

切伦科夫辐射“双成像法”测量电子束发射度*

谷安佳¹⁾ 丁原涛 赵夔 张保澄 全胜文 鲁向阳 陈佳洱

(北京大学物理学院重离子物理研究所 北京 100871)

摘要 利用切伦科夫辐射,OTR 或荧光靶等光学诊断方法进行发射度测量,国内外绝大部分实验是用 CCD 相机观测电子束打靶产生的光斑,变化四极透镜的磁场梯度,应用“三梯度法”计算出发射度.文中提出了一种新的“双成像法”测量方法,使切伦科夫辐射光通过一长焦距的消色差薄透镜,分别在焦平面和像平面获取图像.通过图像处理,前者可分析出电子束散角分布,后者可分析出电子束径向分布,从而直接得到均方根发射度.该方法对束流相空间和电荷密度分布无需假设,无需借助“三梯度法”,较其他常规测量方法具有实验装置更简便、测量精度更高和适用性更广等优点.文中给出了该测量方法对北京大学 DC-SC 光阴极注入器的发射度测量进行计算机模拟实验的结果和分析.

关键词 切伦科夫辐射 “双成像法” 均方根发射度 图像处理 计算机模拟

1 引言

发射度是反映加速器束流品质的重要的物理参数,随着高平均功率自由电子激光、超高能超导直线加速器以及第四代光源的发展,对电子束发射度的精确测量显得日益重要.传统测量方法如胡椒屏、荧光靶、丝缝法等一般只适用于弱流的情况.对于强流、高能电子束发射度的测量,目前国际上正在积极发展的主要有 OTR 测束方法(Optical Transition Radiation,光学渡越辐射)^[1]和切伦科夫辐射(Cerenkov Radiation)测束方法^[2].根据北京大学超导加速器 PKU-SCAF^[3]的 DC-SC(直流-超导)光阴极注入器参数^[4],电子束能量为 2—3MeV,平均流强大于 1mA,峰值电流 10A 左右,脉冲宽度小于 10ps^[5],如用荧光靶法测束流剖面,易出现饱和、滞后效应,辐射损伤严重;而 OTR 光太弱,难以捕获.我国原子能科学研究院曾利用切伦科夫辐射,采用条纹相机(streak camera)测量了皮秒微脉冲电子束团的脉冲宽度^[6].

利用切伦科夫辐射、OTR 或荧光靶等光学诊断方法进行发射度测量,国内外绝大部分实验是用 CCD 相机观测电子束打靶产生的光斑,变化四极透镜的磁场梯度,应用“三梯度法”间接计算出发射度^[7].该方法必须假设电子束的相空间为椭圆,并忽略了空间电荷效应,最后解多元方程组还与条件的选择密切相关,系统误差较大.

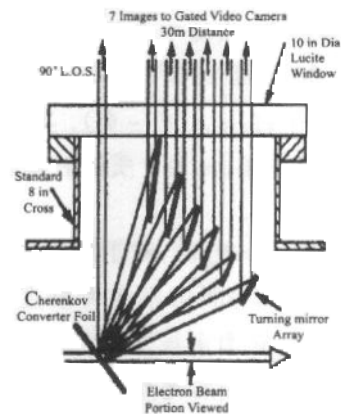


图 1 SANDIA 发射度测量的装置图

2002 - 03 - 25 收稿

* 国家自然科学基金(10075006, 19985001)资助

1) E-mail: ajgu@pku.edu.cn

为直接得到电子束散角的分布,美国 SANDIA 国家实验室在 4MeV 电子直线加速器上设计了 6 个依次成 10° 夹角的平面镜来区分对应角度下的切伦科夫光的强度(如图 1). 为获得 5mrad 的角分辨率,在平面镜后 30m 处用 CCD 相机进行观察. 该方法可在无其他束流参数精确信息的情况下,直接获得视平面上切向速度特征⁸,但对电子束散角呈高斯分布的假定是必须的,否则无法作出散角分布的高斯拟合曲线,得出均方根发射度. 并且实验装置调节复杂,对准直性要求很高.

