

热密 π 介子环境中的 ρ 介子谱函数*

陆振帮¹⁾ 陈继胜 李家荣

(华中师范大学粒子物理研究所 武汉 430079)

摘要 利用描述 ρ - π 耦合的有效模型,研究了热密 π 介子环境中的 ρ 介子谱函数.数值计算的结果表明,随着温度和 π 介子化学势的升高,谱函数变宽,且峰的位置向高不变质量区移动.

关键词 温度场论 强子物质 热密环境中介子的谱函数

1 引言

极端条件下强子性质的研究是理论核物理的重要关注对象之一.这主要有两个动机:一是为了天体物理的需要.星体结构强烈地依赖于其物质的组成和成分粒子的相互作用,而致密条件下强子性质的改变与有关天体的核物质输运性质、中子星的中微子发射等密切相关;二是极端条件下强子性质的研究与核物质的相结构研究紧密相关,从手征破缺相到恢复相的相变能反映强作用量子色动力学(QCD)的基本性质.矢量介子作为一类重要的强子,其性质在热密环境下的改变是强子研究中的一个基本课题.而在各种矢量介子中, ρ 介子因其寿命较短而在相对论重离子碰撞中扮演着重要的角色,人们从实验上和理论上都对它在热密环境中的修正效应进行了大量的研究工作^[1-7].

对矢量介子的分析强烈地依赖于具体的模型和方法,不同的模型和方法给出矢量介子行为的不同理论预言.其中Brown-Rho scaling较成功地预言了强子有效质量随温度和密度的升高而下降的特性^[5].最近文献发布的第一次观测到的轻矢量介子 ω 的实验结果,与这一预言惊人地一致^[8].但过去对密度效应的研究中,主要强调的是重子数密度的影响,而较少讨论介子的密度效应.值得注意的是,在CERN SPS和最近的Brookhaven RHIC实验中,在快度中心区,系统的温度高,重子数密度低,而 π 物质密度大;且由于 π 介子是手征对称破缺时的Goldstone粒子, π 介子物质的热密效应能反映QCD的手征对称性,还能够进一

步反映同位旋涨落及关联的物理.因而关于热密效应的研究只关注重子数密度效应是不够的,还需要进一步关注 π 介子的密度效应,从理论上对高温高密 π 物质的行为进行深入研究有着重要的物理意义.本文利用一种有效模型^[7],采用虚时温度场论研究了热密 π 介子环境中的 ρ 介子谱函数.

热密环境中,介子的质量和宽度相对于零温零密的真空情况应当有所变化,而这能够在其完全传播子中充分地表现出来.通过有限温度场论计算介子的自能,就能够得到完全传播子.而完全传播子的虚部,本质上即是通常所说的谱函数. ρ 介子的谱函数不仅能反映其质量和宽度,而且通过矢量为主模型能与实验可观测到的双轻子分布联系起来^[9],因而更受关注.在文献[6]中,曾讨论了在热密核物质中 ρ N \bar{N} 耦合对 ρ 介子谱函数的贡献,本文考虑的则是 ρ - π 耦合的贡献. ρ 介子性质在热密 π 介子环境中的修正效应,能通过其谱函数的变化反映出来.

本文先在虚时温度场论框架下,从理论上推导出热密 π 介子环境中的 ρ 介子谱函数,然后通过数值计算作出谱函数的图线,并分析温度和 π 密度效应对它的影响,最后得出结论.

2 ρ 介子谱函数

对密度效应的研究,一般借助于与守恒粒子数共轭的化学势.尽管严格地说 π 介子数并不守恒,但研究表明,在从化学冻结(chemical freeze-out)到热冻

2005-06-27 收稿

*国家自然科学基金(90303007)资助

1) E-mail: zeb_lu@iopp.cnu.edu.cn

结 (thermal freeze-out) 过程中, π 介子的丰度是稳定的^[10, 11]. 在这种条件下, 我们可以认为 π 介子数守恒, 并引入化学势来研究 π 介子密度效应对 ρ 介子性质的

影响.

