_u)F(z), \quad (30)$$

$$D_s^{K^+}(z) = \beta_s(1-2\beta_u)\bar{F}(z), \quad (31)$$

$$D_d^{K^+}(z) = D_u^{K^+}(z) = D_s^{K^+}(z) = \beta_u(1-2\beta_u)\bar{F}(z), \quad (32)$$

其中 $\beta_u = \beta_{us}$, $\beta_d = \beta_{ds}$ 和 $\beta_{qs} = 1 - 2\beta_q$.

使用与 π 介子同样的参数 $\beta_u = 0.46$, $\beta_s = 0.38$ 和 $d = 1.45$, 可以得到一组完整的 K 介子的碎裂函数

$$D_s^{K^+}(z) = 0.931(0.76 + 0.24/z)(1-z)^{1.45}, \quad (33)$$

$$D_u^{K^+}(z) = 0.196(0.54 + 0.46/z)(1-z)^{1.45}, \quad (34)$$

$$D_s^{K^+}(z) = 0.22344z^{-1}(1-z)^{2.45}, \quad (35)$$

$$D_d^{K^+}(z) = 0.09016z^{-1}(1-z)^{2.45}. \quad (36)$$

K 介子的碎裂函数给在图 8 中, 其中 $D_s^{K^+}(z)$, $D_u^{K^+}(z)$, $D_s^{K^+}(z)$ 和 $D_d^{K^+}(z)$ 是相互独立的由本文给出的 4 个 K 介子碎裂函数. 如果没有 β_u 和 β_s 的区别, 则只有 3 条独立曲线, 即在原始模型中的

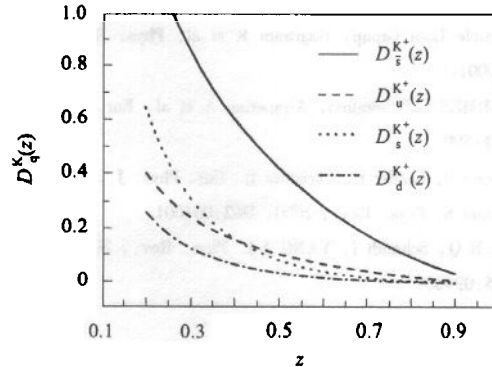


图 8 K 介子的碎裂函数

$D_s^{K^*}(z)$ 等于 $D_d^{K^*}(z)$. 一般而言, 在非尔德-费曼模型中 K 介子碎裂函数的味结构比 π 介子的复杂. 然而, 以往的参数结果^[9-12] 往往只给出了与价夸克相关的优势碎裂函数和与轻夸克相关的非优势碎裂函数之间的差别.

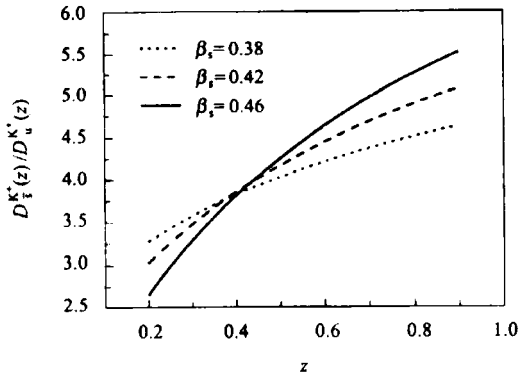


图 9 K 介子优势碎裂函数的斜率

虽然在 π 介子的碎裂函数中 $\beta_s \neq \beta_u$ 的效应可能很小, 但是在 K 介子的碎裂函数中, 其效应就大大加大了. 它不但带来了非优势碎裂函数 $D_s^{K^*}(z)$ 和 $D_d^{K^*}(z)$ 的差别, 也同时带来了优势碎裂函数 $D_u^{K^*}(z)$ 的修正. 图 9 给出优势碎裂函数 $D_u^{K^*}(z)/D_s^{K^*}(z)$ 的比值, 其中 $\beta_s = 0.42$ 是作为一个比较值列入. 当 $\beta_s = \beta_u = 0.46$ 时, 回到原始的非尔德-费曼模型. 图 10 给出了非优势 $D_s^{K^*}(z)$ 碎裂函数在不同的 β_s 下的结果. $\beta_s = 0.46$ 的曲线表示的是原始模型的情况, 因为在原始模型中 $\beta_s = \beta_u = 0.46$. 由此, 我们引入了在原始模型上的最大的一个修正 $D_s^{K^*}(z)$, 也预言了 $D_s^{K^*}(z)$ 函数和 $D_d^{K^*}(z)$ 的不同.