本文提出了一种新的称之为切伦科夫辐射“双成像”的直接测量电子束发射度的方法,可得到更简化的实验装置、更精确的测量结果和更广泛的适用范围.

2 切伦科夫辐射“双成像法”测量电子束发射度的原理

当带电粒子通过透明介质的速度大于光在该介质中的速度时,粒子就会以一定的角度 θ_c 发出方向性极好的切伦科夫辐射,在空间上形成以粒子运动轨迹为轴的张角为 $2\theta_c$ 的空心光锥. 由于产生的光子集中,在相同的电子能量下,出光强度远大于穿越辐射,并且不易饱和;光脉冲响应快,可视为无情性辐射;辐射光是径向偏振的,辐射光谱在可见光范围内连续.

在图 2(a)中, $\theta_c, \theta_i, \theta_r, \theta_t, \theta_f$ 分别为切伦科夫角、入射角、折射角、束流中心线与靶法线(z轴)夹角、观察角. 由 Snell 定律: $\theta_r = \arcsin(n \sin(\theta_c - \theta_i))$, 小角近似下: $\theta_r \approx n(\theta_c - \theta_i)$. 其中 $\theta_c = \arccos(1/\beta n)$ 为切伦科夫角, n 为介质折射率, β 为电子的相对速度.

当靶被倾成 $\theta_i = \theta_c$ 时,对于散角为零的理想电子, $\theta_i = \theta_r = 0$, 其切伦科夫辐射将垂直于靶平面出射,即 $\theta_f = 0$, 定义它为主观察角. 对于散角不为零的电子,其切伦科夫辐射光尚未在靶的出射面发生折射之前,围绕主观察角(即 z 轴)的光强分布将一一对应于电子散角的分布⁸. 设第 i 个电子的散角为 r' , 则该电子产生的切伦科夫辐射偏离理想电子切伦科夫辐射的角度也为 r' , 所以观察角 θ_f 满足:

$$\theta_f = \arcsin(n \sin(r' + \theta_c - \theta_i)) = \arcsin(n \sin r').$$

小角近似如下:

$$\theta_f \approx nr' \quad (1)$$

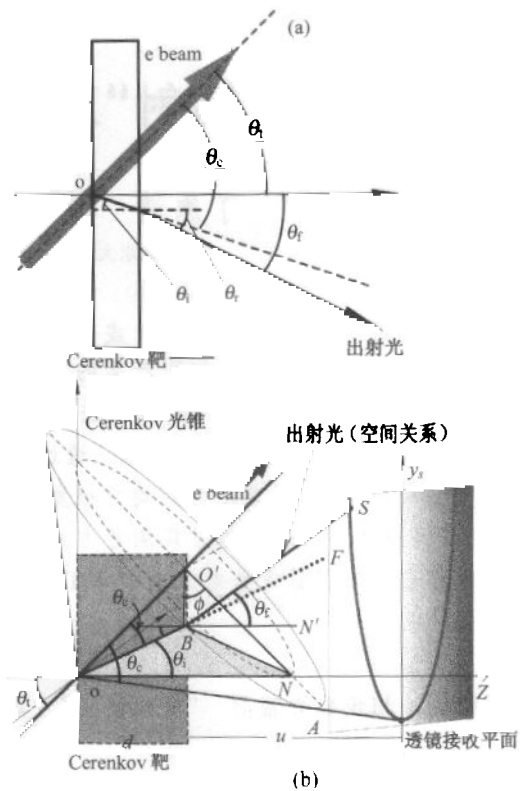


图 2 切伦科夫辐射的角度及投影关系

在得到观察角与电子束散角直接对应的关系之后, SANDIA 的做法是在切伦科夫靶附近装上 6 个不同角度的平面镜,如图 1 所示,在 6 个角度上得到切伦科夫光强的分布,即对应了 6 个散角的分布. 采用高斯拟合并考虑折射的因素,得到散角 RMS 值 σ_θ , 最后在已知束流半径 a 的情况下,得出 RMS 发

