

# 用推广的 Viola-Seaborg 公式计算 $\alpha$ 衰变寿命\*

董铁矿<sup>1</sup> 任中洲<sup>1,2;1)</sup>

1 (南京大学物理系 南京 210008)

2 (兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心 兰州 730000)

**摘要** 根据 Audi 等编评的最新核数据表, 对  $Z \geq 84$ ,  $N \geq 128$  的核的  $\alpha$  衰变实验寿命用 Viola-Seaborg 公式进行最小方差拟合, 得到一套新参数. 用新拟合参数计算的偶偶核的衰变寿命与实验寿命很好地符合, 平均偏差 1.3 倍. 而对奇  $A$  和奇奇核理论寿命与实验寿命相差较远. 考虑到处于基态时奇  $A$  和奇奇核与偶偶核的主要区别在于自旋和宇称, 对 Viola-Seaborg 公式做了推广. 在公式中引入了离心势垒 (即  $\alpha$  粒子轨道角动量) 对衰变寿命的影响. 由推广公式计算的奇  $A$  和奇奇核的寿命与实验寿命平均偏差 2.5 倍, 最大偏差 5—6 倍.

**关键词** Viola-Seaborg 公式 阻塞因子 角动量

## 1 引言

1908 年 Rutherford 将  $\alpha$  放射性解释为原子核自发发射一个  ${}^4\text{He}$  核的一种衰变模式. 1911 年 Geiger 和 Nuttall 发现了  $\alpha$  衰变能与半衰期之间的经验关系式: Geiger-Nuttall 定律. 1928 年 Gamov, Condon 和 Gurney 建立了关于  $\alpha$  衰变的量子理论, 成功地解释了  $\alpha$  衰变现象, 并且由此近似导出了 Geiger-Nuttall 定律. 1966 年 Viola 和 Seaborg 推广了 Geiger-Nuttall 定律, 提出了 Viola-Seaborg 公式<sup>[1]</sup>. 目前公式中所用的参数是多年前提出来的<sup>[2]</sup>. 近年来实验核物理学家合成了不少新的元素, 积累了许多  $\alpha$  衰变的新数据<sup>[3-6]</sup>. 因此, 有必要对公式中的参数进行更新. 我们根据 Audi 等编评的最新核数据表<sup>[7]</sup>, 对 64 个偶偶核进行最小方差拟合得到一套新的参数. 新拟合参数能够相当准确地再现重核和超重核 (偶偶核) 的  $\alpha$  衰变实验寿命. 这对新元素的鉴定很有价值. 对奇核子产生的阻塞因子采取两种方式: 一方面仍按照 Viola 和 Seaborg 的作法, 取一组常数作为阻塞因子; 另一方面考虑到处于基态的偶偶核与奇  $A$  核和奇奇核的主要区别在于自旋和宇称, 我们推广了 Viola-Seaborg 公式, 在公式

中引入了  $\alpha$  粒子带走的轨道角动量的影响. 由推广后的公式计算的奇  $A$  核和奇奇核的  $\alpha$  衰变寿命与实验寿命符合得很好.

## 2 $\alpha$ 衰变半衰期的经验公式及拟合参数

早在 1911 年 Geiger 和 Nuttall 就发现了  $\alpha$  衰变能与半衰期之间的关系:

$$\log_{10} T_{\alpha} = A + B Q_{\alpha}^{-1/2}, \quad (1)$$

其中  $T_{\alpha}$  是  $\alpha$  衰变的半衰期, 其值为

$$T_{\alpha} = T_{\text{tot}} / R_{\alpha}, \quad (2)$$

$T_{\text{tot}}$  是总的半衰期,  $R_{\alpha}$  是  $\alpha$  衰变的分支比,  $Q_{\alpha}$  是衰变能,  $A$  和  $B$  是与母核原子序数相关的常数. 1966 年 Viola 和 Seaborg 推广了 Geiger-Nuttall 定律, 提出了 Viola-Seaborg 公式<sup>[1]</sup>

$$\log_{10} T_{\alpha} = (aZ + b) Q_{\alpha}^{-1/2} + (cZ + d) + h_{\log}, \quad (3)$$

