

# 1h<sub>11/2</sub>轨道对 A ~ 100 区偶偶核形状影响的系统研究

徐延冰

(四川大学物理科学与技术学院 成都 610064)

**摘要** 采用修正的表面  $\delta$  相互作用(MSDI),对<sup>102-114</sup>Ru, <sup>102-116</sup>Pd 和<sup>104-116</sup>Cd 等 22 个偶偶核分别在 *gds* 和 *gdsh* 两种不同的组态空间中作了形变 HF 计算. 得到了长、扁椭球等基态或激发态的解. 结果表明在质量数为 102—116 间的原子核存在形状过渡和形状共存现象,且单粒子能级随质量数及组态的不同而不同. 两种不同组态空间中的计算结果的对比表明,形变 HF 计算中 1h<sub>11/2</sub> 轨道的介入及填充与否对 A ~ 100 区偶偶核的单粒子能谱及形状有较大影响.

**关键词** 单粒子能谱 组态空间 形状过渡 1h<sub>11/2</sub> 轨道

## 1 引言

丰中子同位素的结构特性,一直是人们非常关注的问题. 从相对论的 Hartree-bogoliubov 理论出发,考虑对关联的影响,文献[1—3]对低质量区的 Li 和中等质量区的 Zr, Ni 等丰中子同位素核进行了大量研究,并对滴线核的巨中子晕做了预言. 本文采用超短程的表面  $\delta$  相互作用,为避免重复不考虑对关联的影响. 我们曾用形变 Hartree-Fock (DHF) 方法,对 Ru, Pd, Cd 等处于振动或软形变区偶偶核的基态内禀态在 *gds* 组态空间内进行过系统运算并对它们的基态形状和可能出现的形状过渡和形状共存问题进行过系统研究<sup>[4]</sup>. 本文所述的形状过渡是指核基态 HF 波函数的对称性质从长椭球形向扁椭球形或相反的转变;而形状共存则指长、扁椭球极小态的能量差很小接近简并的情况. 其后,在 *gds* 组态空间的基础上加入具有负宇称的 1h<sub>11/2</sub> 轨道,对偶偶同位素核<sup>106, 108, 110</sup>Cd 中具有和基态带相反宇称的激发带能谱进行了研究<sup>[5]</sup>. 本文采用修正的表面  $\delta$  相互作用(MSDI),在相同的相互作用参量下和不同的组态空间里(*gds* 和 *gdsh*)对 Ru, Pd 和 Cd 等偶偶核的内禀态进行系统研究,并进而研究 1h<sub>11/2</sub> 轨道的介入对

上述核的形状过渡和形状共存问题的影响.

## 2 基本理论

关于计算形变 HF 态的方法细节在文献[4—6]中已有详细说明,这里只给出计算中最必要的公式. 偶偶核 Ru, Pd 和 Cd 同位素核在双幻核<sup>80</sup>Zr<sub>40</sub>外面的 A 个外围核子的二次量子化哈密顿算符为

$$H = \sum_{\alpha\beta} \langle \alpha | H_0 | \beta \rangle a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta} + \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle \alpha\beta | V | \gamma\delta \rangle a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} a_{\delta} a_{\gamma}, \quad (1)$$

其中  $H_0$  为单体部分,  $V$  是两体相互作用.  $a^{\dagger}$ ,  $a$  分别是产生算符和湮没算符.  $H_0$  取成球形壳模型单粒子哈密顿算符. 单粒子态系  $\{|\lambda\rangle\}$  满足的 HF 方程是

$$\langle \alpha | h | \beta \rangle = \langle \alpha | H_0 | \beta \rangle + \sum_{\lambda=1}^A \langle \alpha\lambda | V | \beta\bar{\lambda} \rangle = \epsilon_{\alpha} \delta_{\alpha\beta}, \quad (2)$$

其中  $\epsilon_{\alpha}$  是单粒子态  $|\alpha\rangle$  的单粒子能,  $|\beta\bar{\lambda}\rangle = |\beta\rangle - |\lambda\beta\rangle$ . 态  $|\lambda\rangle$  用球形壳模型单粒子态  $|nljmr_z\rangle$  ( $H_0$  的本征态)来展开,即

$$|\lambda; k = m_\lambda\rangle = \sum_j C_{m_\lambda}^j |jm_\lambda\rangle, \quad (3)$$