将 π 介子化学势 μ 考虑进来后, ρ 介子的谱函数可表示为

$$A_{L(T)}(M_\rho) = -2 \frac{\text{Im}\Pi_{L(T)}(M_\rho, T, \mu)}{[M_\rho^2 - (m_\rho^2 + \text{Re}\Pi_{L(T)}(M_\rho, T, \mu))]^2 + [\text{Im}\Pi_{L(T)}(M_\rho, T, \mu)]^2}, \quad (1)$$

其中 m_ρ 为 ρ 介子的真空质量, M_ρ 是其不变质量, T 为温度. A_L 和 A_T 分别是纵向和横向谱函数, 而 $\Pi_L(M_\rho, T, \mu)$ 和 $\Pi_T(M_\rho, T, \mu)$ 分别是 ρ 介子自能的纵向和横向部分, 定义如下

$$\Pi^{\mu\nu}(k) = \Pi_L(k)P_L^{\mu\nu} + \Pi_T(k)P_T^{\mu\nu}, \quad (2)$$

$\Pi^{\mu\nu}$ 是 ρ 介子的自能, $P_L^{\mu\nu}(k)$ 和 $P_T^{\mu\nu}(k)$ 是标准纵向和横向投影张量. 在闵氏空间中, 投影张量定义如下

$$P_T^{00} = P_T^{0i} = P_T^{i0} = 0,$$

$$P_T^{ij} = \delta^{ij} - k^i k^j / k^2,$$

$$P_L^{\mu\nu} = -g^{\mu\nu} + k^\mu k^\nu / k^2 - P_T^{\mu\nu}. \quad (3)$$

由此看出, 关键是计算热密 π 介子环境中的 ρ 介子自能 $\Pi^{\mu\nu}$.

采用描述 ρ - π 耦合的有效拉氏量^[7]

$$\mathcal{L} = ((\partial_\mu - ig\rho_\mu)\phi)((\partial^\mu + ig\rho^\mu)\phi^*) - m_\pi^2\phi\phi^* - \frac{\alpha}{4}(\phi\phi^*)^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho^\mu\rho_\mu - \frac{1}{4}\rho_{\mu\nu}\rho^{\mu\nu}, \quad (4)$$

上式中, ϕ 是描述带电 π 介子的复标量场, ρ 是描述 ρ 介子的矢量场, g 是 ρ - π 耦合系数. 四次方项 $-\frac{\alpha}{4}(\phi\phi^*)^2$ 描述同位旋 π 介子的自作用, 其中 $\alpha = 6(m_\pi^2/2f_\pi^2)$. m_π 和 f_π 分别为真空中的 π 介子质量和衰变常数. 拉氏量(4)具有 $U(1)$ 对称性, 相应的守恒荷

$$N = i \int d^3x (\phi^* \partial^0 \phi - \phi \partial^0 \phi^* - 2ig\rho^0 \phi^* \phi).$$

是电荷总数, 可等同为带电 π 粒子数. 一个守恒荷必然对应一个共轭的化学势. 用 μ 表示与 π 粒子数 N 共轭的化学势, 则系统的巨配分函数为

$$Z(\beta, \mu) = \int [d\phi][d\phi^*][d\rho^\mu] \exp \left\{ \int_0^\beta d\tau \int d^3x (\mathcal{L} + i\mu(\phi^* \partial^0 \phi - \phi \partial^0 \phi^* - 2ig\rho^0 \phi^* \phi)) \right\}$$

化简后, 指数上的积分核(即有效拉氏量)变为

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = ((\partial_\mu - i\mu\delta_{0\mu} - ig\rho_\mu)\phi)((\partial^\mu + i\mu\delta^{0\mu} + ig\rho^\mu)\phi^*) - m_\pi^2\phi\phi^* - \frac{\alpha}{4}(\phi\phi^*)^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho^\mu\rho_\mu - \frac{1}{4}\rho_{\mu\nu}\rho^{\mu\nu}, \quad (5)$$

谱函数(1)中提及的 π 介子化学势 μ 即由此引入.

