

$\omega\bar{N}N$ 强相互作用的核物质系统 在高温下的介电性质*

王莉敏 李家荣

(华中师范大学粒子物理研究所 武汉 430079)

摘要 从 QHD-1 场方程出发,用动力论的方法计算得到 $\omega\bar{N}N$ 强相互作用的核物质系统的介电函数,并具体分析了在高温下介电函数的特征及其物理背景.

关键词 核物质 QHD-1 模型 介电函数 动力论

1 引言

核物质的介电性质是当前高能物理的研究热点.目前集中的研究内容之一是介质中场的性质^[1-3],分析它和真空中场的不同.在核物质中,传播核子间强相互作用的场是介子场. ω 介子场就是其中的一种,是一种有质量的矢量场,注意到其场张量类似于电磁场,也包括“电场”分量和“磁场”分量.因而类比电磁学,文献中常引入介电函数来描述核物质中的 ω 介子场的电分量的介电效应.

在以往的研究中,有两种方法来求解介电函数.一种是温度场论的方法,从拉氏量出发,通过求自能来得到介电函数;另一种是动力论的方法,从动力论方程出发,通过分布函数的求解得到介电函数.在温度场论的框架下,矢量介子质量为零(相应的有 QED 中的光子场和 QCD 中的胶子场)时,物质系统(电磁等离子体和夸克物质)的介电函数在硬热圈近似下已有相当多的讨论^[4-7],也有文献^[1]根据天体物理的需要讨论过在零温高密时核物质的介电函数.随着高能重离子碰撞实验的进展,在实验室能够生成高温核物质,因而讨论高温下核物质的介电函数成为有实际意义的课题.本文是在动力论的框架下,讨论由 $\omega\bar{N}N$ 强相互作用构成的核子系统在高温时的介电函数,并分析其具体物理图像.

2 在动力论框架下,基于 QHD-1 模型的计算

动力论是描述多粒子系统的一种统计理论^[8,9].动力论的基本方程是系统中的单粒子分布函数所满足的方程和与其相耦合的场方程.对于核物质,如果其成分粒子间的动力学只讨论矢量介子和核子的耦合,则系统的动力论方程为

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \dot{\mathbf{p}} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = 0, \quad (1)$$

$$\partial_\nu F^{\mu\nu} + m_\omega^2 V^\mu = j^\mu, \quad (2)$$

(1)式是核物质中核子分布函数 $f(\mathbf{r}; \mathbf{p}; t)$ 所满足的 Vlasov 方程,其中 \mathbf{v} 为核子的运动速度, $\dot{\mathbf{p}}$ 为核子在平均场中受到的力.(2)式是核物质中矢量介子的平均场方程,其中 $F^{\mu\nu} = \partial^\mu V^\nu - \partial^\nu V^\mu$, 是介子场的场张量. V^μ 是具有质量为 m_ω 的介子场的四度矢. j^μ 是包含外源和介质中的感应流, $j^\mu = (\rho, \mathbf{j})$. 感应流是由分布函数的涨落决定的

$$\rho_{\text{ind}}(t, \mathbf{r}) = -g_\omega \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \delta f(\mathbf{r}; \mathbf{p}; t),$$

$$\mathbf{j}_{\text{ind}}(t, \mathbf{r}) = -g_\omega \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \mathbf{v} \delta f(\mathbf{r}; \mathbf{p}; t). \quad (3)$$

当计及核子与不同矢量介子的耦合时,不仅场方程(2)中的物理参数不同,而且更重要的是(1)式

2003-07-19 收稿, 2003-11-05 收修改稿

* 国家自然科学基金(10175026, 9030007)资助

中具体反映核子在矢量场中受到的力 \dot{p} 也会不同. 在本文中讨论的是只计及 $\omega\bar{N}\bar{N}$ 强相互作用的核物质系统, 而且是基于 QHD-1 模型反映 $\omega\bar{N}\bar{N}$ 耦合. 这时场方程(2)与 QHD-1 的拉式量有关, 式中的物理参数如矢量介子的质量以及隐含在矢量流中的 $\omega\bar{N}\bar{N}$ 耦合常数 g_v 都是由 QHD-1 模型规定的. 以下的工作就是从(1)和(2)组成的方程组出发计算 $\omega\bar{N}\bar{N}$ 强相互作用的核物质系统的介电函数.