在  $gdsh$  组态空间对  $j$  的求和限于  $1g_{9/2}, 1g_{7/2}, 2d_{5/2}, 2d_{3/2}, 3s_{1/2}$  和  $1h_{11/2}$  6 个态. 利用 C-G 系数进行耦合变换, 则可得到  $h$  在表象中的矩阵元表达式

$$\begin{aligned} \langle jm | h | j' m \rangle &= e_j \delta_{jj'} + \sum_{\lambda=1}^B \sum_{j_2 j_3} C_{m_\lambda}^{j_2} C_{m_\lambda}^{j_3} \times \\ &\frac{1}{2} \sum_j (jm j_2 m_\lambda | JM) (j' m j_3 m_\lambda | JM) \times \\ &[\langle jj_2 J1 | V | j' j_3 J1 \rangle_a + \\ &\langle jj_2 J | T_{\lambda} | | V | j' j_3 J | T_{\lambda} \rangle_a] + \\ &\frac{1}{2} \sum_{\lambda=B+1}^A \sum_j [(jm 11/2 m_\lambda^- | JM) \times \\ &(j' m 11/2 m_\lambda^- | JM) + \\ &(jm 11/2 - m_\lambda^- | JM) \times \\ &(j' m 11/2 - m_\lambda^- | JM)] \times \\ &[\langle j11/2 J0 | V | j' 11/2 J0 \rangle_a + \\ &3 \langle j11/2 J1 | V | j' 11/2 J1 \rangle_a], \quad (4) \end{aligned}$$

式中第一部分的  $e_j$  是  $H_0$  的本征值, 即球形壳模型单粒子能; 第二部分是  $gds$  轨道中的  $B$  个核子的贡献,  $\langle jj_2 JT | V | j' j_3 JT \rangle_a$  是  $JT$  表象中的反对称化的两体矩阵元; 第三部分是  $1h_{11/2}$  态中的第  $B+1$  到第  $A$  个核子对  $h$  在  $|nlj m \tau\rangle$  表象中的矩阵元的影响 (对  $gds$  组态空间不包括  $1h_{11/2}$  轨道, 因此不包括此部分). 将式(4)组成的矩阵对角化, 同时利用自洽迭代的方法, 便可得到全部单粒子态  $\{\lambda\}$  和其对应的单粒子能  $\epsilon_\lambda$  (以  ${}^{80}_{40}\text{Zr}_{40}$  基态能为能量零点).

### 3 计算结果与讨论

首先, 在  $1g_{9/2}, 1g_{7/2}, 2d_{5/2}, 2d_{3/2}, 3s_{1/2}$  和包括  $1h_{11/2}$  轨道的两种组态空间以  ${}^{80}_{40}\text{Zr}_{40}$  为核心计算了 Ru, Pd 和 Cd 同位素核的一些形变 HF 内禀态. 在 HF 计算中, 核子间的相互作用采用 MSDI<sup>[7]</sup>, 强度参量为  $A_1 = 0.600, A_0 = 0.150, B = 0.085$  和  $C = 0.054$ , 球形壳模型单粒子能<sup>[8-10]</sup> 取为  $e_{9/2} = -11.60, e_{7/2} = -6.64, e_{5/2} = -5.53, e_{3/2} = -2.63, e_{1/2} = -2.27, e_{11/2} = -1.11$  (单位为 MeV), 迭代过程中不区分质子和中子, Ru, Pd 和 Cd 的库仑能<sup>[11]</sup> 分别取为 55.53, 73.44 和 86.69 MeV. 迭代精度  $\eta = 10^{-3} - 10^{-4}$ .

表 1 给出偶偶 Ru, Pd 和 Cd 22 个同位素核基态

结合能的实验值及其与分别在  $gds$  和  $gdsh$  组态空间中计算的基态 HF 能之差  $\Delta E_1$  和  $\Delta E_2$ , 两种不同的空间组态里同一核的长、扁椭球极小态的能量差  $\Delta E_{\text{HF1}}$  和  $\Delta E_{\text{HF2}}$ , 核基态形状变化情况.