式中  $a, b, c, d$  是对偶偶核进行最小方差拟合得到的常数,  $h_{\log}$  是奇核子产生的阻塞因子, 其数值是对奇  $A$  核和奇奇核进行最小方差拟合所得的一组常数. 衰变能

2005 - 04 - 30 收稿

\* 国家自然科学基金(10535010), 国家杰出青年科学基金(10125521), 国家教育部博士点专项基金(20010284036), 国家重点基础研究发展规划项目(G2000077400)和中国科学院知识创新工程重点项目(KJCX2-SW-N02)资助

1) E-mail: zren@nju.edu.cn

$Q_\alpha$  以 MeV 为单位, 衰变寿命以 s 为单位. 该公式对偶偶核基态之间的  $\alpha$  衰变定量上符合得相当好 (见图 1).

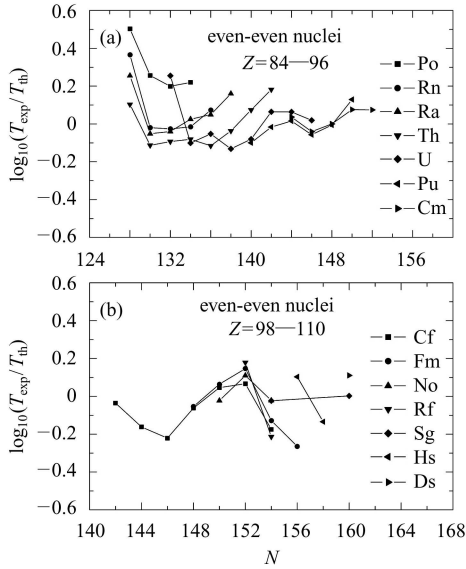


图 1 64 个偶偶核的  $\alpha$  衰变实验寿命与用新参数计算的理论寿命的比值 (取常用对数)

但对奇  $A$  核和奇奇核理论寿命与实验寿命相差较远 (见图 2(a) 和图 3(a)). 根据 Audi 等编评的最新核数据表<sup>[7]</sup>取  $Z \geq 84$ ,  $N \geq 128$  的核对 Viola-Seaborg 公式进行最小方差拟合, 所得参数为

$$\begin{aligned} a &= 1.64062, \quad b = -8.54399, \\ c &= -0.19430, \quad d = -33.9054. \end{aligned} \quad (4)$$

阻塞因子取常数的情况下得到的数值是

$$h_{\log} = \begin{cases} 0, & Z \text{ 偶}, N \text{ 偶}. \\ 0.8937, & Z \text{ 偶}, N \text{ 奇}. \\ 0.5720, & Z \text{ 奇}, N \text{ 偶}. \\ 0.9380, & Z \text{ 奇}, N \text{ 奇}. \end{cases} \quad (5)$$

由这套参数计算的奇  $A$  核和奇奇核的  $\alpha$  衰变寿命与实验寿命相差较远, 对于某些核实验寿命与理论寿命的比值高达 148 倍 (见图 2(a)). 考虑到奇  $A$  核和奇奇核与偶偶核处于基态时的区别, 在公式中包括了  $\alpha$  粒子携带的轨道角动量, 把阻塞因子写为  $h_{\log} = C_1 L(L+1) + C_2$ . 其中  $C_1, C_2$  是两个拟合常数.  $L$  是  $\alpha$  粒子带走的轨道角动量量子数. 它的取值基于如下的考虑<sup>[8]</sup>: 衰变过程中系统的总角动量和宇称守恒,  $\alpha$  粒子所带走的轨道角动量取值范围是

$$|I_i - I_f| \leq L \leq |I_i + I_f|, \quad (6)$$

如果母核与子核宇称相同,  $L$  取偶数; 若宇称不同,  $L$  取奇数. 假定  $\alpha$  衰变是基态到基态的跃迁, 角动量取最小允许值, 称  $L(L+1)$  相关项为离心势影响因子, 称最后的常数项为  $\alpha$  粒子的预形成阻塞因子, 其值如下:

$$h_{\log} = \begin{cases} 0, & Z \text{ 偶}, N \text{ 偶}. \\ 0.0474 L(L+1) + 0.530, & Z \text{ 偶}, N \text{ 奇}. \\ 0.0422 L(L+1) + 0.320, & Z \text{ 奇}, N \text{ 偶}. \\ 0.1250 L(L+1) + 0.526, & Z \text{ 奇}, N \text{ 奇}. \end{cases} \quad (7)$$

该表达式也可以从  $\alpha$  衰变的 Gamov 理论推导出来.