从有效拉氏量(5), 可以画出 ρ 介子单圈自能图(见图1). 同时, 可通过对生成泛函进行相应运算, 求出相应的费曼规则^[12]. 下面列出了由此得到的热密环境中 π 介子传播子和 ρ - π 作用顶点在动量空间的表达式:

$$D_{\pi 0}(i\omega_n, p; \mu) = \frac{1}{-(i\omega_n + \mu)^2 + p^2 + m_\pi^2}, \quad (6)$$

$$\Gamma_{\rho\pi}(p_\mu, p'_\mu; \mu) = -ig\{[-(i\omega_n + \mu), p] + [-(i\omega_{n'} + \mu), p']\}, \quad (7)$$

$\omega_n = 2n\pi T$, $\omega_{n'} = 2n'\pi T$, 均为松原频率.

考虑到自能与完全传播子和裸传播子满足 Schwinger-Dyson 方程

$$\Pi_\pi = (D_\pi)^{-1} - (D_{\pi 0})^{-1}, \quad (8)$$

Π_π 为 π 介子自能, D_π 为完全传播子. 将裸传播子(6)代入上式中, 并用 \tilde{m}_π 标记 π 介子的有效质量 $\tilde{m}_\pi = \sqrt{m_\pi^2 + \Pi_\pi}$, 可得 π 介子的完全传播子

$$D_\pi(i\omega_n, p; \mu) = \frac{1}{-(i\omega_n + \mu)^2 + p^2 + \tilde{m}_\pi^2}. \quad (9)$$

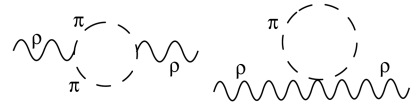


图1 单圈 ρ 介子自能图

将费曼规则(7), (9)应用于图1, 写出 ρ 介子的自能表达式

$$\Pi^{\mu\nu}(k) = -g^2 T \sum_n \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{(2p^\mu - k^\mu)(2p^\nu - k^\nu)}{(-p^2 + \tilde{m}_\pi^2)[-(k-p)^2 + \tilde{m}_\pi^2]} + 2\delta^{\mu\nu} g^2 T \sum_n \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{-p^2 + \tilde{m}_\pi^2}, \quad (10)$$

此处所用的度规为对角矩阵 $\{1, -1, -1, -1\}$. π 介子动量 p^μ 和 ρ 介子动量 k^μ 分别为

$$p^\mu = [-(i\omega_n + \mu), \mathbf{p}],$$

$$k^\mu = (-i\omega, \mathbf{k}). \quad (11)$$

(10)式中的自能包含了真空和物质的贡献. 其中来自真空项的发散问题可通过维数正规化和重整化解决^[9], 本文对此不作讨论. 下面我们主要关注物质项的贡献.

取 \mathbf{k} 沿 z 轴方向时, 利用投影张量 P_L 和 P_T 的性质, 可推出纵向和横向自能分别为

$$\Pi_L(k) = -\frac{k^2}{k_0|\mathbf{k}|} \Pi^{03}, \quad \Pi_T(k) = \Pi^{11}. \quad (12)$$

