

预平衡反应多步复合理论和复合核反应理论的统一表示^{*}

苏宗涤¹ 李保现¹ 阿不都许库尔¹ 曹天光¹ 王书暖¹
张本爱² 刘建峰³ 黄忠甫⁴ 朱耀银⁵ 李志文⁵

1(中国原子能科学研究院 北京 102413)

2(北京应用物理与计算数学研究所 北京 100088)

3(郑州大学物理系 郑州 450004)

4(广西大学物理系 南宁 530004)

5(吉林大学物理系 长春 130023)

摘要 将 Feshbach-Kerman-Koonin(FKK)量子多步复合(MSC)理论推广至核子自旋为 1/2,靶核自旋任意,在 $j-j$ 表象严格处理角动量耦合,得到自旋为 1/2 的 FKK-MSC 公式.进一步用光学模型吸收代替门态强度函数,以及用复合核衰变宽度代替平衡态的逃逸宽度,给出了 FKK-MSC 理论与复合核反应 Hauser-Feshbach 模型(HFM)的一个统一表达式.这一公式将 MSC 和 HFM 与光学模型相联系,对核反应给出自治和一致的描述.利用上述工作对一些典型的核反应实验进行了初步地分析,计算结果合理,与实验数据符合尚好.

关键词 预平衡反应 多步复合理论 复合核反应理论

1 引言

以能谱“硬尾”、角分布“前倾”为特征的预平衡核反应现象的观测,丰富了人们对核反应机制的了解.描述预平衡发射的理论大致分为经典和量子两类模型.经典模型可追溯到 Griffin 的预平衡核反应研究的开创性工作——激子模型(EXM)^[1]. EXM 用费米面上的粒子数 p 和费米面下的空穴数 h 之和,即激子数 $N = p + h$ 表征反应过程的中间态,这些中间态上的粒子发射可再现预平衡核反应的主要特征.此后 EXM 又有许多改进和发展.由于物理图像清晰和计算简单,至今仍广泛应用于分析实验结果及评价中子和带电粒子反应数据,这些数据有重要应用价值.但是,EXM 在理论基础和实际应用中都存在本质性缺陷,难与传统的核反应模型理论——光学模型(OM)、直接反应(DR)理论、复合核(CN)反应

理论等对核反应给予完整、自治和一致的描写.

(1) EXM 是经典的,用不同激子态的分布函数 $P(N, t)$ 满足主方程得到各种粒子发射的截面.它与基于量子散射 S 矩阵理论的 OM, DR 和 CN 理论的基础不同.

(2) 由于复合核 Hauser-Feshbach 模型(HFM)和 EXM 都有局限性,应用模型理论计算一定能区的反应截面时,对较低入射能量需用 HFM,而稍高入射能量为描写预平衡发射又采用 EXM.但是两者缺少互容性及有限激子数的激子态密度与能级密度间的差异^[2],导致两种模型计算结果的不一致和激发曲线的不连续.

基于核反应理论的发展和应用的需要,发展了以量子理论为基础的预平衡反应理论.其中最著名的有 Weidenmüller 及合作者提出的无规位相理论^[3]和量子多步直接理论^[4]、Feshbach, Kerman 和 Koonin

2002-09-03 收稿

* 国家自然科学基金(19975072)和中国工程物理研究院基金(97021)资助

的量子多步统计(FKK)理论^[5,6], Tamura, Udagawa 和 Lenske 量子多步直接理论^[7]。由于 FKK 理论和传统的核反应模型理论有共同基础和可包容的联系,因此选作预平衡反应研究的基本模型框架,本文以实际应用为目的改进和完善 FKK 理论中的多步复合(MSC)理论,给出与 HFM 统一的表示式,并能和 O 一道对核反应作 HFM 及 MSC 理论的自洽和一致的分析。虽然 MSC 理论还仅能描述部分预平衡反应现象,仍可应用于分析能谱高能部分的偏离,但角分布仍为 90° 对称的实验现象,对 FKK 理论中的多步直接(MSD)理论的研究将另文讨论。