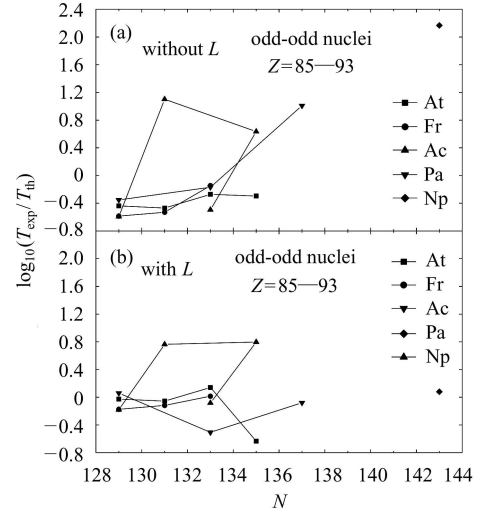


图 2 奇奇核  $\alpha$  衰变的实验寿命与在两种情况下计算的理论寿命的比值 (取常用对数)

(a) 不包含角动量时 (without  $L$ ) 实验寿命与理论寿命的比值随中子数的变化, (b) 包含角动量时 (with  $L$ ) 实验寿命与理论寿命的比值随中子数的变化.

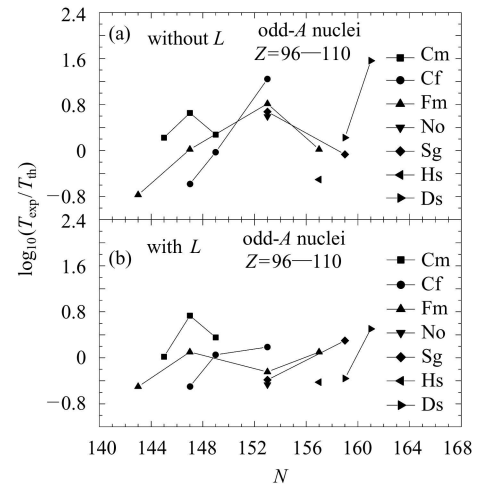


图 3 偶奇核  $\alpha$  衰变的实验寿命与在两种情况下计算的理论寿命的比值 (取常用对数)

图中说明同图 2.

### 3 理论推导

根据 Gamov 理论,  $\alpha$  衰变是  $\alpha$  粒子穿透势垒的隧道过程. 势垒主要由 3 部分组成: 吸引的核势, 排斥的库仑势和离心势. 假设势垒是球对称的, 不失一般性, 衰变宽度可写为<sup>[9]</sup>

$$\Gamma = P_\alpha F_\alpha \exp \left[ -2 \int_R^{R_c} K(r) dr \right], \quad (8)$$

其中  $R$  和  $R_c$  是方程  $V(r) = Q_\alpha$  的解, 即经典转折点.  $P_\alpha$  是描述  $\alpha$  粒子运动的归一化因子,  $F_\alpha$  是  $\alpha$  粒子的预形成因子. 波数为

$$K(r) = \sqrt{(2\mu/\hbar^2)[V(r) - Q_\alpha]}, \quad (9)$$

式中  $\mu$  是子核与  $\alpha$  粒子的约化质量. 衰变寿命由公式  $T_\alpha = \hbar \ln 2 / \Gamma$  给出. 在离心势为零 (即  $L = 0$ ) 时, 考虑到在  $R$  与  $R_c$  之间库仑势是势垒中最主要的部分, 衰变能又远低于势垒高度.  $\alpha$  衰变寿命可近似写成如下的形式<sup>[1, 10, 11]</sup>:

$$\log_{10} T_\alpha = (aZ + b) Q_\alpha^{-1/2} + (cZ + d) + C_0, \quad (10)$$

当  $\alpha$  粒子带走的角动量不为 0 ( $L \neq 0$ ) 时, 由于离心势远小于库仑势, 离心势垒对  $\alpha$  粒子穿透几率的贡献  $P_L$  近似为<sup>[8, 12]</sup>

$$P_L = \exp[-G_L] = \exp \left\{ -\sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{4\mu(Z-2)e^2}} \int_R^{R_c} \frac{L(L+1)}{r^{3/2}} dr \right\} = \exp[AL(L+1) + B], \quad (11)$$