表 1 偶偶 Ru, Pd, Cd 22 个偶偶核的、相对于核心  ${}^{80}_{40}\text{Zr}_{40}$  的结合能 (MeV)

核素	$E_{\text{exp}}$	$\Delta E_{\text{HF1}}$	$\Delta E_{\text{HF2}}$	$\Delta E_1$	$\Delta E_2$	形状
${}^{102}\text{Ru}$	-208.20	0.231	0.236	-8.29	-7.81	—
${}^{104}\text{Ru}$	-223.34	0.206	0.206	-5.96	-5.00	—
${}^{106}\text{Ru}$	-237.71	0.187	0.178	-2.36	-0.20	—
${}^{108}\text{Ru}$	-251.18	0.309	0.303	2.17	4.09	—
${}^{110}\text{Ru}$	-263.81	0.232	0.119	5.51	7.44	—
${}^{112}\text{Ru}$	-275.43	0.232	0.343	6.22	12.83	→
${}^{114}\text{Ru}$	-286.85	0.106	0.663	6.48	18.66	→
${}^{102}\text{Pd}$	-205.46	0.073	0.073	-8.84	-8.83	—
${}^{104}\text{Pd}$	-223.07	0.119	0.092	-9.18	-8.73	—
${}^{106}\text{Pd}$	-239.73	0.081	0.066	-8.20	-7.25	—
${}^{108}\text{Pd}$	-255.48	0.120	0.132	-6.00	-4.54	—
${}^{110}\text{Pd}$	-270.46	0.125	0.112	-2.27	-0.36	—
${}^{112}\text{Pd}$	-284.58	0.078	0.062	0.59	2.59	→
${}^{114}\text{Pd}$	-297.88	0.004	0.336	-0.14	7.55	→
${}^{116}\text{Pd}$	-310.49	0.227	0.008	-0.86	13.5	→
${}^{104}\text{Cd}$	-216.09	0.172	0.176	-0.90	1.50	—
${}^{106}\text{Cd}$	-235.39	0.367	0.415	-2.17	0.34	→
${}^{108}\text{Cd}$	-253.65	0.097	0.128	-2.97	0.35	→
${}^{110}\text{Cd}$	-270.89	0.158	0.068	-1.83	1.91	—
${}^{112}\text{Cd}$	-287.36	0.083	0.092	0.86	5.08	—
${}^{114}\text{Cd}$	-302.85	0.131	0.128	3.49	7.81	—
${}^{116}\text{Cd}$	-317.69	0.166	0.377	1.26	9.65	→

注  $E_{\text{exp}}$  是结合能的实验值<sup>[12]</sup>;  $\Delta E_{\text{HF}}$  是同一核的长、扁椭球极小态的能量差 (高出基态的能量值);  $\Delta E$  是  $E_{\text{exp}}$  与内禀基态的 HF 总能量  $E_{\text{HF}}$  之差; 下标 1 和 2 分别代表  $gds$  和  $gdsh$  组态空间; “→” 和 “—” 分别表示从  $gds$  到  $gdsh$  组态空间计算的核基态形状发生和不发生变化.

从表 1 可以看出, 长扁椭球能量差  $\Delta E_{\text{HF1}}$  和  $\Delta E_{\text{HF2}}$  的数值分别在 0.004—0.367 和 0.004—0.663 MeV 之内, 这种情况表明, 在该过渡区内核基态容易出现形状过渡和形状共存现象. 从基态结合能的实验与理论的差值  $\Delta E_1$  和  $\Delta E_2$  可以看出:  $\Delta E_1$  的绝对值在 6.48 MeV 之内的有 18 个核, 在 8 MeV 以上的有 4 个核;  $\Delta E_2$  的绝对值在 7.81 MeV 之内的有 16 个核, 在 8 MeV 以上的有 6 个核. 这表明理论计算与实验值符合程度较高. 另外,  $\Delta E_1$  和  $\Delta E_2$  的数值的对比表明, 在  $gdsh$  组态空间中<sup>112, 114</sup> Ru, <sup>114, 116</sup> Pd