2 FKK 多步复合理论

FKK 理论利用投影算符将反应空间分为图 1 所示: P 及 Q 两个正交、互补的空间, P 空间至少有一个粒子处于连续态,称为散射态(或开道)空间,而 Q 空间为准束缚态(或闭道)空间,所有粒子都处于束缚态。按照由简单到复杂将其作链划分

$$P = \sum_{\nu} P_{\nu}, \quad Q = \sum_{n} Q_n. \quad (1)$$

与 EXM 类似, P 链 P_{ν} ($\nu = 0, 1, \dots$) 和 Q 链 Q_n ($n = 1, 2, \dots$) 子空间用入射粒子和靶核子相互作用激发由粒子-空穴 $\lambda_1: 1\nu, 2p1n, 3p2n, \dots$, 分别表示反应过程的中间态(即步)。预平衡发射可直接发射于 P 链的每一步,角分布前倾,为 MSD 过程。也可间接发生于 Q 链并通过与 P 链的耦合发射,为 MSC 过程角分布前后对称。

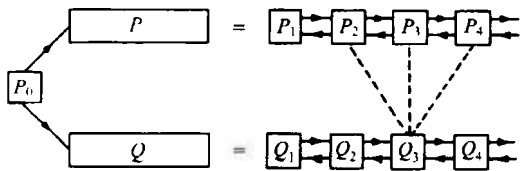


图 1 核反应的多步描写

在 MSC 过程中,利用链式假定和无规位相近似, $a(A, B)b$ 反应涨落截面表示为

$$\langle \sigma_{a,b}^{flu} \rangle = \sum_{n=1}^r \sigma_{a,b}^{flu(n)}, \quad (2)$$

求和上限截止到平衡态子空间—— Q_r 子空间(也称为 r 空间)。为了简化公式和计算,文献[5]进一步假定:核子(含入射及出射粒子)视为自旋为 0 的同一粒子和靶核自旋为 0, 即 $i = i' = I = 0$ 。最后得到在 L_s 表象中 FKK 理论 MSC 过程的双微分截面公式

$$\frac{d^2 \sigma_{a,b}^{flu}}{d\Omega dU} = \pi \lambda_i^2 \sum_J (2J+1) 2\pi \frac{\langle \Gamma_1^J(E) \rangle}{\langle D_1^J \rangle} \times \sum_{n=1}^r \left(\prod_{m=1}^{n-1} \frac{\langle \Gamma_m^{J'}(E) \rangle}{\langle \Gamma_m^J(E) \rangle} \right) \times \left[\sum_{l=0}^{n-1} \sum_{l'l} B_{r'l}^{ll'} P_l(\cos\theta) \frac{\langle \Gamma_{n'}^{J'}(U) \rho_{l'}^J(U) \rangle}{\langle \Gamma_n^J(E) \rangle} \right], \quad (3)$$

$$\text{式中 } B_{r'l}^{ll'} = \frac{(-1)^{l'}}{4\pi} (2l'+1)(2J+1)^2 C_{j_0 j_0}^{l_0} C_{r' 0 r_0}^{l_0} \cdot W(l' J l' J; s' L) \quad (4)$$

与 HFM 相同,为上述简化假定下的几何因子。其中 $C_{j_0 j_0}^{l_0}$ 为 Clebsch-Gordan 系数, $W(l' J l' J; s' L)$ 为 Racah 系数,入射道自旋 $s = 0, l = J$, 出射道自旋 $s' = l'$ (剩余核自旋), $J = s' + l'$, 且 L 仅取偶数,即角分布为 90° 对称。式(3)中

$$\langle \Gamma_n^J(E) \rangle = \langle \Gamma_n^{J'}(E) \rangle + \sum_{n'=1}^{n-1} \sum_{l'} \int_0^{E-B_0} \langle \Gamma_{n'}^{J'}(U) \rho_{l'}^J(U) \rangle dU, \quad (5)$$