式中  $A$  和  $B$  是与母核原子序数相关的常数, 它们随母核的原子序数  $Z$  缓慢变化, 作为一级近似可视为常数. 这样,  $\alpha$  衰变寿命的公式就推广为

$$\log_{10} T_\alpha = (aZ + b) Q_\alpha^{-1/2} + (cZ + d) + C_1 L(L+1) + C_2, \quad (12)$$

其中  $C_1, C_2$  是常数.

### 4 数据分析

对偶偶核,  $\alpha$  衰变的实验数据从  $^{212}\text{Po}$  取到偶偶核  $^{380}\text{110}$ . 从图 1 可以看出, 总体上中子数相同质子数越靠近 82 的核实验寿命与理论寿命的比值 (取常用对数)  $\log_{10}(T_{\text{exp}}/T_{\text{th}})$  越大; 对同一种元素中子数越靠近 126 的核比值也越大. 类似地, 在亚满壳层  $N = 152$  附近实验寿命与理论寿命的比值也出现了极大值.

为了清楚地看出理论寿命与实验寿命的符合情况, 定义了标准偏差

$$\sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\log_{10}(T_{\text{exp}}^i/T_{\text{th}}^i)]^2} \quad (13)$$

和平均偏差

$$\langle \sigma \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\log_{10}(T_{\text{exp}}^i/T_{\text{th}}^i)|, \quad (14)$$

对各种类型的核进行拟合, 所得的标准偏差和平均偏差的数值在表 1 中列出.

表 1 在 Viola-Seaborg 公式中包含角动量和不包含角动量两种情况下计算的各种类型核的  $\alpha$  衰变实验寿命与理论寿命 (取常用对数) 符合情况的比较

核素类型	拟合核数目	$\sqrt{\sigma^2}$	$\sqrt{\sigma_L^2}$	$\langle \sigma \rangle$	$\langle \sigma_L \rangle$
偶 Z, 偶 N	64	0.143	0.143	0.108	0.108
奇 Z, 奇 N	15	0.787	0.365	0.617	0.247
偶 Z, 奇 N	42	0.580	0.394	0.488	0.342
奇 Z, 偶 N	33	0.396	0.341	0.321	0.286

注: 常用对数值 0.3, 0.5, 0.7 分别对应于实验寿命与理论寿命差 2 倍, 3.2 倍和 5 倍.

表 1 中第 3 列和第 5 列分别是由推广公式计算的标准偏差  $\sqrt{\sigma_L^2}$  与平均偏差  $\langle \sigma_L \rangle$ ; 第 4 列和第 6 列分别为阻塞因子取常数时所得的标准偏差  $\sqrt{\sigma^2}$  与平均偏差  $\langle \sigma \rangle$ . 总体上说, 用推广公式计算的  $\alpha$  衰变寿命更接近于实验寿命, 平均偏差与标准偏差均在 2.5 倍以内. 具体的比较如图 2—5 所示.

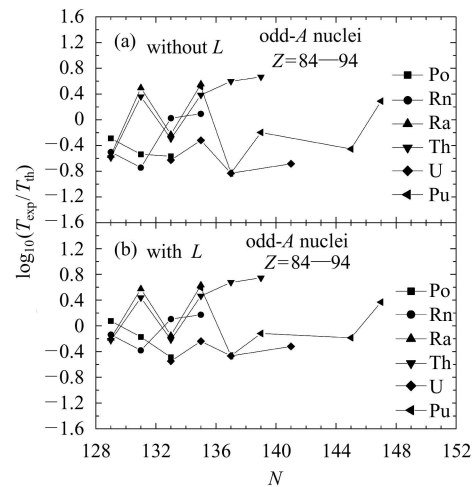


图 4 偶奇核  $\alpha$  衰变的实验寿命与在两种情况下计算的理论寿命的比值 (取常用对数) 图中说明同图 2.

