

# 相对论平均场理论对 Pb 同位素位移的研究\*

张鸿飞<sup>1,2;1)</sup> 左维<sup>1,3</sup> 李君清<sup>1,3</sup> 任秀宰<sup>1</sup> 马中玉<sup>3,4</sup> 陈宝秋<sup>3,4</sup>

1 (中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

2 (中国科学院研究生院 北京 100049)

3 (兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心 兰州 730000)

4 (中国原子能科学研究院 北京 102413)

**摘要** 运用变形的相对论平均场理论研究了 Pb 同位素链的基态性质. 对关联的处理采用了 BCS 方法, 不成对核子的处理运用了“阻塞”法. 计算的结果很好地符合了实验上 Pb 的平均结合能, 中子分离能, 同位素位移. 接着从原子核的微观结构出发, 比较详细地研究了 Pb 链同位素位移出现反常曲折这一重要性质的物理机制.

**关键词** 同位素位移 相对论平均场 结合能 单粒子能级

## 1 引言

对同位素位移现象在实验和理论两方面的研究是核物理领域的重要课题. 同位素位移现象所表现出的特征是质子数不变的情况下, 当中子数越过幻数时, 原子核的电荷均方根半径会有明显增加. 在实验上观测到同位素位移现象后, 理论上已经作了较详细的研究. 1993 年 Tajima N 等人运用 Skyrme 模型对 Pb 的电荷半径进行了详细的计算和分析<sup>[1]</sup>, 但他们的研究表明运用 Skyrme 模型来研究 Pb 的电荷半径时并不能重复实验上的同位素位移现象. 紧接着 Sharma M M 运用相对论平均场理论很好的再现了实验上 Pb 的同位素位移<sup>[2]</sup>, 在该文中作者指出了同位素位移可能主要是由于满壳外额外的中子所造成的. 接下来对原子核的同位素位移现象从各个不同角度进行了研究和探讨<sup>[3-6]</sup>. 本文从原子核的微观结构出发来研究 Pb 的同位素位移. 因为原子核的所有性质都是由核子在核内的排布来决定的, 从原子核的单粒子能级出发才能够从理论上对同位素位移这一重要现象的物理机制做出确切的解释.

相对论平均场理论(RMF)可以同时成功地描述核物质和有限核的性质<sup>[7-9]</sup>, 而且当把它推广到研究

远离  $\beta$  稳定线核以及超重核的性质时, 不仅能和当前已有的实验结果相符合, 并且它所预言的新现象也被后来的实验所证实<sup>[10-18]</sup>. 特别是核子自由度作为 Dirac 旋量时, 可以自然地给出原子核的自旋和轨道耦合, 从而能给出合理的单粒子能级序列和间距, 为正确描述其性质奠定了基础.

## 2 变形的相对论平均场理论简介

RMF 的出发点是一个包含核子和介子自由度的有效拉氏密度<sup>[8, 9]</sup>:

$$\begin{aligned} L = & \bar{\Psi}_i (i\gamma^\mu - M) \Psi_i + \frac{1}{2} \partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - U(\sigma) - g_\sigma \bar{\Psi}_i \Psi_i \sigma - \\ & \frac{1}{4} \Omega^{\mu\nu} \Omega_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega^\mu \omega_\mu + \frac{1}{4} c_3 (\omega_\mu \omega^\mu)^2 - \\ & g_\omega \bar{\Psi}_i \gamma^\mu \Psi_i \omega_\mu - \frac{1}{4} \mathbf{R}^{\mu\nu} \mathbf{R}_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho^\mu \rho_\mu - \\ & g_\rho \bar{\Psi}_i \gamma^\mu \boldsymbol{\tau} \Psi_i \boldsymbol{\rho}_\mu - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - \\ & e \bar{\Psi}_i \gamma^\mu \frac{(1 - \tau_3)}{2} \Psi_i A_\mu, \end{aligned} \quad (1)$$

其中矢量同位旋标量介子场  $\Omega^{\mu\nu}$ 、同位旋矢量介子场  $\mathbf{R}^{\mu\nu}$  和电磁场张量  $F^{\mu\nu}$  分别为

2005 - 10 - 31 收稿

\* 国家自然科学基金(10175082, 10575119, 10235020, 10235030, 10275094, 10075080), 国家重点基础研究发展规划项目(G2000077400), 中国科学院知识创新工程重大项目(KJCX2-SW-N02)和科技部重大前期研究专项基金(2001CCB01200, 2002CCB01200)资助