2.1 从场方程出发引入介电函数 ϵ

把方程(2)写成三维形式, 即把场张量用其“电场”分量和“磁场”分量表示, 则可得到有质量矢量场的方程组

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho - m_v^2 V^0, \quad (4)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \mathbf{j} - m_v^2 \mathbf{V} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (7)$$

其中

$$\rho = \rho_{\text{ext}} + \rho_{\text{ind}}, \quad \mathbf{j} = \mathbf{j}_{\text{ext}} + \mathbf{j}_{\text{ind}}. \quad (8)$$

而核子在 ω 介子场受到的力相应的写为

$$\dot{\mathbf{p}} = g_v (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (9)$$

其中 g_v 为 QHD-1 模型中的 $\omega\bar{N}\bar{N}$ 耦合的耦合常数.

由于本文讨论的是考虑了核物质中的感应效应后的“电场”分量, 即介电性质. 所以对于上面的方程组重点讨论(4), 并取 $\rho_{\text{ext}} = 0$.

为了方便, 将在动量空间讨论, 方程(4)变为

$$ik \cdot \mathbf{E} + m_v^2 V^0 = \rho_{\text{ind}}, \quad (10)$$

观察(10)式, 发现式中同时有 \mathbf{E} 和 V^0 , 这种形式是不和谐的. 但正如文献[11]中已证明的, 对有质量的矢量场 Lorenz 条件 $\partial_\mu V^\mu = 0$ 成立. 可以利用 Lorenz 条件得到 \mathbf{E} 和 V^0 的关系, 使整个式子都用 \mathbf{E} 来表示.

在动量空间中 Lorenz 条件为

$$\omega \cdot V^0 = \mathbf{k} \cdot \mathbf{V}, \quad (11)$$

其中 ω 为 ω 介子的能量, 即场频率, \mathbf{k} 为 ω 介子的三动量, 定义 $|\mathbf{k}| = k$. 又注意到

$$\mathbf{E} = -\nabla V^0 - \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t}, \quad (12)$$

把(11)式代入(12)式并在动量空间表示, 得

$$\mathbf{E} = \left(-i\mathbf{k} + \frac{i\omega^2 \mathbf{k}}{k^2} \right) V^0. \quad (13)$$

若把(10)式两边同时点乘 $\left(-i\mathbf{k} + \frac{i\omega^2 \mathbf{k}}{k^2} \right)$, 并利

用(13)式, 便得到所讨论核物质中强作用“电场” \mathbf{E} 所满足的方程

$$(k^2 - \omega^2 + m_v^2) \cdot \mathbf{E} = \left(-i\mathbf{k} + \frac{i\omega^2 \mathbf{k}}{k^2} \right) \rho_{\text{ind}}. \quad (14)$$

现在, 有可能引入介电函数并给出它的具体表示. 类比电磁介质中定义极化矢量 \mathbf{P} , (14)式也可以写为

$$(k^2 - \omega^2 + m_v^2) \cdot (\mathbf{E} + \mathbf{P}) = 0. \quad (15)$$

从上述两式, 可以求得

$$\mathbf{P} = -\frac{\left(-i\mathbf{k} + \frac{i\omega^2 \mathbf{k}}{k^2} \right)}{(k^2 - \omega^2 + m_v^2)} \rho_{\text{ind}}, \quad (16)$$

进一步可得

$$i\mathbf{k} \cdot \mathbf{P} = -\frac{(k^2 - \omega^2)}{(k^2 - \omega^2 + m_v^2)} \rho_{\text{ind}}. \quad (17)$$

另一方面, 定义核物质中的强作用“电”位移矢量 $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$, 且根据 $\mathbf{D} = \mathbf{E} + \mathbf{P}$, 则有

$$\mathbf{P} = (\epsilon - 1) \mathbf{E}, \quad (18)$$

上式中的 ϵ 就是核物质系统的介电函数. 把(18)式代入(17)式, 并让 \mathbf{E}, \mathbf{P} 的方向都平行于 \mathbf{k} , 并定义 $|\mathbf{E}| = E$, 就得到介电函数的表达式

$$ik(\epsilon - 1)E = -\frac{(k^2 - \omega^2)}{(k^2 - \omega^2 + m_v^2)} \rho_{\text{ind}}. \quad (19)$$