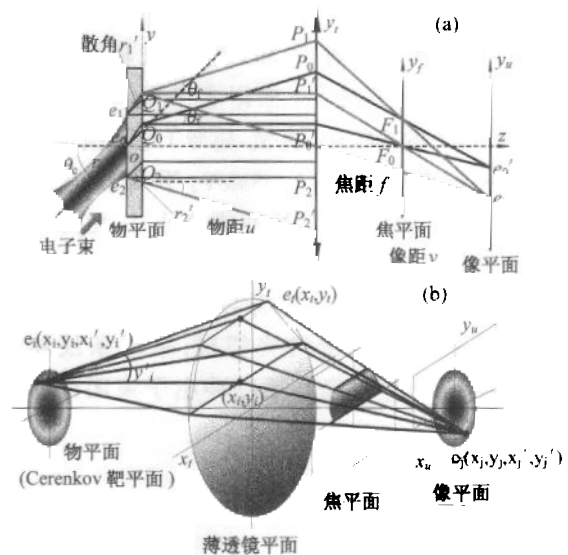


图 3 双成像法原理示意图

(a) 双成像的平面光路图; (b) 双成像的空间光路图.

射度: $\epsilon_{\text{RMS}} = 2\alpha\sigma_g^{[9]}$

事实上,利用光信息处理中透镜的傅立叶变换特性,在透镜焦平面可获得角发散信息.即,在主观观察角的方向上(z 轴)垂直放置一消色差的长焦距薄透镜(光心在 z 轴上),同样由几何光学可证明,对于物平面散角 θ 相同的光,它们在焦平面成的像都将汇聚到同一点,从而由焦平面的像,反过来可得到散角连续分布的信息.如图 3(a)所示: Q_0 和 Q_1 点发出的辐射光中,散角为 θ_i 的光线在焦平面中都汇聚在 F_1 点,并且在焦平面坐标系中有: $y_f = f \tan \theta_i$,小角近似如下:

$$y_f \approx f\theta_i. \quad (2)$$

考虑在靶介质出射面反射光与透射光强度之比

$$R = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)} = \frac{\tan^2[r' - \arcsin(n \sin r')]}{\tan^2[r' + \arcsin(n \sin r')]},$$

因此,在图像处理中,将像的光强还原成实际的电子束径向或散角的分布时需要乘上 $P = \frac{P_0}{1+R}$ 强度因子.

由于切伦科夫辐射是一个张角为 $2\theta_c$ 的光锥,在透镜平面上并非一个像斑点,而是一个两条形状一样的类似于二次曲线所围成的图形(相当于有一定厚度 d , d 为靶的厚度).其中心线由严格的数学推导(图 2(b)所示,利用空间解析几何)可得:

$$\begin{cases} x_i = x_i(\theta_c, \phi) = -\frac{u - d(1 + \cos\phi \tan\theta_c)}{\cot\theta_t \sqrt{\frac{(\cos\phi - \cot\theta_c)^2}{2\sin^2\phi} + 1}} - \frac{\sqrt{2}d\sin\phi \tan\theta_c}{\cot\theta_t \sqrt{\frac{(\cos\phi - \cot\theta_c)^2}{2\sin^2\phi} + 1}} \\ y_i = y_i(\theta_c, \phi) = \frac{u - d(1 + \cos\phi \tan\theta_c)}{\cot\theta_t \sqrt{\frac{(\cos\phi - \cot\theta_c)^2}{2\sin^2\phi} + 1}} + \frac{d(1 - \cos\phi \tan\theta_c)}{\cot\theta_t \sqrt{\frac{(\cos\phi - \cot\theta_c)^2}{2\sin^2\phi} + 1}} \end{cases} \quad (3)$$

其中 u 为靶到透镜的距离, ϕ 为曲线的变参数.当 $\theta_i \geq \theta_{\text{max}}$, $\theta_{\text{max}} = \arcsin(1/n) \approx 43.23^\circ$ 为全反射角,入射光在界面发生全反射.故 ϕ 的取值范围为: $\phi \leq$

$\frac{\sqrt{2}\cos\theta_{\text{max}} - \cos\theta_c}{\sin\theta_c} = 62.424^\circ$.即曲线方程的参数变化

范围大致为 $-60^\circ \leq \phi \leq 60^\circ$,约有 $\frac{2\phi}{360^\circ} \approx 35\%$ 的切伦科夫辐射可以从靶的出射面透射出来.

