

# 直接俘获截面中的核晕效应\*

刘祖华<sup>1,2;1)</sup> 周宏余<sup>2)</sup>

1 (中国原子能科学研究院 北京 102413)

2 (北京师范大学低能核物理研究所 北京 100875)

**摘要** 恒星能量下俘获截面非常难于直接测量. 因此, 通常借助于非直接方法或从最低能量下的实验数据外推到天体物理感兴趣能区. 首先证明了用渐近归一化常数方法得到的结果近似与模型无关. 因此, 转移反应的渐近归一化常数方法处理提供了一可靠的途径用以确定恒星能量下的俘获截面. 鉴于此优点, 用渐近归一化常数方法计算了<sup>10</sup>Be(n,  $\gamma$ )<sup>11</sup>Be反应的俘获截面. <sup>11</sup>Be是一个众所周知的具有两弱束缚态的晕核. 作为一个典型的例子, 演示了俘获到晕态的辐射俘获截面明显增大, 证明了入射中子波函数与晕的伸展尾部有较大重叠是俘获截面异常增大的原因.

**关键词** 核晕 ANC方法 直接俘获 晕效应

## 1 引言

天体物理相关的热核反应主要涉及到核子和 $\alpha$ 粒子俘获. 这些俘获截面的实验测量和相应的恒星中反应率的计算面临巨大的困难和挑战. 实验上的困难源于天体物理感兴趣能区的能量非常低, 对于带电粒子引起的反应, 它大大低于库仑位垒. 结果截面下至 $\mu\text{b}$ 甚至 $\text{pb}$ . 在非常多的情况下, 实验上无法达到天体物理相关的能区. 因此需借助于可靠的非直接方法或从可能测量的最低能量的实验数据外推.

最近, Xu H. M. 等人<sup>[1]</sup>提出了从直接表面核子转移反应提取的波函数的渐近归一化常数(ANC)求直接俘获截面的方法. 能量高于库仑位垒的表面核子转移反应的截面比直接俘获截面高几个数量级. 因此这一方法提供了测量天体物理感兴趣能区的俘获截面的容易的途径. 本工作首先讨论ANC方法的可靠性. 可靠性是利用非直接方法提取天体物理感兴趣能区俘获截面的最关键问题. 在论证了可靠性的基础上, 演示了恒星能量下直接俘获截面中的核晕效应, 计算了<sup>10</sup>Be(n,  $\gamma$ )<sup>11</sup>Be反应的俘获截面.

## 2 ANC方法的可靠性

直接俘获反应 $n+A \rightarrow B+\gamma$ 基本上取决于跃迁矩阵元

$$M = \langle \phi_B(\zeta_A, \zeta_n, \mathbf{r}) | \hat{T}(\mathbf{r}) | \phi_A(\zeta_A) \phi_n(\zeta_n) \psi_i^+(\mathbf{r}) \rangle = \langle I_{An}^B(\mathbf{r}) | \hat{T}(\mathbf{r}) | \psi_i^+(\mathbf{r}) \rangle, \quad (1)$$

其中 $\phi_i, \zeta_i, \mathbf{r}$ 分别代表粒子 $i(i=A, n)$ 处于束缚态的波函数、内部自由度、 $A$ 和 $n$ 的相对坐标;  $\hat{T}$ 是电磁跃迁算符;  $\psi_i^+(\mathbf{r})$ 是入射道 $A+n$ 的扭曲波(DW);  $I_{An}^B$ 是 $B \leftrightarrow A+n$ 的重叠函数:

$$I_{An}^B(\mathbf{r}) = \langle \phi_B(\zeta_A, \zeta_n, \mathbf{r}) | \phi_A(\zeta_A) \phi_n(\zeta_n) \rangle = \sum \langle J_A M_A j m_j | J_B M_B \rangle \langle J_n M_n l m_l | j m_j \rangle i^l Y_{lm_l}(\hat{r}) I_{Anlj}^B(r), \quad (2)$$