B_0 为 b 粒子结合能。(5)式左边、右边第 1 和第 2 项分别依次是 Q_n 子空间具有角动量 J 的平均总宽度(TW)、平均衰减宽度(DW)和平均逃逸宽度(EW)。 $\rho_{l'}^J(U)$ 为 P_{ν} 空间激发能为 U , 道自旋为 s' 的态密度。由于态密度可近似地分成与角动量和能量有关的两部分,因此 DW 和 EW 也可分成相关的两部分:
 $\langle \Gamma_n^{J'}(E) \rangle = X_n^{n+2J'} \cdot Y_n^{n+2J'}(E)$, (无返回近似)

$$\langle \Gamma_{n'}^{J'}(U) \rho_{l'}^J(U) \rangle = X_{n'}^{n'+2J'} \cdot Y_n^{n+2J'}(U), \quad (6)$$

$$(\nu = n, n \pm 1) \quad (7)$$

式中 E 为复合系统总能量, X 函数与初、末态角动量有关,包含角动量耦合系数和跃迁矩阵元的径向积分等。其中,发射粒子波函数用光学模型波函数,束缚单粒子波函数取可激发单粒子,单空穴态的谐振子波函数,剩余相互作用为 2 体零程相互作用:

$$V(r_1, r_2) = V_0(4\pi r_0^3/3) \delta(r_1 - r_2), \quad (8)$$

Y 函数给出跃迁可达到的相空间的大小,由初、末组态的态密度决定,通常用激子态密度计算。文献[8]已列出 X 和 Y 函数的表达式,这里略去这些繁琐的公式。

公式(3)中 MSC 过程的反应截面等于 $n = 1, \dots, r$ 步的反应截面之和,而每一步由 3 个因子组成:其一,门态强度函数 $2\pi \langle \Gamma_1^J \rangle / \langle D_1^J \rangle$ 表示从入射道跃迁到 Q_1 (门态)形成复合系统的几率。 $\langle \Gamma_1^J \rangle$ 用类似计算 EW 方法计算,而 $\langle D_1^J \rangle$ 为具有角动量为 J 的 $2p1h$ 束缚态

密度的倒数. 因此在计算时, 需输入剩余相互作用强度参数 V_0 . 其二, 衰减因子 $\prod_{m=1}^{n-1} \langle \Gamma_m^{j'} \rangle / \langle \Gamma_m^j \rangle$ 表示未被发射跃迁到 Q_n 的几率. 其三是由 Q_n 发射至 P_n ($\nu = n, n \pm 1$) 的几率 $\langle \Gamma_{m'}^{j'} \rho_n^j \rangle / \langle \Gamma_m^j \rangle$. 因 Q_r 是最后的子空间, $\langle \Gamma_r^{j'} \rangle = 0, \langle \Gamma_r^j \rangle = \sum_{f \in \nu} \langle \Gamma_{m'}^{j'} \rho_n^j \rangle$. 由此得到形式上与 HFM 相似的第 r 步的反应截面, 只是复合核吸收截面

$$\pi \lambda_i^2 T_i^j = \pi \lambda_i^2 (2\pi \langle \Gamma_i^j \rangle / \langle D_i^j \rangle) \prod_{m=1}^{r-1} \langle \Gamma_m^{j'} \rangle / \langle \Gamma_m^j \rangle \quad (9)$$

较 HFM 多一衰减因子. 若入射能量较低, 或预平衡粒子发射可忽略时, 衰减因子应为 1, 此时不仅形式而且计算结果都应与 HFM 一致. 但是, r 空间的粒子发射宽度用 P_r 空间态密度 $\rho_r^j(U)$ 表示, 前面已指出它不能再现复合核反应蒸发谱的特征.

3 FKK 多步复合理论的改进

上面讨论了 FKK-MSc 理论, 这里从实际应用需要出发作了如下的改进:

原 MSc 理论将核子和靶核的自旋均视为 0, 在 l - s 表象下导出双微分截面公式, 式(4)所示的几何因子和各种跃迁宽度中的 X 函数. 本工作首先将原 FKK 公式推广至核子自旋为 1/2, 靶核自旋 l 任意, 在 j - j 表象严格处理角动量耦合, 得到了 MSc 理论的双微分截面公式和 X 函数. 其中几何因子与 HFM 一致, 写为^[9]

$$B_{ll', rj'r'}^{ll} = \frac{(-1)^{2j+2j'+2j-l-l'-i-i'-f}}{4\pi(2i+1)(2l+1)} (2l+1)(2j+1) \cdot (2l'+1)(2j'+1)(2J+1)^2 C_{l0l0}^{l0} \cdot W(lj; iL) W(jj'J; iL) \cdot C_{r0r0}^{l0} W(l'j'l'j'; i'L) W(j'J'J; i'L), \quad (10)$$

当 $i = i' = 1/2$ 时, 能简化为方便的递推公式^[10]. 此外, DW 仅为束缚组态之间的跃迁, 其中单粒子的激发能应小于粒子结合能, 空穴能量应小于费米能, 因此 Y 函数选用受限制的态密度公式^[11] 更合理. 改进后的 X 函数和 Y 函数的表达式较冗长, 就不列出.