在 $u \gg d$ 时,若电子束能量 $W = 1.544\text{MeV}$,辐射介质折射率 $n = 1.46$,有 $\theta_c = 45^\circ$,则透镜平面曲线方程(3)可化简为抛物线:

$$y = \frac{1}{2u}(x - x_i)^2 + y_i,$$

x_i, y_i 为 e_i 点在物平面的坐标.

由后文推导可知,曲线方程(3)能否简化为抛物线对能否得出散角分布信息并无关系紧要.

电子束斜入射到切伦科夫靶平面,截面为椭圆面.束团中的每一个电子,激起的切伦科夫光在透镜平面上的投影均为“有一定厚度的抛物线”.对于发射度为 $1-10\pi\text{mm}\cdot\text{mrad}$,最大散角取为 5mrad ,透镜焦距 f 取 1000mm ,在焦平面可成 $10\text{mm} \times 10\text{mm}$ 的像.取 $D = 2f = 2000\text{mm}$,代入上述抛物线方程可知,在 CCD 相机的视野内,相当于只取了抛物线顶点附近非常窄的一段弧,基本上可视为直线段了.因此在图 3(b)中,切伦科夫靶出射平面上的点 e_i ,在理想电子(观察角 $\theta_i = 0$)的情况下,投射到透镜平面上的切伦科夫辐射光可视为一系列平行的直线段,在焦平面均汇聚到 $y_f = 0, -f \cdot R_f/D \leq x_f \leq f \cdot R_f/D$ 的直线段上.(其中 f 为薄透镜的焦距, R_f 为薄透镜的半径, R_f 的大小对成像面积有一定的限制.)对于 $\theta_i \neq 0$ 的电子,在焦平面成像的区域可由物平面上出射点的 4 个参数(x_i, y_i, x'_i, y'_i)惟一确定:

$$\begin{cases} y_f = f \tan(y'_i) \approx \\ f y'_i - \frac{f}{u} \{ [R_f^2 - (y_i + u \tan y'_i)^2]^{1/2} + x_i \} \\ \leq x_f \leq \frac{f}{u} \{ [R_f^2 - (y_i + D \tan y'_i)^2]^{1/2} + x_i \}. \end{cases}$$

方程中不出现 x'_i ,说明在焦平面只能得出 y 方向上散角 y' 的分布.事实上, x'_i 只能引起焦平面上图像的沿 x_f 方向平移,而“抛物线”(已近似成为直线段)在 x_f 方向的平移对图像强度分布的影响几乎可以忽略.因而焦平面成的像沿 y_f 方向强度分布在考虑折射的强度因子后恰恰反映出 y'_i 的分布.

另一方面,在理想透镜情况下,透镜像平面成像可反映出束流截面(图 3(b)),其图像强度分布即反映出束团径向电荷密度的分布.

因此,可从焦平面成像分析出电子 y' (y 方向散角)的分布,可从像平面上成像分析出电子的径向(x, y)分布. CCD 相机通过变焦距,分别选择在焦平面和像平面成像,通过图像分析,即可分别得出电子的散角和径向分布.根据数理统计理论,可由概率分布曲线计算出变量 X 的数学期望 $\langle x \rangle$ 及方差 $\langle x - \langle x \rangle \rangle^2$,由均方根发射度(RMS Emittance)定义及 RMS 发射度与坐标轴的取向无关^[10],有

$$\epsilon_{RMS} = 4[\langle(y - \langle y \rangle)^2 \rangle \langle(y' - \langle y' \rangle)^2 \rangle - \langle(y - \langle y \rangle)(y' - \langle y' \rangle)\rangle]^2]^{1/2}. \quad (4)$$

从而得到电子束的 RMS 发射度. 将像平面图像的所有象素点乘以相应的象素值(灰度), 在整个平面上进行积分, 还可得到束流的相对流强.