2.2 动力论方法求解介电函数 ϵ

(19)式中的 ρ_{ind} 是(3)式中的感应荷密度, 它是由核物质中核子的分布函数的涨落引起的. 设核子的分布函数为

$$f = f_0 + \delta f, \quad (20)$$

这里 f_0 是空间均匀的平衡态分布函数, 即费米分布. δf 代表分布函数相对平衡态的涨落. 把(20)式和(9)式代入(1)式得到 δf 所满足的方程

$$\frac{\partial \delta f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial \delta f}{\partial \mathbf{r}} = g_v (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}}, \quad (21)$$

这里已注意到感应场和 δf 是同量级的, 上式仅限于在 f_0 附近的线性涨落. 在各向同性的系统中, 分布函数仅仅与速度的大小有关. 对于这种情况, 矢量 $\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}}$ 的方向和 \mathbf{v} 方向相同, 它与 $(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ 的标积为零. 可见在线性近似下, 磁分量不影响分布函数, δf 的方程为

$$\frac{\partial \delta f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial \delta f}{\partial \mathbf{r}} = g_v \mathbf{E} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}}. \quad (22)$$

假定函数 δf 正比于 $\exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \omega t)]$ ^[8], 则方

程(22)给出

$$\delta f = \frac{g_v \mathbf{E}}{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - \omega)} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}}, \quad (23)$$

将(23)式代入(3)式,得到荷密度

$$\rho_{\text{ind}} = -g_v^2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{\mathbf{E}}{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - \omega)} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}}, \quad (24)$$

由(24)式可以看出对决定介电函数最关键的量即 ρ_{ind} 明显依赖于 $\omega \bar{N}\bar{N}$ 的耦合常数.

把(24)式代入(19)式,有

$$ik(\epsilon - 1)\mathbf{E} = \frac{(k^2 - \omega^2)}{(k^2 - \omega^2 + m_v^2)} \times g_v^2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{\mathbf{E}}{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - \omega)} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}}. \quad (25)$$

因为 δf 有奇点 $\omega = \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$, 所以对(25)式的积分要做专门的规定. 为使积分有物理意义,把积分中的 ω 用 $\omega + i\epsilon$ 代替,其中 $\epsilon \rightarrow 0^+$. 上式变为

$$ik(\epsilon - 1)\mathbf{E} = \frac{(k^2 - \omega^2)}{(k^2 - \omega^2 + m_v^2)} \times g_v^2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{\mathbf{E}}{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - \omega - i\epsilon)} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}}, \quad (26)$$

在各向同性的核物质中有 $\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}} = \frac{df_0}{dp} \hat{\mathbf{p}}$, 定义 $|\mathbf{p}| = p$, 带 $\hat{\cdot}$ 号的量为相应矢量的单位矢.

$$\epsilon - 1 = -\frac{(k^2 - \omega^2)}{k(k^2 - \omega^2 + m_v^2)} \times g_v^2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{p}}}{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - \omega - i\epsilon)} \cdot \frac{df_0}{dp}, \quad (27)$$

这里 $\mathbf{v} = \frac{\mathbf{p}}{\sqrt{p^2 + m^2}}$, m 为核子质量, $f_0 =$

$\frac{1}{e^{\frac{\sqrt{p^2 + m^2}}{T}} + 1}$. 在动量球坐标里计算角度积分,有

$$\begin{aligned} \epsilon - 1 = & -\frac{(k^2 - \omega^2)}{k(k^2 - \omega^2 + m_v^2)} \times g_v^2 \int \frac{p^2 dp}{(2\pi)^2} \times \\ & \frac{df_0}{dp} \int_{-1}^1 d\cos\theta \frac{\cos\theta}{\frac{\mathbf{k} \times \mathbf{p} \times \cos\theta}{\sqrt{p^2 + m^2}} - \omega - i\epsilon} = \\ & -\frac{g_v^2 (k^2 - \omega^2)}{4(\pi)^2 k(k^2 - \omega^2 + m_v^2)} \times \\ & \int_0^\infty dp \left[\frac{-p^3 e^{\frac{\sqrt{p^2 + m^2}}{T}}}{(e^{\frac{\sqrt{p^2 + m^2}}{T}} + 1)^2} T \right] \times \\ & \frac{\sqrt{p^2 + m^2}}{(k \times p)^2} \times \left(-2 \times \frac{k \times p}{\sqrt{p^2 + m^2}} + \right. \\ & \left. \omega \log \frac{\omega \sqrt{p^2 + m^2} + k \times p}{\omega \sqrt{p^2 + m^2} - k \times p} \right). \quad (28) \end{aligned}$$