在原 FKK 理论中, 门态强度函数的计算需依赖于剩余相互作用. 而在传统核反应理论中, OM 描述核反应第一阶段, 给出势弹性散射截面和吸收形成复合系统的截面. 就此而言两者有相同意义, 可用描写复合系统形成截面的 OM 穿透系数 T_i^j 表示,

即

$$\pi \lambda_i^2 T_i^j \longrightarrow \pi \lambda_i^2 (2\pi \langle \Gamma_i^j \rangle / \langle D_i^j \rangle),$$

这样, MSc 理论与 OM 相联系, 并和 HFM 一致, 计算时勿需增加新的输入参数.

r 空间标志复合核形成 ($\langle \Gamma_r^{j'} \rangle = 0$), 且细致平衡原理适用, 其末态 f 的逃逸宽度 $\langle \Gamma_{m'}^{j'} \rho_n^j \rangle$ 和总宽度 $\langle \Gamma_r^j \rangle$ 用 HFM 的衰变分宽度和总宽度 T^j 表示是合理的, 即

$$T_i^j \rho_i^{j'}(U_i) \longrightarrow \langle \Gamma_{m'}^{j'} \rho_n^j \rangle$$

$$\text{和 } T^j = \sum_f \int T_i^j \rho_i^{j'}(U_i) dU_i \longrightarrow \langle \Gamma_r^j(E) \rangle,$$

这里 T_i^j 为出射道 f 的光学模型 T 因子, $\rho_i^{j'}(U)$ 为相应剩余核的能级密度. 还需注意, 此时与 HFM 的差别只是用 r 空间的形成代替光学模型吸收, 即

$$\pi \lambda_i^2 T_i^j \prod_{k=m}^{r-1} \langle \Gamma_k^{j'} \rangle / \langle \Gamma_k^j \rangle \longrightarrow \pi \lambda_i^2 T_i^j.$$

经过上述改进后, 含 MSc 理论和 HFM 的双微分截面统一公式为

$$\frac{d^2 \sigma_{a,b}}{dU_b d\Omega} = \pi \lambda_a^2 \sum_{L, l, l'} B_{ll', rj'r'}^{ll} P_l(\cos \theta) T_{ab}^j \cdot \left\{ \sum_{n=1}^{r-1} \left(\prod_{m=1}^{n-1} \frac{\langle \Gamma_m^{j'}(E) \rangle}{\langle \Gamma_m^j(E) \rangle} \right) \sum_{f \in n-1} \frac{\langle \Gamma_{m'}^{j'}(E) \rho_n^{j'}(U_b) \rangle}{\langle \Gamma_n^j(E) \rangle} + \left(\prod_{m=1}^{r-1} \frac{\langle \Gamma_m^{j'}(E) \rangle}{\langle \Gamma_m^j(E) \rangle} \right) \frac{T_{rj'r'}^j \rho_r^{j'}(U_r)}{T^j} \right\}, \quad (11)$$

式中第一项为 $n=1, \dots, r-1$ 步预平衡 MSc 过程的发射, 给出能谱的硬尾部分, 第二项描述平衡态 CN 的发射, 典型的蒸发谱. 相同的几何因子决定了角分布有相同的特点.

4 结果和讨论

本文首先将文献[5]推广应用于核子自旋为 1/2, 靶核自旋任意, 在 j - j 表象得到了 $i=1/2$ 的 FKK-MSc 公式. 其次与 HFM 一样, 将门态复合系统形成几率用光学模型给出, 而 r 空间的发射用 CN 发射表示, 得到了自洽和一致描述 MSc 反应和 CN 反应的统一公式. 该式将 MSc 理论和 HFM 与 OM 联系在一起, 勿需增加新的参数, 给出的各种反应截面与传统核反应理论一致. 若入射能量较低或预平衡发射可忽略, 其形式和结果与 HFM 都完全一样. 式(11)容易推广应用于剩余核为分立能级的情况和考虑宽度涨落修正等, 这些效应在较低入射能量的 CN 反应计算中非常重要.