我们看到, 正是推出切伦科夫辐射的观察角与电子束散角有直接对应关系式(1)成立, 从而可以很方便地利用光学傅立叶变换特性, 在透镜焦平面获得散角信息. 而对于穿越辐射(OTR), 固然也能在焦平面得到包含散角的信息, 但其对应关系是由一个非常复杂的立体角积分式决定, 只能用拟合的方法推演出散角分布^[1]; 另一方面, 由于(2)式及光学成像关系, 相机的尺寸限制了直接在镜头的焦平面所成的像将很小, 无法从中分析出足够的信息, 这就是在光路上另外加一个消色散的长焦距透镜的必要.

3 束流发射度测量总体方案

如图 4, 根据电子束能量及靶介质的折射率求得 θ_c , 计算机控制步进电机使切伦科夫靶与束流中心线成 θ_c . CCD 相机带有变焦距的镜头, 分别选择在薄透镜的焦平面和像平面位置成像, 并由图像采集卡传到计算机. 最后由束流诊断程序实时显示出焦平面和像平面成的图像, 计算出 RMS 发射度. 加入四极磁铁是为了将“双成像法”测量结果与“三梯度法”进行比较.

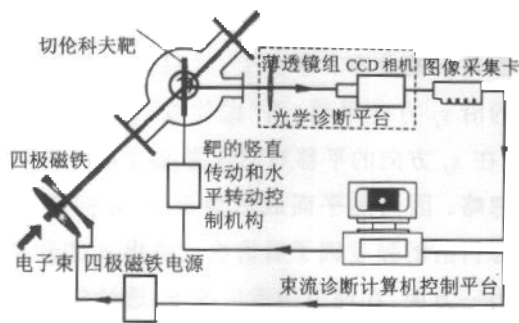


图 4 束流发射度测量装置示意图

4 计算机模拟结果

根据设计参数, 电子束能量 $E = 2\text{MeV}$, 90% 均方根发射度为 $10\pi\text{mm} \cdot \text{mrad}$. 取靶(超高纯熔石英)厚度 $d = 1\text{mm}$, 折射率 $n = 1.46$, 相应的切伦科夫角 $\theta_c = 45.7^\circ$, 透镜平面距离靶 $D = 50\text{mm}$ (为显示其中抛物线的特性, D 特意取得较小, 实验中 D 为

2000mm). 假定束团电荷密度和散角均呈高斯分布, 由上述理论分析, 用计算机模拟成像, 得到焦平面图像为图 5(a), 像平面成像为图 5(b). 进行图像处理, 得到沿图中点划线的强度分布的图(c), (d)(其中 x 为距离坐标, y 为对应点的象素值, 取值范围 0—255, 进行归一化处理后即对应其概率分布曲线), 以及在整个成像平面强度分布图(e), (f). 由 RMS 发射度定义(3)式及数理统计中数学期望和方差计算公式: $\langle x \rangle = E(X) = \sum x_i p_i$, $\sigma^2 = D(X) = \sum [x_i - E(X)]^2 p_i$, 得到计算结果, (见表 1).