用标准方法完成(10)式中对松原频率的求和^[13, 14], 再作解析延拓

$$i\omega \rightarrow k_0 + i\varepsilon, \quad (13)$$

分别得出 ρ 介子自能纵向和横向部分的实部和虚部

$$\begin{aligned} \text{Re}\Pi_L &= -\frac{k^2}{k_0|\mathbf{k}|} \frac{g^2}{8\pi^2} \int_0^\infty dp \left(\frac{p^2}{E_p} \right) [f(E_p - \mu) + \\ & f(E_p + \mu)] \times \sum_{s=\pm 1} \frac{k_0 + 2sE_p}{2|\mathbf{k}|^2 p} \left[4|\mathbf{k}|p + \right. \\ & \left. (k_0^2 + 2sk_0E_p) \ln \left| \frac{k_0^2 - |\mathbf{k}|^2 + 2sk_0E_p - 2|\mathbf{k}|p}{k_0^2 - |\mathbf{k}|^2 + 2sk_0E_p + 2|\mathbf{k}|p} \right| \right], \\ \text{Im}\Pi_L &= -\frac{g^2}{16\pi} \frac{k^2}{|\mathbf{k}|^3} \int_{(k_0-a|\mathbf{k}|)/2}^{(k_0+a|\mathbf{k}|)/2} dE_p (2E_p - k_0)^2 \cdot \\ & [1 + f(E_p - \mu) + f(E_p + \mu)], \\ \text{Re}\Pi_T &= \frac{g^2}{8\pi^2} \int_0^\infty dp \left(\frac{p^2}{E_p} \right) [f(E_p - \mu) + f(E_p + \mu)] \\ & \left[\frac{2(k_0^2 + |\mathbf{k}|^2)}{|\mathbf{k}|^2} + \right. \\ & \left. \sum_{s=\pm 1} \frac{(k_0^2 - |\mathbf{k}|^2 + 2sk_0E_p)^2 - 4|\mathbf{k}|^2 p^2}{4|\mathbf{k}|^3 p} \right. \\ & \left. \ln \left| \frac{k_0^2 - |\mathbf{k}|^2 + 2sk_0E_p - 2|\mathbf{k}|p}{k_0^2 - |\mathbf{k}|^2 + 2sk_0E_p + 2|\mathbf{k}|p} \right| \right], \\ \text{Im}\Pi_T &= -\frac{g^2}{32\pi} \frac{1}{|\mathbf{k}|^3} \int_{(k_0-a|\mathbf{k}|)/2}^{(k_0+a|\mathbf{k}|)/2} dE_p [1 + f(E_p - \mu) + \\ & f(E_p + \mu)] \times [4|\mathbf{k}|^2 E_p^2 - 4|\mathbf{k}|^2 \tilde{m}_\pi^2 - \\ & (k_0^2 - |\mathbf{k}|^2 - 2k_0E_p)^2], \end{aligned} \quad (14)$$

上式中,

$$E_p = \sqrt{p^2 + \tilde{m}_\pi^2}, \quad a = \sqrt{1 - \frac{4\tilde{m}_\pi^2}{k_0^2 - |\mathbf{k}|^2}}, \quad (15)$$

玻色子分布函数为

$$f(x) = \frac{1}{e^{\beta x} - 1}. \quad (16)$$

由(10)式可以看出, ρ 介子自能是依赖于 π 介子的有效质量 \tilde{m}_π 的. 通过计算 π 介子自能 Π_π , 可以得到其有效质量. Π_π 通过 π 介子传播子(9)与温度 T 和化学势 μ 相关, 相应费曼图如图2所示.

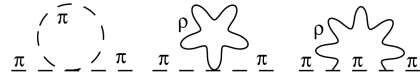


图2 单圈 π 介子自能图

由于 $m_\rho \gg m_\pi$, T , 图2中后两个图的贡献在有限温度下被强烈压低, 因而较之于第一个图的贡献可以忽略^[7]. 进一步考虑到对菊花图的重求和^[13], 得到 π 介子自能满足的自洽方程

$$\Pi_\pi = \frac{\alpha T}{2} \sum_n \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{-p^2 + m_\pi^2 + \Pi_\pi}. \quad (17)$$

完成对松原频率的求和后^[13, 14], 仅考虑物质部分(即显含分布函数部分), 可得

$$\begin{aligned} \Pi_\pi &= \frac{\alpha}{8\pi^2} \int_0^\infty dk \frac{k^2}{\sqrt{\tilde{m}_\pi^2 + k^2}} [f(\sqrt{\tilde{m}_\pi^2 + k^2} + \mu) + \\ & f(\sqrt{\tilde{m}_\pi^2 + k^2} - \mu)], \end{aligned} \quad (18)$$

数值计算求解方程(18)即可得出 π 介子自能, 从而求得 π 介子依赖于温度及化学势的有效质量 \tilde{m}_π .