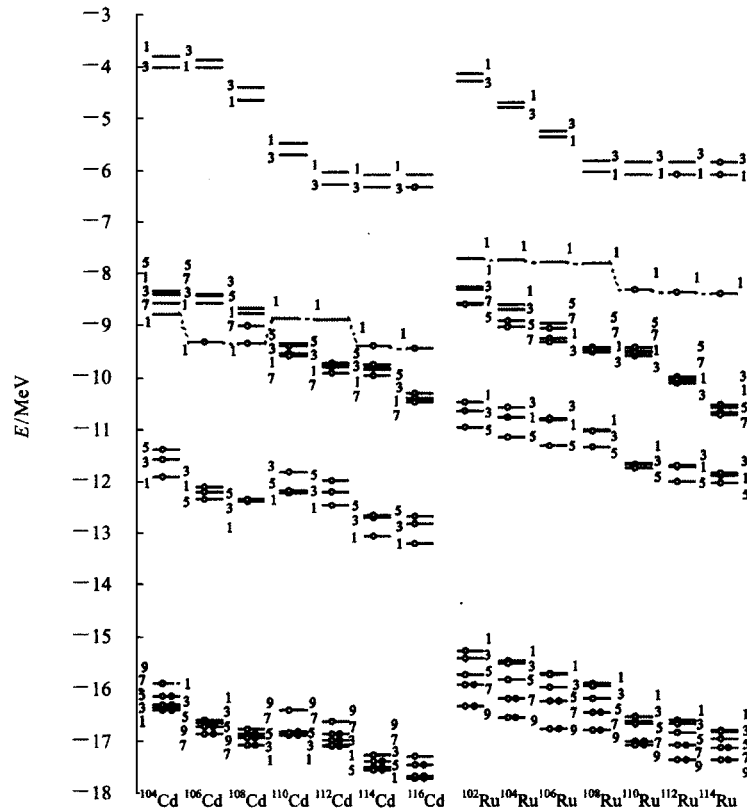


图 1 偶偶 Ru 和 Cd 同位素核的基态单粒子能谱

能级旁的数字为  $2k$  值.  $\bullet$  (代表两个质子) 和  $\circ$  (代表两个中子) 的能级是被填充能级. 虚线连结起来的是  $3s_{1/2}$  能级, 其  $2k=1$  未标出.

和  $^{116}\text{Cd}$  等核的基态结合能的理论值出现异常, 它们都与轨道  $1h_{11/2}$  的填充有关 (见图 2 和图 3, 其中 Pd 同位素核的基态单粒子能级图未给出). 考虑  $1h_{11/2}$  轨道的 HF 计算中, 偶偶  $^{112,114}\text{Ru}$ ,  $^{112,114}\text{Pd}$  和  $^{112,114}\text{Cd}$  核基态形状都由  $gds$  组态空间中的扁椭球变为长椭球, 而  $^{116}\text{Cd}$  则由长椭球变为略扁的结构.

图 1 给出在  $gds$  组态空间中计算的 Ru 和 Cd 同位素核的基态单粒子能级图, 可以看出, 整个单粒子能谱随着核子数的增加而下降. 同时, 随着核子数的变化, 单粒子能级的顺序和分布状况出现了不同的变化. 在  $1g_{9/2}$  轨道上面有一较大能隙存在, 因为此处恰  $Z, N=50$  是主壳层. 另外, 根据上述给出的  $e_j$  值, 单粒子能级从低到高的顺序为  $1g_{9/2}, 1g_{7/2}, 2d_{5/2}, 2d_{3/2}$  和  $3s_{1/2}$ . 但计算结果表明, 按每组形变单粒子态的重心来看, 大部分能级顺序变成了  $1g_{9/2}, 2d_{5/2}, 1g_{7/2}, 3s_{1/2}$ , 和  $2d_{3/2}$ . 这似乎表明  $i=l+1/2$  (或  $j=l-1/2$ ) 各态, 即  $1g_{9/2}, 2d_{5/2}, 3s_{1/2}$ , (或  $1g_{7/2}, 2d_{3/2}$ ) 之间相互“吸引”, 而  $j=l+1/2$  与  $j=l-1/2$  各态则相互排斥. 这种现象在偶 Cd 中表现较强, 由图 1 可