式中 $J_i(M_i)$ 是粒子 $i$ 的自旋(投影),  $\langle J_1 M_1 J_2 M_2 | J_3 M_3 \rangle$ 是Clebsch-Gordan系数,  $I_{Anlj}^B(r)$ 是重叠函数的径向部分,  $n, l, j$ 分别代表束缚态波函数的节点数、轨道角动量和总角动量. 在核力趋向消失的渐近距离,  $r > R_N$ , 径向重叠函数的行为如<sup>[1, 2]</sup>

2005-01-10 收稿

\* 国家自然科学基金(10075077, 10105016, 10275092)和国家重点基础研究发展规划项目(G2000077406)资助

1) E-mail: zhliu@iris.ciae.ac.cn

$$I_{Anlj}^B(r) \rightarrow C_{Anlj}^B \frac{W_{-\eta, l+1/2}(2k_n r)}{r}, \quad (3)$$

式中  $C_{Anlj}^B$  是定义重叠函数尾部幅度的核 ANC,  $W$  是 Whittaker 函数,  $k_n = \sqrt{2\mu S_n/\hbar^2}$  是波数,  $\mu$  是系统(A+n)的约化质量,  $\eta$  是相应束缚态的 Sommerfeld 参数. 对于中子  $\eta = 0$ , Whittaker 函数约化为  $W_{0, l+1/2}(2k_n r) = \sqrt{kr/\pi} K_{l+1/2}(k_n r)$ , 其中  $K$  是修正 Bessel 函数. 在单粒子处理下, 径向重叠函数可近似为

$$I_{Anlj}^B(r) \approx [S_{lj}]^{1/2} \phi_{nlj}(r), \quad (4)$$

式中  $S_{lj}$  是单粒子谱因子,  $\phi_{nlj}$  是在  $(nlj)$  束缚态的归一化的单粒子径向波函数. 在渐近距离, 它的行为是

$$\phi_{nlj}(r) \rightarrow b_{lj} \frac{W_{-\eta, l+1/2}(2k_n r)}{r}, \quad (5)$$

式中  $b_{lj}$  是单粒子 ANC. 单粒子谱因子, 单粒子 ANC 和核 ANC 有如下关系<sup>[1, 2]</sup>:

$$C_{Anlj}^B = [S_{lj}]^{1/2} b_{lj}. \quad (6)$$

$I_{Anlj}^B(r)$  的渐近归一化常数(ANCs)可从表面反应角分布抽取. 例如, 对于虚过程  $^{11}\text{Be} \leftrightarrow ^{10}\text{Be} + n$ , 可从 25MeV 的  $^{10}\text{Be}(d, p)^{11}\text{Be}$  反应得到. 对于  $^{11}\text{Be}$  的基态和第 1 激发态, 抽取的核 ANC 值分别为  $C_{Anlj}^B = 0.81 \pm 0.05$ <sup>[4]</sup> 和  $0.18 \pm 0.01 \text{fm}^{-1/2}$ <sup>[5]</sup>.

下面, 我们考虑具有角动量  $l_i$  的入射中子通过 E1 $\gamma$  射线辐射俘获到束缚态  $(nl_f j_f)$ . 此处,  $n$ ,  $l_f$ ,  $j_f$  分别代表束缚态波函数的节点数、末态的轨道角动量和总角动量. 截面可通过下式计算,

$$\sigma(E_l) = \frac{8\pi(l+1)}{[(2l+1)!!]^2 l} \left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^{2l+1} \frac{1}{\hbar v} \sum_m |M_{lm}|^2, \quad (7)$$

式中  $E_\gamma$  是  $\gamma$  射线能量,  $v$  代表入射粒子和靶核  $^{10}\text{Be}$  的相对速度. 对于 E1 跃迁,  $l = 1$ . E1 跃迁的跃迁矩阵元为

$$M_{1m} = \frac{eM_p M_T}{M_p + M_T} \left(\frac{Z_p}{M_p} - \frac{Z_T}{M_T}\right) \langle I_{Anlj_f}^B(\mathbf{r}) | r Y_{1m}(\hat{r}) | \psi_i^+(\mathbf{r}) \rangle, \quad (8)$$