3 数值计算结果

选取参数为 $m_\pi = 135\text{MeV}$, $m_\rho = 770\text{MeV}$, $f_\pi = 93\text{MeV}$, $g^2/4\pi = 2.93$, 并将以上得出的 ρ 介子自能(14)代入谱函数(1)中, 可明确给出谱函数的数值特征. 以下以横向为例进行分析.

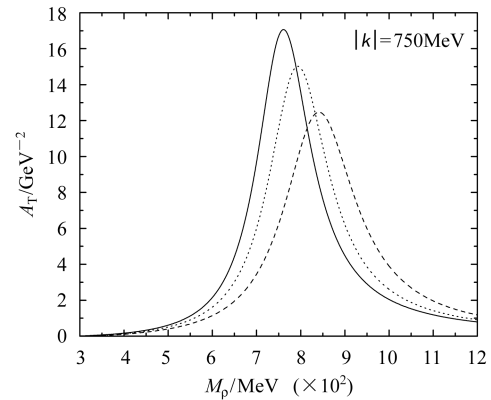


图3 $\mu = 100\text{MeV}$ 时的 ρ 介子谱函数
实线、打点虚线和间隔虚线分别对应温度 $T = 0, 100$
和 150MeV .

图3显示的是当化学势取为 100MeV 时, 谱函数在不同温度下的情形. $T = 0$ 时自能实部为零, 这时的计算结果用图中实线代表. 图中还给出了 $T = 100$ 和 150MeV 时的结果. 可以看出, 随着温度的升高, 谱函数变宽, 且峰的位置向高不变质量区移动. 而谱函数峰的位置表示有效质量, 故可知 ρ 介子的有效质量随

温度升高而增大. 同时, 温度越高, 谱函数的改变量也越大. 具体来说, 即当温度从100MeV上升到150MeV时谱函数的变化, 要比温度从0上升到100MeV时的变化大.

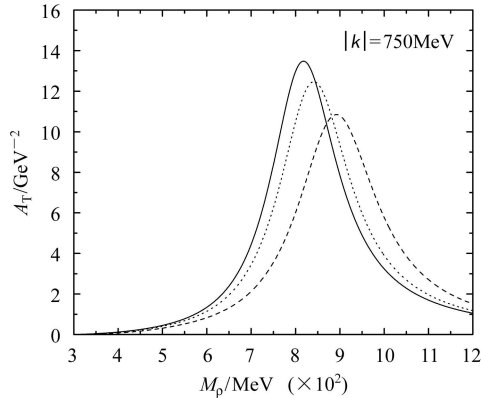


图4 $T = 150\text{MeV}$ 时的 ρ 介子谱函数
实线、打点虚线和间隔虚线分别对应化学势 $\mu = 0, 100$ 和 130MeV .

温度反映的是介质的热效应, 介质的密度效应则可通过化学势来说明. 如图4所示, 考查温度为150MeV, π 介子化学势 μ 在0到130MeV间变化时的谱函数. 当化学势增大时, 谱函数变宽, 同时峰的位置向高不变质量区移动. 且随着化学势的增大, 谱函数的改变量也增大. 当化学势从0增大到100MeV时, 谱函数已经有显著的改变. 而当化学势从100—130MeV改变时, 谱函数的变化更是非常突出. 特别是, 从图中打点虚线到间隔虚线, 化学势改变量为30MeV, 比前面的要小, 而图线的改变却较大. 由此可以预见, 在化

学势很大(高密)的情况下, 谱函数的变化会更加突出, π 介子密度效应会对 ρ 介子性质产生重要的影响.