以看出, 从  $^{104}\text{Cd}$ — $^{110}\text{Cd}$  能级顺序变成了  $1g_{9/2}, 2d_{5/2}, 3s_{1/2}, 1g_{7/2}$  和  $2d_{3/2}$ . 在偶 Ru 中表现较弱, 基本保持  $1g_{9/2}, 2d_{5/2}, 1g_{7/2}, 3s_{1/2}$  和  $2d_{3/2}$ . 类似的现象也在  $gdsh$  组态空间里计算的结果中出现, 从图 2, 3 可以看出,  $1h_{11/2}$  基本处于  $3s_{1/2}$  和  $2d_{3/2}$  之间, 在  $^{112,114}\text{Ru}$  和  $^{116}\text{Cd}$  各核中,  $3s_{1/2}$  已经进入到  $1h_{11/2}$  的能级之内. 并且, 在 Cd 同位素核中这 3 条轨道分出的各能级的混合程度明显强于 Ru 同位素核. 这种现象的出现, 很可能与质子数的多少即质子与中子的相互作用状况有关 (在核心  $^{80}\text{Zr}_{40}$  以外 Cd 和 Ru 的质子数分别为 8 和 4). 考虑  $1h_{11/2}$  轨道以后, 计算结果也有明显差异, 并且这种差异与  $1h_{11/2}$  轨道的填充与否有关. 从图 1 (右) 和图 2 的对比可以看出, 在  $^{110}\text{Ru}$  (包括  $^{110}\text{Ru}$ ) 之前各核的单粒子能级变化不大. 但在此之后的核  $^{112}\text{Ru}$  和  $^{114}\text{Ru}$ , 由于核子对  $1h_{11/2}$  轨道的填充取代对  $2d_{3/2}$  轨道的填充,  $3s_{1/2}$  和  $1h_{11/2}$  中被填充的各能级明显下降, 其与  $1g_{7/2}$  轨道间的能隙也随中子数的增加而逐渐变小. 这种现象也在 Cd 同位素核中出现, 见图 1 (左) 和图 3. 比 Ru 同位素核更加复杂的是, 由

于  $1h_{11/2}$  对  $3s_{1/2}$  的“吸引”作用,  $^{106}\text{Cd}$  和  $^{108}\text{Cd}$  核的  $3s_{1/2}$  能级上升至  $1g_{7/2}$  轨道上面, 核的基态从填充  $3s_{1/2}$  能级改为填充属于  $1g_{7/2}$  轨道的能级. 图 1 和图 2, 3 的差异表明,  $1h_{11/2}$  轨道的介入及填充与否对原子核的单粒子能谱有较大影响.

从图 1 可以看出, Cd 同位素核基态形状随中子数增加呈现较复杂的变化, 出现几次形状过渡都与  $3s_{1/2}$  轨道的开始填充与否有关.  $^{106,108}\text{Cd}$  都是扁型, 它们的  $3s_{1/2}$  轨道被中子填充;  $^{110,112}\text{Cd}$  有呈长型, 其  $3s_{1/2}$  轨道空着, 由于对偶效应而有先填充  $1g_{7/2}$  轨道. 而 Ru 同位素核从  $^{102}\text{Ru}$ — $^{114}\text{Ru}$  核基态形状都是扁椭

球形,  $^{112}\text{Ru}$  处也出现  $3s_{1/2}$  轨道的开始填充但其基态形状并未出现“异常”, 这种现象说明, 核基态形状除与  $3s_{1/2}$  轨道的开始填充外, 还与质子数的多少有关. 但是, 考虑  $1h_{11/2}$  轨道的图 2, 3 与图 1 的对比表明, 核子不再填充  $^{106,108}\text{Cd}$  核的  $3s_{1/2}$  轨道, 其基态形状由扁型变为长型; 随中子对  $1h_{11/2}$  轨道的填充取代对  $2d_{3/2}$  轨道的填充,  $^{112,114}\text{Ru}$  由扁型变为长型,  $^{116}\text{Cd}$  由长型变为略扁型. 这说明在 DHF 计算中,  $1h_{11/2}$  轨道的介入及填充与否对原子核的基态形状有较大影响. 有关质子数的多少对核基态形状的影响是一个值得进一步探讨的问题, 目前尚难作出明确解释.