由图可以看出引入角动量后的计算寿命更接近实验寿命. 对奇奇核改善最大, 实验寿命与理论寿命的最大比值从 148 倍 (如图 2(a), 常用对数值为 2.17)

减小到6倍(如图2(b), 常用对数值为0.8). 对偶奇核平均来说也大大改善(如图3, 4), 点子更加靠近直线  $\log_{10}(T_{\text{exp}}/T_{\text{th}}) = 0$  (即  $T_{\text{exp}} = T_{\text{th}}$ ), 特别是最大和次大比值分别从36倍和18倍(如图3(a), 常用对数值分别为1.561和1.245)减小到6倍(如图3(b), 常用对数值为0.8). 对奇偶核计算结果也有部分改善(如图5).

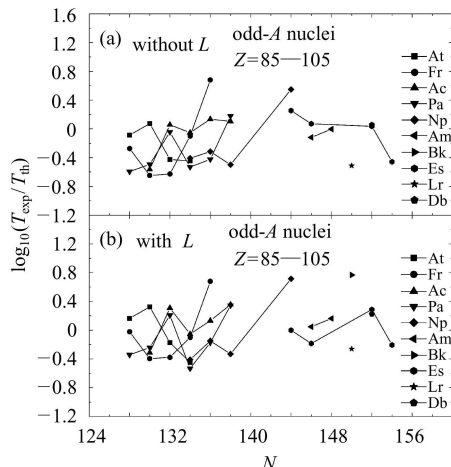


图5 奇偶核 $\alpha$ 衰变的实验寿命与在两种情况下计算的理论寿命的比值(取常用对数)  
图中说明同图2.

## 5 新核素的理论寿命与实验寿命的比较

把拟合得来的参数  $a, b, c, d$  用于计算重核和超重核的 $\alpha$ 衰变寿命, 把Fm以后(包括Fm)的20个偶偶核的公式计算值与实验值(取常用对数)列于表2, 其中114到118号元素的数据均取自Dubna的最新数据<sup>[5]</sup>. 容易看出除<sup>292</sup>116以外理论寿命与实验寿命在2倍以内符合. 在<sup>292</sup>116处实验值与理论值也仅相差4倍.

表2 由新拟合参数计算的20个偶偶核的 $\alpha$ 衰变寿命与实验寿命(取常用对数)的比较

Nuclei	$Q_{\alpha}/\text{MeV}$	$\log_{10} T_{\text{exp}}$	$\log_{10} T_{\text{th}}$
<sup>248</sup> Fm	8.002	1.588	1.642
<sup>250</sup> Fm	7.557	3.301	3.237
<sup>252</sup> Fm	7.153	4.961	4.814
<sup>254</sup> Fm	7.308	4.067	4.195
<sup>256</sup> Fm	7.027	5.067	5.332
<sup>252</sup> No	8.550	0.561	0.584
<sup>254</sup> No	8.226	1.753	1.643
<sup>256</sup> No	8.581	0.464	0.486
<sup>256</sup> Rf	8.930	0.304	0.126
<sup>258</sup> Rf	9.250	-1.035	-0.821
<sup>260</sup> Sg	9.920	-2.022	-1.999
<sup>266</sup> Sg	8.630	1.791	1.789
<sup>264</sup> Hs	10.59	-2.966	-3.070
<sup>266</sup> Hs	10.34	-2.569	-2.434
<sup>270</sup> Ds	11.20	-3.796	-3.906
<sup>286</sup> 114	10.35	-0.398	-0.576
<sup>288</sup> 114	10.09	-0.097	0.135
<sup>290</sup> 116	11.00	-1.824	-1.639
<sup>292</sup> 116	10.80	-1.745	-1.134
<sup>294</sup> 118	11.81	-2.745	-2.986

## 6 结论

通过最小方差拟合得到了Viola-Seaborg公式的一套新参数. 由这套参数计算的偶偶核( $Z = 84-118$ ) $\alpha$ 衰变寿命与实验寿命平均偏差1.4倍, 最大偏差3倍(出现在双幻核<sup>212</sup>Po附近). 为了改善奇A核和奇奇核的计算结果我们推广了Viola-Seaborg公式, 在公式中包含了角动量的影响. 用推广的公式计算的奇A核和奇奇核的 $\alpha$ 衰变寿命与实验寿命符合得很好. 平均偏差2.5倍, 最大偏差5—6倍.