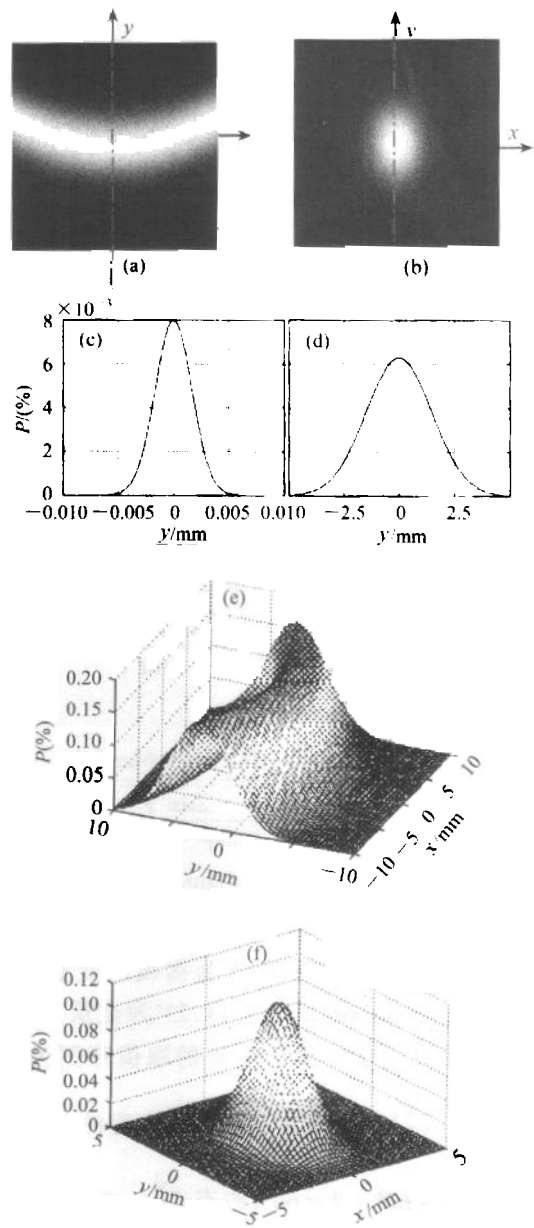


图 5 高斯分布假设下的双成像图像分析

由此可见, 在理想条件下, 本例中“双成像”算法所得结果与设定值相差小于 2%. (此误差主要来自

自于小角近似、二次曲线的直线近似、坐标的换算、象素分析以及数值计算等)。

表 1

$\langle y \rangle / \text{mm}$	σ_y / mm	$\langle y' \rangle / \text{mrad}$	$\sigma_{y'} / \text{mrad}$	$\epsilon_{\text{RMS}} / (\pi \text{mm} \cdot \text{mrad})$	$ \epsilon_{\text{RMS}} - \epsilon_{\text{设定}} / \epsilon_{\text{设定}}$
4.7258	1.4840	6.6821	1.6624	9.8682	0.0132

事实上,束流形状可能并不规则,如焦平面、像平面图像分别为图 6(a),(b)(虚拟的图像,在实际的实验中 CCD 相机获得真实图像后,将它们替换下来即可)。通过同样的图像处理过程得到(c),(d),(e),(f)图。