利用本文模型对入射能量为十几 MeV 的典型

核反应进行了分析. 计算中选用普适光学模型参数和通用的能级密度(含态密度)参数, 而未作任何调整. 在计算 EW 和 DW 的 X 函数跃迁矩阵元时, 通常视入射能量和粒子束缚能的大小由 Nilsson 能级上选取靶核 Fermi 面上和下的相关单粒子和单空穴态作为预平衡可能的中间态(激发的粒子-空穴对). 这些束缚单粒子或单空穴态选作各种跃迁过程的可能初末态, 而它们的谐振子波函数 U_{j_1}, U_{j_2} 和 U_{j_3} 还用于计算径向积分:

$$I_i = \frac{4\pi}{3} V_0 r_0^3 \cdot \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi U_{j_1} U_{j_2} U_{j_3} \frac{dr}{r^2},$$

$i = \text{EW, DW} \quad (12)$

式中的 U_i , 对 I_{EW} 取光学模型波函数, 而对 I_{DW} 同上取它们的谐振子波函数. 首先应用(11)式计算双微分截面, 可直接得到分角度能谱和不同出射能量的角分布. 在研究能区, 计算的不同角度的能谱与角度近似无关, 各个出射能量的角分布近乎各向同性. 这与入射能量很低(仅含 s 波)和较高(包含足够的分波)时的 HFM 的双微分截面计算结果一致^[12]. 其次, 将双微分截面数据对角度部分积分得到出射粒子能谱. 由于分角度能谱的谱形与角度近似无关, 所以能谱的谱形与分角度能谱相似. 为了和实验结果作比较, 图 2 选取了 14 MeV 的 $^{93}\text{Nb}(n, n)$ 反应的能谱的分析结果. 图中分别给出预平衡反应 MSC 过程前 3 步, 总的 MSC, r 子空间(CN), 以及总能谱的计算结果. MSC 部分(特别是头 2 步)能再现预平衡发射能谱的基本特点, 给出能谱的硬尾部分. r 子空间的能谱为典型的蒸发谱, 主要对能谱低能端有贡献. 在研究的能区, 计算的 EW 和能谱随着步数 n 的增加而急剧减少, 第 3 步的值仅为第 1 步的 1/10, 而 $\langle \Gamma_n' \rangle / \langle \Gamma_n \rangle$ 值随 n 增加很快趋于 1, 对于

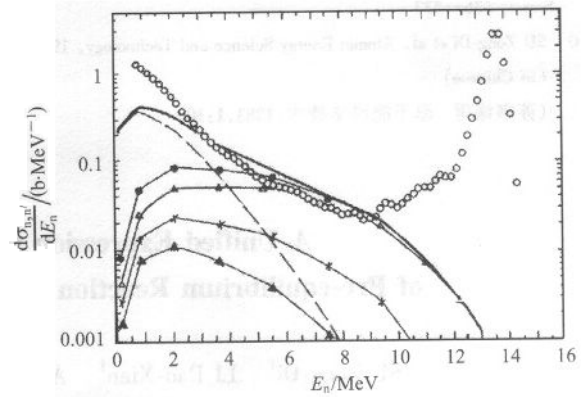


图 2 14 MeV $^{93}\text{Nb}(n, n')$ 反应能谱

○—实验值, ——计算总能谱,
 ---CN 过程发射, -·-·- MSC 过程发射,
 —△—MSC 过程第 1 步发射, —×—MSC 过程第 2 步发射,
 —▲—MSC 过程第 3 步发射.

$n = 3$ 其值可达 0.96. 上述结果表明, 在 MSC 理论计算中截止步数取为 3 引起的误差可忽略. 此外, 目前的模型不区分中子和质子, 忽略了 $(n, p), (n, 2n), (n, np)$ 等对计算结果有影响的反应道. 上述物理因素导致计算能谱在出射能量 1 MeV 附近比实验偏低, 出射能量为 4—9 MeV 的能区又偏高, 而谱的高能端还应补充弹性散射和分离能级直接非弹的贡献. 总之, 上述模型是一可行的方法, 计算结果合理, 总体上和实验符合尚好.