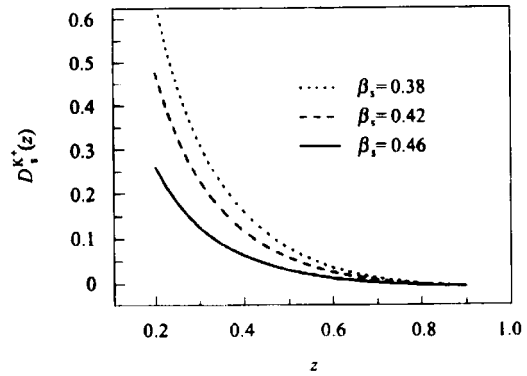


图 10 在不同 β 值的 K 介子非优势碎裂函数

这些预言可以被进一步的实验所检验, 例如 HERMES 和 CLAS 对撞机上的深度非弹半单举 K 介子产生实验, 等等. 在这篇论文中的参数也能被更精确的实验数据所修正, 或者被推广到更一般的情况.

5 总结

本文对非尔德-费曼的叠代模型做了重要的修正来分析 π 介子和 K 介子的碎裂函数. 通过考虑正反夸克对在激发轻夸克(u 或 d)与奇异夸克(s)上的不同, 首次用非尔德-费曼的叠代模型作出了独立的 $D_u^{K^*}$, $D_d^{K^*}$ 和 $D_s^{K^*}$ 3 个碎裂函数. 这些分析结果和已有的有效经验结果符合, 能够做为研究上可替换的一组完整的 π 介子碎裂函数. 我们把同样的方法用到 K 介子上, 在使用的是同一组参数的情况下, 得出了一组彼此独立的 4 个 K 介子碎裂函数 $D_u^{K^*}(z)$, $D_d^{K^*}(z)$, $D_s^{K^*}(z)$ 和 $D_d^{K^*}(z)$. 这些预言能够被进一步的 π 介子和 K 介子的实验数据所验证.

参考文献 (References)

- 1 Particle Data Group, Hagiwara K et al. Phys. Rev., 2002, **D66**: 010001-1
- 2 HERMES Collaboration, Airapetian A et al. Eur. Phys. J., 2001, **C21**:599
- 3 Kretzer S, Leader E, Christova E. Eur. Phys. J., 2001, **C22**:269
- 4 Kretzer S. Phys. Rev., 2000, **D62**:054001
- 5 MA B Q, Schmidt I, YANG J J. Phys. Rev., 2002, **D65**:034010; **D66**:094001
- 6 Field R D, Feynman R P. Nucl. Phys., 1978, **B136**:1
- 7 Field R D. Applications of Perturbative QCD, Addison-Wesley Publishing Company, 1989, 56-60
- 8 TANG A. hep-ph/0209167
- 9 Binnewies J, Kniehl B A, Kramer G. Phys. Rev., 1995, **D52**:4947; Z. Phys., 1995, **C65**:471
- 10 Binnewies J, Kniehl B A, Kramer G. Phys. Rev., 1996, **D53**:3573
- 11 Greco M, Rolli S. Phys. Rev., 1995, **D52**:3853; Indumathi D, Mani H S, Rastogi A. Phys. Rev., 1998, **D58**:094014
- 12 Kniehl B A, Kramer G, Pötter B. Nucl. Phys., 2000, **B582**:514

Meson Fragmentation Functions in the Field-Feynman Model

HUA Jing MA Bo-Qiang

(School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract The pion fragmentation functions are studied in the Field-Feynman recursive model with distinction of $D_u^{\pi^+}$, $D_d^{\pi^+}$ and $D_s^{\pi^+}$, by taking into account the flavor structure in the excitation of the sea quark-antiquark pairs by the initial quarks. The analytical results obtained are compatible with the available empirical results with only three parameters. The framework is also extended to predict the kaon fragmentation functions with distinction of $D_s^K(z)$, $D_u^K(z)$, $D_d^K(z)$ and $D_0^K(z)$. This work gives a significant modification to the original model, and the predictions can be tested by further experimental results on kaon fragmentation functions.

Key words fragmentation function, meson, pion, kaon

Received 10 March 2003

* Supported by National Natural Science Foundation of China (10025523, 90103007)