计算结果(见表 2)。

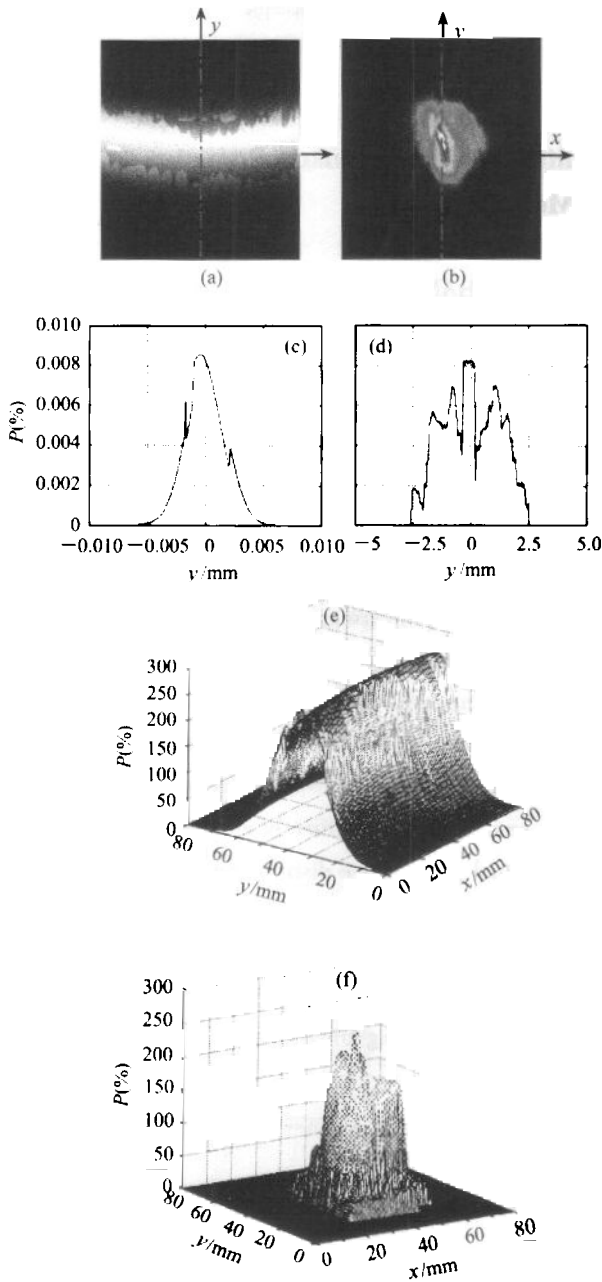


图 6 极不规则束流的双成像图像分析

表 2

$\langle y \rangle / \text{mm}$	σ_y / mm	$\langle y' \rangle / \text{mrad}$	$\sigma_{y'} / \text{mrad}$	$\epsilon_{\text{RMS}} / (\pi \text{mm} \cdot \text{mrad})$
4.4659	1.2018	6.5965	1.6790	6.5827

在此例中,束流形状及散角分布极不规则,利用“双成像法”仍然能较准确地得到均方根发射度。但如果采用基于相空间为椭圆和电荷密度高斯分布假设的其他测量方法,必然会引入较大的系统误差。

5 总结

通过模拟实验发现,在理想的实验条件下,“双成像法”测量原理及图像处理程序本身带来的误差不会超过 5%。在实际测量时,电子束能散、背景光(穿越辐射、X 射线、自然光等)、CCD 成像位置的偏差、以及切伦科夫角的预设等都将带来一定的误差。对于能散,由切伦科夫角和电子束能量的微分关系,电子束能量为 3MeV ($\beta = 0.9894$) 时,2% 的能散引起的 $\Delta\theta_c$ 小于 0.04%, 在 30MeV ($\beta = 0.9997$) 时,小于 0.0007%。而对于非相对论电子束,如 $T = 300\text{keV}$ ($\beta = 0.7765$), 2% 的能散引起的 $\Delta\theta_c$ 为 1.9%。因此,该方法更适合于高能电子束的测量;对于背景光的处理,可以利用切伦科夫辐射是偏振光的性质,加入偏振片,将背景光的影响减少一半。另外,背景光的影响对整个成像平面是均匀的,设计图像处理程序时对其扣除本底和进行归一化处理,尽可能消除背景光的噪音。实验前在薄透镜光路上设置像平面和焦平面参考物(如十字叉丝),判断并记录成像最清晰时的两个焦距值,可进一步减少误差。

理论分析和计算机模拟结果表明,切伦科夫辐射“双成像法”直接测量电子束发射度的方法是切实可行的,测量装置较美国 SANDIA 国家实验室大为简化,并得到更高的测量精确和更广的适用范围。该方法对束流相空间无需任何假设,无需假定束团电荷密度及散角的高斯分布,无需借助四极透镜的“三梯度法”,由均方根发射度的定义,通过图像处理,可直接得到任意形状束流的束流剖面、均方根发射度和相对流强。实际测量实验正在进行之中。

在本工作过程中,中国科学院高能物理所研究员、北京大学客座教授庄杰佳对切伦科夫辐射的有关问题提供了许多指导和帮助,本组的谢大林高级工程师设计了测束的机械传动装置,在此一并致谢。