其中  $M_p$ ,  $M_T$ ,  $Z_p$ ,  $Z_T$  是入射粒子、靶核的质量数和电荷数,  $Y_{1m}$  是球谐函数. 对角部分作积分, 并对初态的磁量子数求和后, E1 跃迁的俘获截面可通过下式计算<sup>[6, 7]</sup>:

$$\sigma(E1) = \alpha \frac{16\pi}{3} \left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^3 \left(\frac{c}{v}\right) \frac{1}{(2I_p+1)(2I_T+1)}.$$

$$\left(\frac{Z_p M_T - Z_T M_p}{M_p + M_T}\right)^2 \sum_{l_i j_f} \frac{2j_f+1}{2l_f+1} \max(l_i, l_f) R_{l_i S_i l_f j_f}^2, \quad (9)$$

式中  $\alpha$  是精细结构常数,  $I_p$ ,  $I_T$  是入射粒子和靶核自旋,  $S_i$  是初态道自旋,

$$R_{l_i S_i l_f j_f} = \frac{1}{k} \int_0^\infty r^2 I_{Anlj_f}^B(r) \chi_{l_i S_i}(kr) dr, \quad (10)$$

$\chi_{l_i S_i}(kr)$  是波恩近似扭曲波径向波函数. (10) 式的积分可写成内部和渐近区域两部分,

$$R_{l_i S_i l_f j_f} = \frac{1}{k} \left[ S_{l_f j_f} \int_0^{R_N} r^2 \phi_{nl_f j_f}(r) \chi_{l_i S_i}(kr) dr + C_{Anlj_f}^B \int_{R_N}^\infty r W_{-\eta, l_f+1/2}(2k_n r) \chi_{l_i S_i}(kr) dr \right], \quad (11)$$

$R_N$  是核半径, 对于  $^{11}\text{Be}$  核半径  $R_N = 4.0 \text{fm}$ . 在天体物理感兴趣的能区, 对截面的重要贡献来源于渐近部分.

在利用非直接方法计算截面中, 会出现某种混乱和复杂的情况, 因为单粒子波函数  $\phi_{nl_j}(r)$  不但依赖于势参数而且与势的函数形式有关. 为了考察这个问题, 我们使用了以下 3 种函数形式的势: (1) Woods-Saxon (WS), (2) Gaussian (GS), (3)  $r^2 \times$  Gaussian (RGS). 3 种函数形式的势如图 1(a) 所示. 这些势的形状十分不同.

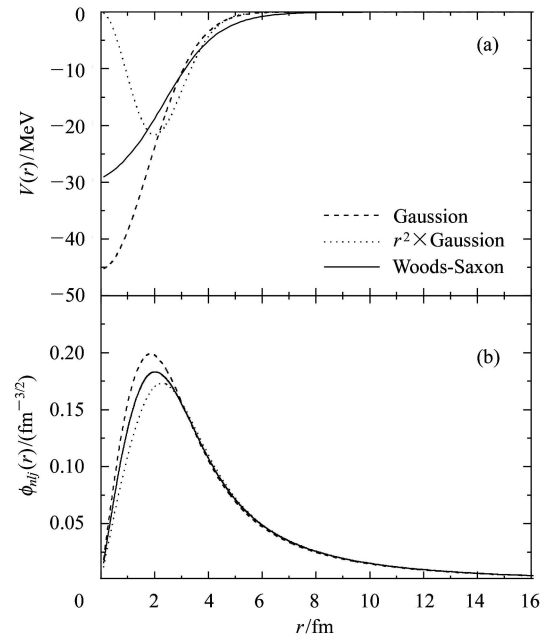


图 1 3 种具有不同函数形式的势的比较(a)和上述 3 种势下计算的单粒子波函数(b)