至此,已将介电函数 ϵ 用系统的物理参量,即 ω 介子和核子的质量,以及基于 QHD-1 描述的 $\omega \bar{N}\bar{N}$ 的耦合常数 g_v 表示出来了. 同时,也看到 ϵ 常数还依赖于 ω 介子场的波矢和频率. 这正是在下一节要具体分析.

注意到 QED 等离子体中传播电子间电磁作用的是无质量的矢量场,即电磁场,并且在硬热圈近似下电子质量也可视为零,因而如果把(28)式中的 m_v 和 m 都取 0,并用电荷 e 替换 g_v ,则可得到 QED 等离子体在硬热圈近似下的结果^[12]

$$\epsilon - 1 = \frac{e^2 T^2}{12k^2} \left(\frac{\omega}{k} \ln \frac{\omega + k}{\omega - k} - 1 \right). \quad (29)$$

3 结果及讨论

按惯例应该由(28)式给出作为场频率 ω 的函数 $\epsilon(\omega)$. 由于(28)式得不到解析的结果,以下采取数值积分的方法,给出介电常数的函数图像. 在计算中取 $g_v = 136.2$ ^[12], $m_v = 784\text{MeV}$, $m = 638\text{MeV}$. 注意到在高能重离子碰撞中形成的中心火球,在临界温度 $T = 175\text{MeV}$ 以下时是处于强子相,所以在图 1 给出了 $T = 150\text{MeV}$ 时的函数图像. 作图时取 $k = 300\text{MeV}$,并使 ω 的取值是 k 的倍数.

很明显的看出图 1 有一个奇点. 奇点是由 ω 介子的质壳关系 $\omega^2 - k^2 - m_v^2 = 0$ 决定的. 这说明当 ω 介子在质壳上时介电常数是发散的. 此现象也正是在质壳上的粒子不会发生色散的物理事实的写照. 这种情况在 QED 计算的电磁等离子体的介电函数中也存在,那时因为光子的质量为零,奇点的位置在 $\frac{\omega}{k} = 1$ 这一点^[12]. 在图 1 的曲线上还有一个极小值,分析表明它是由(28)式中的对数极值决定的,并且和费米子的质量有关. 如果令该质量为零,则极小值变为奇点,奇点的位置也是在 $\frac{\omega}{k} = 1$. 由以上的

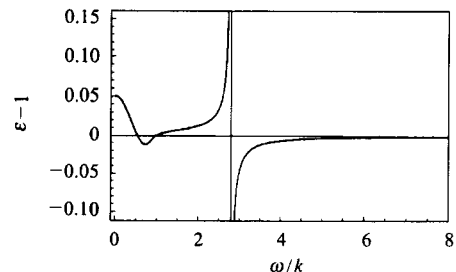


图 1 介电常数作为 $\frac{\omega}{k}$ 的函数在 $T = 150\text{MeV}$, $k = 300\text{MeV}$ 时的图像

分析,如果同时取介子和费米子的质量为零,极小值和奇点合成一个在 $\frac{\omega}{k} = 1$ 处的奇点,这正是人们在 QED 等离子体中看到的情况.

如果改变 T 的值,即取 $T = 100\text{MeV}$,则可得到图 2. 观察图 2 和图 1,可以发现随着 T 值的增大,介电函数明显增大. 如果改变 k 的值,即令 $k = 150\text{MeV}$, $k = 500\text{MeV}$,则可得到的图 3 所示结果,可以发现随着 k 值的增大,奇点和极小值不断的接近.