## 参考文献(References)

- Viola V E, Seaborg G T. J. Inorg. Nucl. Chem., 1966, **28**: 741
- Möller P, Nix J R, Kratz K L. At. Data and Nucl. Data Tables, 1997, **66**: 131
- Hofmann S, Münzenberg G. Rev. Mod. Phys., 2000, **72**: 733
- Wilk P A, Gregorich K E, Türler A et al. Phys. Rev. Lett., 2000, **85**: 2697
- Oganessian Yu Ts, Utyonkov V K, Lobanov Yu V et al. Phys. Rev., 2004, **C70**: 064609
- GAN Zai-Guo et al. HEP & NP, 2004, **28**(4): 332 (in Chinese)  
(甘再国等. 高能物理与核物理, 2004, **28**(4): 332)
- Audi G, Bersillon O, Blachot J et al. Nucl. Phys., 2003, **A729**: 3
- Rasmussen J O. Alpha-Decay. In: Siegbahn K.  $\alpha \cdot \beta \cdot \gamma$ -Ray Spectroscopy (Volume I). Netherlands: North-Holland Publishing Company Amsterdam, 1965. 701
- REN Zhong-Zhou, XU Chang, WANG Zai-Jun. Phys. Rev., 2004, **C70**: 034304
- REN Zhong-Zhou, XU Chang, WANG Zai-Jun. HEP & NP, 2004, **28**(12): 1245 (in Chinese)  
(任中洲, 许昌, 王再军. 高能物理与核物理, 2004, **28**(12): 1245)
- Gallagher C J, Rasmussen J O. J. Inorg. Nucl. Chem., 1957, **3**: 333
- Preston M A, Bhaduri R K. Structure of the Nucleus. USA: Addison-Wesley Publishing Company, INC., 1975. 509

# Calculations of $\alpha$ -Decay Half-Lives by the Generalized Viola-Seaborg Formula \*

DONG Tie-Kuang<sup>1</sup> REN Zhong-Zhou<sup>1,2;1)</sup>

1 (Department of Physics, Nanjing University, Nanjing 210008, China)

2 (Center of Theoretical Nuclear Physics,  
National Laboratory of Heavy-Ion Accelerator, Lanzhou 730000, China)

**Abstract** The Viola-Seaborg formula is a well-known formula for  $\alpha$  decay half-life of heavy nuclei. In this work we obtain a set of new parameters for this formula through a least-square fit to even-even nuclei between  $Z = 84$  and  $Z = 110$  with  $N$  greater than 126. On average, the formula can reproduce the half-lives of heavy even-even nuclei with a factor of 1.3. In order to improve the calculated results for odd- $A$  nuclei and for odd-odd nuclei, we obtain a generalized form of the Viola-Seaborg formula by including the influence of orbital angular momentum of  $\alpha$  particle on half-lives of odd- $A$  nuclei and odd-odd nuclei. On average, half-lives of odd- $A$  and odd-odd nuclei can be reproduced with a factor of 2.5 by the generalized Viola-Seaborg formula.

**Key words** Viola-Seaborg formula, hindrance factor, angular momentum

---

Received 30 April 2005

\*Supported by National Natural Science Foundation of China (10535010), National Natural Science Found for Distinguished Young Scientists (10125521), Doctoral Fund of Ministry of Education of China (20010284036), Major State Basic Research Development Program (G2000077400) and Knowledge Innovation Project of Chinese Academy of Sciences(KJ CX2-SW-N02)

1) E-mail: zren@nju.edu.cn