图 1(b) 显示了利用这些势计算的单粒子波函数. 在计

算中, 调节势参数使单粒子波函数在渐近区域有相同的行为. 利用这些波函数, 我们计算了 s 波中子被俘获到  $^{11}\text{Be}$  第 1 激发态的截面, 并在图 2 中作比较. 由图可见, 对于上述 3 种势, 只要相应的波函数在渐近区域具有相同的行为, 我们得到了基本上相同的结果. 而波函数的渐近区域的行为取决于实验上抽取的核 ANC. 由此, 人们可以得出结论, 利用 ANC 方法得到的辐射俘获截面近乎与模型无关. 我们利用公式(9), (10)和(11)检验了俘获截面的势参数依赖. 在 WS 势下用不同的势参数计算了  $E_n = 20\text{keV}$   $^{10}\text{Be}(n, \gamma)^{11}\text{Be}(1/2^-, 0.320\text{MeV})$  反应的俘获截面. 计算结果如图 3 所示. 图中的 3 条横线分别代表俘获截面的平均值和 5% 不确定性的范围. 由图可见, 利用 ANC 方法计算的恒星能量下的辐射俘获截面基本上与势参数无关. 所以, 由于其与模型及模型参数近乎无关的特性, 转移反应的 ANC 处理为测定天体物理感兴趣能量下的俘获截面提供了一个可靠的途径.

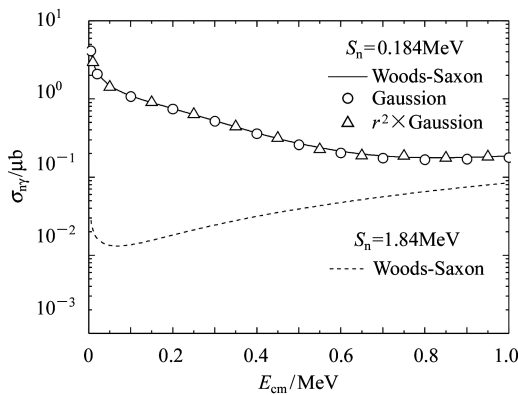


图 2  $s$  波中子俘获到  $^{11}\text{Be}$  第 1 激发态的截面

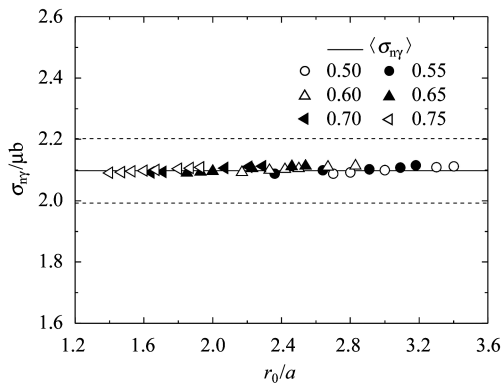


图 3 不同 WS 势参数计算  $E_n = 20\text{keV}$  时  $^{10}\text{Be}(n, \gamma)^{11}\text{Be}(1/2^-, 0.320\text{MeV})$  反应的俘获截面