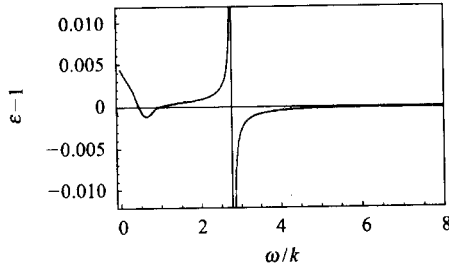


图 2 介电常数作为 $\frac{\omega}{k}$ 的函数在 $T = 100\text{MeV}$, $k = 300\text{MeV}$ 时的图像

在讨论了图形的极值和极小值以后,来观察图像其他部分的变化趋势及物理意义. 不管如何选取参数,图形的变化趋势是一样的,基本可划分为两

类. 一类是介电函数随 ω 增加而增加,这是正常部分,该区域在物理上对应着波在介质中的正常色散区;一类是介电函数随 ω 增加而减小,它在物理上反映的是波在介质中被吸收,且在曲线的极小值处吸收最大,这一段对应着反常色散区,或阻尼区.

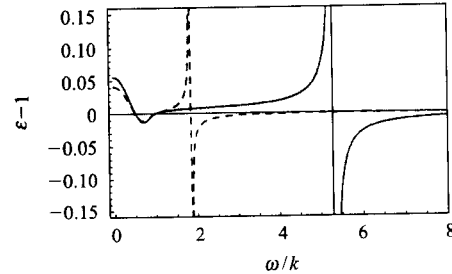


图 3 在 $T = 150\text{MeV}$ 时介电常数作为 $\frac{\omega}{k}$ 的函数图像
实线和虚线分别对应的是在 $k = 150\text{MeV}$, $k = 500\text{MeV}$ 时的结果.

总之,本文从 QHD-1 场方程出发,用动力论的方法计算得到 ωNN 强相互作用的核物质系统在高温下的介电函数,给出了介电常数作为场频率 ω 函数图像. 发现其图像中存在一个奇点和极小值,得到了以它们为分界点的两个正常色散区以及一个反常色散区的 $\epsilon(\omega)$ 函数图像,并分析了它们产生的物理原因.

参考文献 (References)

- 1 Dutt-mazumber. Nucl. Phys., 2003, **A713**: 119; Statio K, Tsugima K et al. Phys. Lett., 1998, **B433**: 243
- 2 Statio K, Maruyama T, Soutome K. Phys. Rev., 1989, **C40**: 407; Gale C, Kapusta J I. Nucl. Phys., 1991, **B357**: 65; Song C, XIA P W, KO C M. Phys. Rev., 1995, **C52**: 408
- 3 CHEN Ji-Sheng, LI Jia-Rong, ZHUANG Peng-Fei. Phys. Rev., 2003, **C67**: 068202; J. High Energy Phys., **0211**: 014
- 4 Weldon H A. Phys. Rev., 1982, **D26**: 1394
- 5 Hansson T H, Zahed I. Nucl. Phys., 1987, **B292**: 725
- 6 Nieves J F, Pal P B. Phys. Rev., 1989, **D39**: 491
- 7 Thoma M H, Gyulassy M. Nucl. Phys., 1991, **B351**: 491
- 8 Landau, Lifshitz. Physical Kinetics. Oxford: Pergamon Press, 1980
- 9 Th. Elze H, Henz U. Phys. Rep., 1989, **183**: 81
- 10 Itzykson Claude, Zuber Jean-Bernard. Quantum Field Theory. New York: Mcgraw-Hill International Book Company, 1980
- 11 Bellac M Le. Thermal Field Theory. Cambridge Univ. Press, 1996
- 12 Walecka J D. Ann. Phys. (N. Y.), 1974, **83**: 491

Dielectric Properties of Nuclear Matter with the $\omega\bar{N}N$ Interaction at High Temperature*

WANG Li-Min LI Jia-Rong

(Institute of Particle Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430079, China)

Abstract Based on the QHD-1 field equation, the dielectric constant of nuclear matter with the $\omega\bar{N}N$ interaction has been obtained in the framework of kinetic theory. Furthermore, the characters and physical background of the dielectric constant at high temperature is analyzed in detail.

Key words nuclear matter, QHD-1 model, dielectric constant, kinetic theory