参考文献 (References)

- 1 Pamela Kung, Lihn, Hung-Chi Helmut Wiedemann. *Phys. Rev. Lett.*, 1994, **73**(7):967—970
- 2 Maruyama X K, Reighbours J R et al. *IEEE Transaction on Nuclear Science*, 1985, **NS-32**(5):1994—1996
- 3 ZHAO K, QUAN S W, LU X Y et al. Research On Peking University Superconducting Accelerator Facility (PKU-SCAF). In: *Proc. of the PAC. Chicago*, 2001, 2426—2428
- 4 HU Yan-Le, ZHAO Kui, CHEN Jia-Er et al. *HEP & NP*, 2001, **25**(8):787—792 (in Chinese)
(胡岩乐, 赵夔, 陈佳洱等. *高能物理与核物理*, 2001, **25**(8):787—792)
- 5 ZHAO Kui, HAO Jian-Kui, HU Yan-Le et al. *Nucl. Instr. & Meth. In Phys. Res.*, 2001, **A475**:564—568
- 6 CAO Zhong, LIU Wei-Ren, WANG Li-Lie et al. *High Power and Particle Beams*, 1992, **4**(4):501—508 (in Chinese)
(曹忠, 刘慰仁, 王力列等. *强激光与粒子束*, 1992, **4**(4):501—508)
- 7 Anderson S G, Rosenzweig J B, Lesage G P et al. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 2002, **5**:014201
- 8 Richardson R D, Platt R C, Crist C E. *Particle Accelerator Conference*, 1993, **3**:2456—2458
- 9 Lapostolle P M. *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 1971, **NS-18**, 1105
- 10 Stanley Humphries, Jr. *Charged Particle Beams*. Beijing: Atomic Energy Press, 1999, 57 (in Chinese)
(小斯坦利·汉弗莱斯. *带电粒子束*. 赵夔等译. 北京:原子能出版社, 1999. 57)
- 11 Feldman R B, Lumpkin A H, Rule D W et al. *Nucl. Instr. & Meth. In Phys. Res.*, 1990, **A296**:193—198

A New Measurement of Electron Beam Emittance with Cerenkov Radiation “Double Imaging” Method

GU An-Jia¹⁾ DING Yuan-Tao ZHAO Kui ZHANG Bao-Cheng
QUAN Sheng-Wen LU Xiang-Yang CHEN Jia-Er
(Institute of Heavy Ion Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract A new way in electron beam emittance measurement with Cerenkov radiation “double imaging” method is proposed in this paper. In the standard emittance measurements with optical diagnostics such as Cerenkov radiation, OTR (Optical Transition Radiation), fluorescence screen or BMP (beam profile monitor) etc., the emittance is indirectly calculated through quadrupole-scanning technique, with the prior assumption that the beam phase space density distribution is ellipse, which will certainly induce systematic error when the beam profile is quite irregular or the space-charge effects can not be omitted. In proposed method, the Cerenkov radiation pass through a 1-meter focal-length thin convex lens, and a CCD camera is used to capture two images of Cerenkov radiation at the focal plane and at the image plane of the lens respectively. Then, with image processing technique, we acquire the angular divergence information of the electron beam from the image of the focal plane and the radial distribution information from the image of the image plane, which we call Cerenkov radiation “double imaging” method. Therefore, the emittance can be directly attained according to the definition of the RMS emittance. By this method, we can measure the actual phase space distributions without making any prior assumptions about the density distributions. Compared with other general measurements, this “double imaging” method has advantages of simpler equipment, higher precision and wider application. This paper also presents the computer simulation results of emittance measurement on the DC-SC (DC-Superconducting) photocathode injector of PKU-SCAF (Peking University Superconducting Accelerator Facility) being built at Peking University.

Key words Cerenkov radiation, “double imaging” method, RMS emittance, image processing, computer simulation

Received 25 March 2002

* Supported by NSFC (10075006, 19985001)

1) E-mail: ajgu@pku.edu.cn