### 3 直接俘获过程中的晕效应

为了演示恒星能量下直接俘获过程中的核晕效

应, 首先计算俘获到晕态的截面, 并与俘获到正常态的截面作比较. 为此目的, 我们任意地将  $^{11}\text{Be}$  第 1 激发态的中子分离能增加 10 倍, 在 WS 势中分别计算  $S_n = 0.184\text{MeV}$  和  $1.84\text{MeV}$  的单粒子波函数. 图 4(a) 中的实线和虚线为上述两种中子分离能下的单粒子波函数. 在这些计算中, WS 势几何参数为  $r_0 = 1.19\text{fm}$ ,  $a = 0.75\text{fm}$ . 调节 WS 势的深度以再现价中子的分离能. 由图 4(a) 可见, 晕态的波函数比正常态的波函数伸展得远得多. 利用这些波函数, 我们计算了  $^{10}\text{Be}(n, \gamma)^{11}\text{Be}(1/2^-, 0.320\text{MeV})$  反应的截面. 在这一反应中,  $s$  波中子被俘获到  $^{11}\text{Be}$  的第 1 激发态(p 态), 并发射  $E1\gamma$  射线. 对于  $S_n = 0.184\text{MeV}$  和  $1.84\text{MeV}$  两种情形, 计算结果分别以实线和虚线在图 2 中作比较. 由图可见, 在天体物理感兴趣能区, 中子俘获到晕态的俘获截面比俘获到正常态的截面大 2 个数量级以上. 为了更清楚地演示中子晕引起俘获截面异常增大的原因, 在图 4(b) 中显示了入射中子  $E_n = 20\text{keV}$ ,  $^{11}\text{Be}$  第 1 激发态的中子分离能为  $S_n = 0.184\text{MeV}$  和  $1.84\text{MeV}$  时的约化跃迁幅度  $Q_{l_i l_f j_f l}(r) = |r^2 I_{A n l_f j_f}^B \chi_{l_i s_i}(kr)|$ . 这一比较清楚地显示了俘获截面中晕效应的起因. 正是由于入射波与  $^{11}\text{Be}$  晕态波函数伸展的尾部大的重叠导致  $^{10}\text{Be}(n, \gamma)^{11}\text{Be}$  反应截面异常增大.

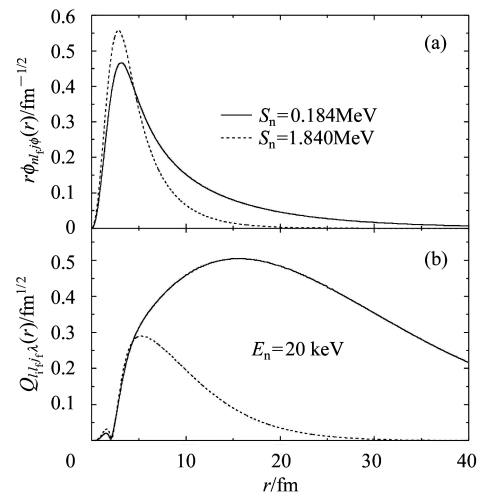


图 4 中子分离能分别为  $S_n = 0.184, 1.84\text{MeV}$   $^{11}\text{Be}$  的第 1 激发态的波函数  $r\phi_{nl_jf}(r)$  (a), 和入射道中子能量  $E_n = 20\text{keV}$  时约化跃迁幅度函数  $Q_{l_i l_f j_f l}(r) = |r^2 I_{A n l_f j_f}^B \chi_{l_i s_i}(kr)|$  (b)

图 5 是计算的  $^{10}\text{Be}(n, \gamma)^{11}\text{Be}$  俘获反应截面. 其中虚线为 p 波中子俘获至  $^{11}\text{Be}$  基态(s 态), 虚点线和虚点线分别代表 s 波和 d 波中子被俘获到  $^{11}\text{Be}$  第 1 激发态(p 态)的  $E1\gamma$  射线辐射俘获分道截面. 实线为总

俘获反应截面.  $^{10}\text{Be}(n, \gamma)^{11}\text{Be}$  俘获反应截面至今实验上未见测量. 因  $^{10}\text{Be}$  中子俘获过程涉及非均匀宇宙大爆炸核合成. 因此, 我们用 ANC 方法得到的结果在天体物理中有意义.