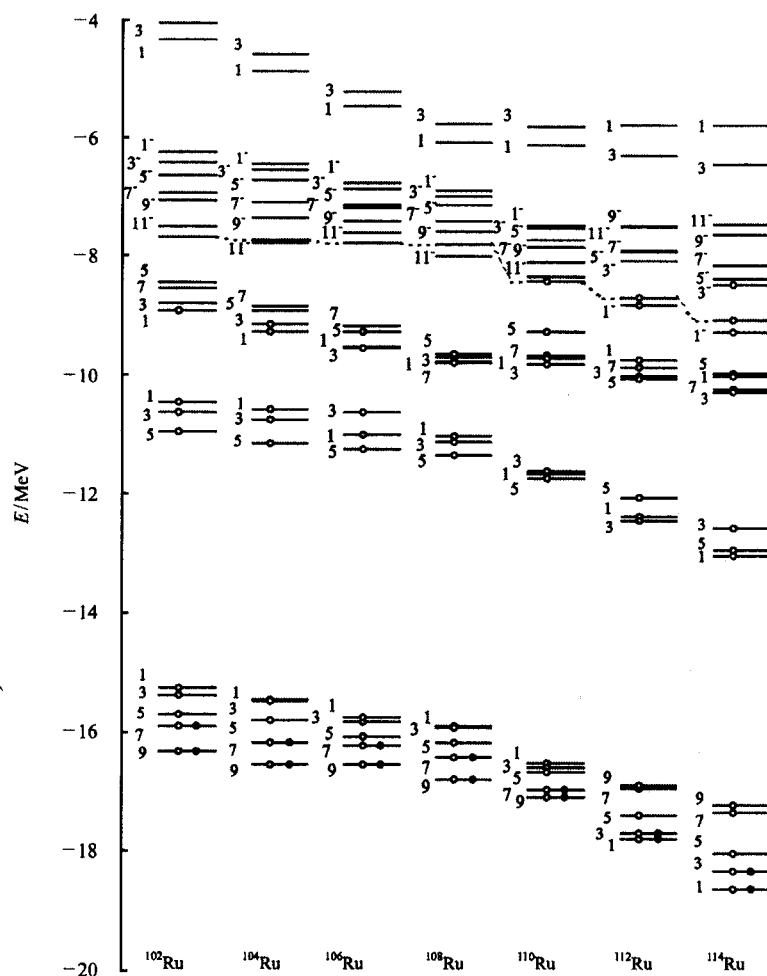


图 2 偶偶 Ru 同位素核的基态单粒子能谱

上标“-”标出有负宇称的  $1h_{11/2}$  态分出的 6 条能级, 其余能级具有正宇称;

其他说明见图 1.

## 4 结论

在包括和不包括  $1h_{11/2}$  轨道的不同组态空间里, 用 DHF 方法对 Ru, Pd 和 Cd 等同位素偶偶核的基态

内禀态的系统计算结果表明, 质量数在 102—116 之间的偶偶核所在的过渡区中存在形状过渡和形状共存现象. 而且  $3s_{1/2}$ ,  $2d_{3/2}$  和  $1h_{11/2}$  轨道的填充次序及质子数的多少或质子与中子之间的相互作用状况是原子核发生形状过渡的重要因素.