4 结论与讨论

综上所述, 讨论了热密 π 介子效应对 ρ 介子谱函数的影响. 发现, 随着温度的升高或 π 介子化学势的增大, 谱函数随之变宽, 且峰的位置向高不变质量区移动. 这表明, 热密 π 介子环境会使 ρ 介子有效质量增大, 且 ρ 介子宽度也增大, 即寿命变短, 更易衰变. 这与通过 ρNN 耦合计算得到的 ρ 介子质量下降机制形成对照^[6]. 应该指出的是, 客观观察到的 ρ 在热密环境中的有效质量下降, 应是各种作用的综合效应. 本文想要说明的正是其在综合效应中, 除文献[6]已给出的 ρNN 耦合导致的下降效应外, 还有 ρ - π 耦合导致的上升效应.

要特别指出的是, 本文的结果是基于一定的模型、且限制在 π 丰度相对稳定的阶段而得出的, 因而有其局限性. 它的意义只是给出了关于 ρ - π 耦合对 ρ 谱函数影响的定性提示. 如何研究在热密 π 物质中尚未达到化学平衡阶段 ρ - π 耦合对 ρ 谱函数的影响, 是需要深入进行的工作.

还需要指出的是, 近期理论家们倾向性认为在 RHIC 上看到了强耦合的 QGP, 并有人提出在 2—3 倍退禁闭相变温度的区域, 存在强耦合色库仑场的夸克-反夸克束缚态. 分析在这种热密环境中, 这类介子束缚态的集体性质, 包括谱函数, 是尚待研究的课题.

参考文献(References)

- 1 Agakichiev G, Baur R, Breskin A et al. Phys. Rev. Lett., 1995, **75**(7): 1272—1275
- 2 Wurm P. Nucl. Phys., 1995, **A590**: 103c—116c
- 3 Adams J, Adler C, Aggarwal M M et al. Phys. Rev. Lett., 2004, **92**(9): 092301
- 4 Rapp R, Wambach J. Adv. Nucl. Phys., 2000, **25**: 1
- 5 Brown G E, Rho M. Phys. Rev. Lett., 1991, **66**(21): 2720—2723
- 6 CHEN Ji-Sheng, LI Jia-Rong, ZHUANG Peng-Fei. JHEP, 2002, **11**: 014
- 7 Ayala A, Magnin J. Phys. Rev., 2003, **C68**(1): 014902
- 8 Trnka D, Anton G, Bacelar J C S et al. nucl-ex/0504010
- 9 Gale C, Kapusta J I. Nucl. Phys., 1991, **B357**: 65
- 10 Bebie H, Gerber P, Goity J L et al. Nucl. Phys., 1992, **B378**: 95
- 11 Braun-Munzinger P, Stachel J, Wessels J et al. Phys. Lett., 1995, **B344**: 43
- 12 LI Jia-Rong. Introduction to Quark Matter Theory. Hunan: Hunan Education Publishing House, 1989. 11—21(in Chinese)
(李家荣. 夸克物质理论导论. 湖南: 湖南教育出版社, 1989. 11—21)
- 13 Kapusta J I. Finite Temperature Field Theory. Cambridge: Cambridge University Press, 1988. 39—53
- 14 Bellac M Le. Thermal Field Theory. Cambridge: Cambridge University Press, 1996. 29—47

Spectral Function of Rho Meson in Hot and Dense Pion Medium^{*}

LU Zhen-Bang¹⁾ CHEN Ji-Sheng LI Jia-Rong

(Institute of Particle Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430079, China)

Abstract The spectral function of rho meson in hot and dense pion medium is studied within an effective model which describes the ρ - π coupling. The results from numerical calculation show that the spectral function becomes wider and the position of the peak moves towards the high invariant mass region when the temperature and the pion chemical potential increase.

Key words temperature field theory, Hadronic matter, spectral function of meson in hot and dense medium

Received 27 June 2005

^{*}Supported by NSFC (90303007)

1) E-mail: zeb_lu@iopp.cnu.edu.cn