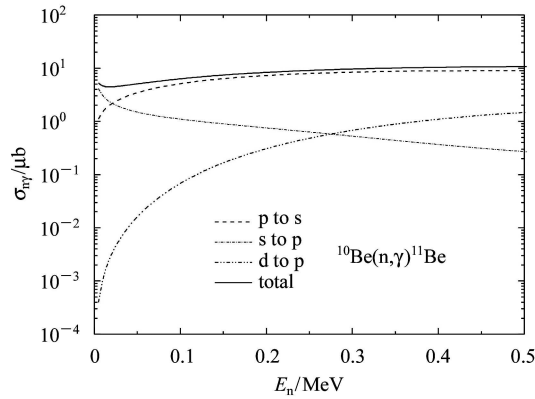


图 5  $^{10}\text{Be}(n, \gamma)^{11}\text{Be}$  反应的辐射俘获截面

## 4 小结

恒星能量俘获截面难于直接测量. 在无法作直接测量的情况下, 所需数据通常利用非直接方法求得. 因此, 对于非直接方法, 最重要的问题是所求得数据的可靠性. 本工作中, 我们演示了利用 ANC 方法得到的结果近似与模型无关. 因此, 转移反应的 ANC 处理为确定天体物理感兴趣能区的俘获截面提供一条可靠的途径. 鉴于它的可靠性, 利用 ANC 方法计算了  $^{10}\text{Be}(n, \gamma)^{11}\text{Be}$  反应的俘获截面.  $^{11}\text{Be}$  是众所周知的晕核. 它有两个弱束缚态, 即基态和第 1 激发态, 均为晕态. 作为一典型例子, 我们显示了俘获到晕态的辐射截面显著增大. 俘获截面异常增大的原因在于入射波与晕尾部大的重叠, 约化跃迁幅度函数  $Q_{l_i l_f j_f i}(r) = |r^2 I_{Anl_f j_f}^B \chi_{l_i s_i}(kr)|$  清楚地显示了这一点.

## 参考文献(References)

- XU H M, Gagliardi C A, Tribble R E et al. Phys. Rev. Lett., 1994, **73**: 2027
- Mukhamedzhanov A M, Gagliardi C A, Tribble R E. Phys. Rev., 2001, **C63**: 024612
- Zwieglinski B, Benenson W, Robertson R G H et al. Nucl. Phys., 1979, **A315**: 124
- LIU Z H, ZHANG X Z, ZHANG H Q. Phys. Rev., 2003, **C68**: 024305
- LIU Z H, ZHOU H Y. Chin. Phys. Lett., 2004, **21**: 40
- Angulo C, Arnould M, Rayet M et al. Nucl. Phys., 1999, **A656**: 3
- WU K S. Investigation of Radiative Capture Reaction, s-Process Network Equation and Neutron Source of Astrophysical Interest. In: Doctoral Dissertation. China Institute of Atomic Energy, Beijing, 2003 (in Chinese) (吴开谔. 天体物理感兴趣的辐射俘获反应, 过程网络方程和中子源研究. 博士学位论文. 中国原子能科学研究院, 北京, 2003)

## Nuclear Halo Effect on Direct Nucleon Capture Cross Sections\*

LIU Zu-Hua<sup>1,2;1)</sup> ZHOU Hong-Yu<sup>2</sup>

1 (China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413, China)

2 (Key Laboratory of Beam Technology and Material Modification of Ministry of Education, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

**Abstract** The capture cross sections at stellar energies are very difficult to be measured directly. Hence, data are usually evaluated by means of indirect methods and extrapolations from the experimental data obtained at the possible lowest energies. In this work we have shown that the results obtained with the asymptotic normalization coefficient (ANC) method are nearly model independent. Therefore, the ANC approach of the transfer reactions provides a reliable way for the determination of the capture cross sections at stellar energies. By virtue of its reliability, we have calculated the capture cross sections of the  $^{10}\text{Be}(n, \gamma)^{11}\text{Be}$  reaction by means of nuclear ANC method.  $^{11}\text{Be}$  is a well-known neutron halo nucleus with two weak bound states. As a typical example, we have shown that the radiative cross sections for a nucleon captured into a halo state are obviously enhanced. The enormous enhancement of the capture cross section is just due to the large overlap of the incident neutron wave with the extended tail of the halo.

**Key words** nuclear halo, ANC method, direct capture, halo effect

Received 10 January 2005

\*Supported by National Natural Science Foundation of China (10075077, 10105016, 10275092) and Major State Basic Research Development Program (G2000077406)

1) E-mail: zhliu@iris.ciae.ac.cn