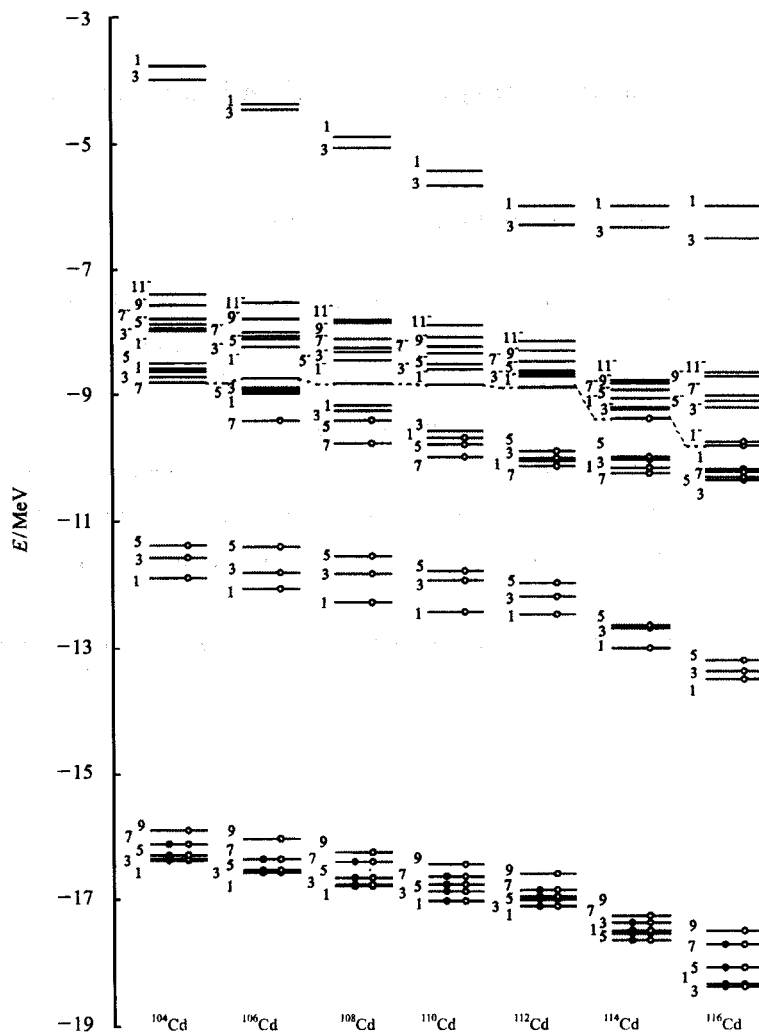


图 3 偶偶 Cd 同位素核的基态单粒子能谱  
说明见图 2.

参考文献 (References)

- 1 MENG J, Ring P. Phys. Rev. Lett., 1996, **77**(21):3963
- 2 MENG J, Ring P. Phys. Rev. Lett., 1998, **80**(3):460
- 3 MENG J. Nucl. Phys., 1998, **A635**(1):3
- 4 XU Yan-Bing, LIU Ying-Tai, LIAO Ji-Zhi. HEP & NP, 1999, **23** (6):561(in Chinese)  
(徐延冰,刘英太,廖继志.高能物理与核物理,1999,**23**(6):561)
- 5 XU Yan-Bing, LIAO Ji-Zhi. HEP & NP, 2003, **27**(2):142(in Chinese)  
(徐延冰,廖继志.高能物理与核物理,2003,**27**(2):142)
- 6 ZHENG R R, LIAO J Z. The Self-consistent Field Method of Nucleus Symmetry, Chengdu: Sichuan University Press, 1993:51 (in Chinese)  
(郑仁蓉,廖继志.原子核对称性自洽场方法.成都:四川大学出版社,1993:51)
- 7 LIAO J Z. HEP & NP, 1989, **13**(4):357 (in Chinese)  
(廖继志.高能物理与核物理,1989,**13**(4):357)
- 8 MANG H J, Samadi B, Ring P et al. Z. Physik, 1976, **A279**:325
- 9 Rath A K, PraharaJ C R, Khadkikar S D. Phys Rev., 1993, **C47**: 1990
- 10 Tripathi P N et al. Phys Rev., 1986, **C34**:1081
- 11 Aage Bohr, Mottelson Ben R. Nuclear Structure, W. A. Benjamin, Inc., 1969, **VI**:145
- 12 Audi G, Wapstra A H. Nucl Phys., 1993, **A565**(1):33

## Influence of $1h_{11/2}$ Orbit on the Shapes of Even Even Nuclei Around $A \sim 100$ Region

XU Yan-Bing

(Institute of Physics Science and Technology, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

**Abstract** Using modified surface delta interaction, the deformed Hartree-Fock calculations for twenty two nuclei such as  $^{102-114}\text{Ru}$ ,  $^{102-116}\text{Pd}$ ,  $^{104-116}\text{Cd}$  etc. are performed in the *gds* and *gdsh* configuration space, respectively. Prolate and oblate configurations are obtained. It is shown that there exist shape transitions for the nuclei with the mass number from 102 to 116, the resultant single-particle energy spectrum is changed not only with the mass number but also with the configuration, and the results, by considering the  $1h_{11/2}$  orbit, are quite different from those obtained in the *gds* configuration space. Moreover, the number of protons in the nucleus and filling up the  $1h_{11/2}$  orbit, especially with neutrons, play important roles in the single-particle energy spectrum and the shape transition.

**Key words** single-particle energy spectrum, configuration space, shape transition,  $1h_{11/2}$  orbit