尚需指出, 作为低能核反应的整体理论框架而言本文是极其初步的, 还有大量工作要做. 例如, 预平衡反应 MSD 过程的描述, P 和 Q 空间的耦合, 区分中子和质子的二分量预平衡发射理论, 二次粒子、复杂粒子和 γ 光子发射的预平衡描述等问题都正在作进一步研究, 将在以后的文章中陆续讨论.

参考文献 (References)

- 1 Griffin J J. Phys. Rev. Lett., 1966, **17**:478; Phys. Lett., 1967, **B24**:5
- 2 ZHUO Yi-Zhong, SU Zong-Di. Fermi Gas Model of Nuclear Level Density. ed. by Chinese Nuclear Data Center, Collected Works of Nuclear Reaction Theoretical Methods and Applications. Beijing: Atomic Energy Press, 1980. 292—319 (in Chinese)
 (卓益忠, 苏宗涤. 核能级密度的费米气模型. 中国核数据中心编: 核反应理论方法及应用文集. 北京: 原子能出版社, 1980. 292—319)
- 3 Agassi D, Weidenmüller H A. Phys. Lett., 1975, **B56**: 305; Phys. Rep., 1975, **C22**: 147
- 4 Nishioka H, Weidenmüller H A, Yoshida S. Ann. Phys., 1988, **183**: 166
- 5 Feshbach H, Kerman A, Koonin S. Ann. Phys., 1980, **125**:429
- 6 Feshbach H. Ann. Phys., 1985, **159**:150; 1985, **164**:398
- 7 Tamura T, Udagawa T, Lenske H. Phys. Rev., 1982, **C26**: 379
- 8 Bonetti R, Chadwick M B, Hodgson P E et al. Phys. Rep., 1991, **202**:171
- 9 SU Zong-Di, LI Bao-Xian. The Development of FKK Multistep Compound Reaction Theory. ed. by Dickens J K. Proc. of Int'l. Conf. on Nucl. Data for Science and Technology. Illinois USA: American Nuclear

- Society 436—437
- 10 SU Zong-Di et al. Atomic Energy Science and Technology, 1983, 1:10
(in Chinese)
(苏宗涤等. 原子能科学技术, 1983, 1:10)
- 11 Oblozinsky P. Nucl. Phys., 1986, A453:127
- 12 LI Cha, SU Zong-Di. Chinese J. Nucl. Phys., 1984, 6:264 (in Chinese)
(李茶, 苏宗涤. 原子核物理, 1984, 6:264)

A Unified Expression for Multistep Compound Theory of Pre-equilibrium Reaction and Compound Nucleus Reaction Theory

SU Zong-Di¹ LI Bao-Xian¹ Abdurixit¹ CAO Tian-Guang¹ WANG Shu-Nuan¹
ZHANG Ben-Ai² LIU Jian-Feng³ HUANG Zhong-Fu⁴ ZHU Yao-Yin⁵ LI Zhi-Wen⁵

1(China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413, China)

2(Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100088, China)

3(Department of Physics, Zhengzhou University, Zhengzhou 450004, China)

4(Department of Physics, Guangxi University, Nanning 530004, China)

5(Department of Physics, Jilin University, Changchun 130023, China)

Abstract The Feshbach-Kerman-Koonin multistep compound theory (MSC) of the pre-equilibrium reaction is further improved and perfected. The nucleon is treated as a spin-half particle, target nucleus is allowed to a non-zero spin and the angular momentum coupling is treated rigorously. The expressions of the double-differential cross section and transition matrix elements are obtained in j - j representation. The strength function of doorway state is replaced by optical model absorption, and the escape width is replaced by decay width of Hauser-Feshbach model (HFM) in the r -space where full equilibrium has been established. A unified expression for MSC of pre-equilibrium reaction and HFM of compound nucleus reaction is presented. This formula can integrate MSC and HFM with the optical model and can give self-consistent and uniform description for nuclear reaction. Some typical data are analyzed by using the work mentioned above. The calculated results are reasonable and in good agreement with the experimental data.

Key words pre-equilibrium reaction, multistep compound theory, compound nucleus reaction theory

Received 3 September 2002

* Supported by National Natural Science Foundation of China (19975072), Foundation of China Academy of Engineering Physics (97021)