1) E-mail: zhanghongfei@impcas.ac.cn

$$\Omega^{\mu\nu} = \partial^\mu \omega^\nu - \partial^\nu \omega^\mu, \quad (2)$$

$$\mathbf{R}^{\mu\nu} = \partial^\mu \boldsymbol{\rho}^\nu - \partial^\nu \boldsymbol{\rho}^\mu, \quad (3)$$

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu, \quad (4)$$

$U(\sigma)$  为  $\sigma$  介子运动的非线性势

$$U(\sigma) = \frac{1}{2} m_\sigma \sigma^2 + \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 + \frac{1}{4} g_3 \sigma^4, \quad (5)$$

$\Psi_i$  和  $M$  表示核子场和核子质量.  $\sigma$ ,  $\omega_\mu$ ,  $\rho_\mu$  和  $m_\sigma$ ,  $m_\omega$ ,  $m_\rho$  分别表示  $\sigma$ ,  $\omega$  和  $\rho$  介子场及它们各自的静止质量.  $A^\mu$  是电磁场矢量,  $e^2/4\pi = 1/137$ . 核子和介子的有效耦合常数为  $g_\sigma$ ,  $g_\omega$  及  $g_\rho$ ,  $g_2$  和  $g_3$  是  $\sigma$  介子的自相互作用非线性项耦合常数.  $\boldsymbol{\tau}$  是同位旋泡利矩阵,  $\tau_3$  是其第 3 分量. 核子之间的吸引作用由标量  $\sigma$  介子来模拟, 而在核子间交换矢量同位旋标量介子  $\omega$  则产生核子之间相互排斥的矢量势, 交换  $\sigma$  介子产生的标量势和交换  $\omega$  介子产生的矢量势各有几百个 MeV, 都可以和核子的质量约 1 GeV 相比拟, 所以要在相对论框架下来研究原子核的性质. 标量势和矢量势的平衡便构成了核子之间最主要的相互作用, 在拉氏量中加入  $\rho$  介子是为了更好地描述同位旋效应, 使理论在大幅度的同位旋范围内都适用. 另外, 非线性势  $U(\sigma)$  的引进使得相对论平均场可以较好的符合核物质不可压缩系数. 从拉氏量出发, 利用变分原理, 可以由 Euler-Lagrange 方程得到一组核子运动的 Dirac 方程和介子运动的 Klein-Gordon 方程. 我们只计算核的基态性质, 可以假设介子场和光子场是静态的经典场, 核子则在经典场中作独立运动, 这就是平均场理论的基本精神之所在. 在用平均场近似和对称性理论对这组方程简化后, 可以用数值求解的办法自治地解方程. 采用的是变形轴对称谐振子基展开的办法(主壳  $N_f = N_b = 14$ ), 在柱坐标下求解方程<sup>[8]</sup>. 采用参数 TM1<sup>[9]</sup> 进行了计算. 尽管 Pb 同位素链是质子幻数核, 但考虑到中子数的变化范围比较大以及与质子之间的相互作用, 采用了简洁而有效的 BCS 方法处理对关联. 对力常数  $G$  采用文献<sup>[10]</sup>中提出的同位旋相关的形式:

$$G_N = \frac{21}{A} \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{N-Z}{A} \right) \text{MeV}, \quad (6)$$

$$G_P = \frac{27}{A} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{N-Z}{A} \right) \text{MeV}, \quad (7)$$

对不成对的核子采用泡利阻塞的办法处理<sup>[19]</sup>.

### 3 计算结果和讨论

结合能本身是标志原子核性质非常重要的物理量<sup>[20]</sup>, 而且对  $\alpha$  衰变能、质子分离能、中子分离能等

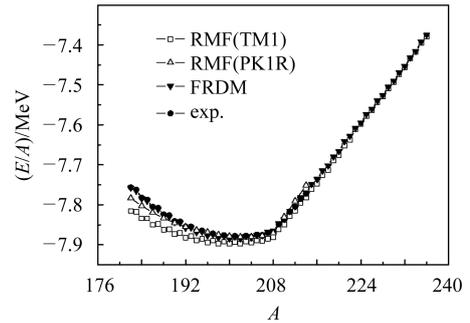


图 1 Pb 同位素链的平均结合能

物理量的计算都是基于正确的结合能值. 在图 1 中显示的是运用相对论平均场理论计算的 Pb 同位素链的平均结合能随总核子数  $A$  的变化, 同时也在图中也列出了实验值<sup>[21]</sup> 以及有限程小液滴模型 (FRDM)<sup>[22]</sup> 的结果以作比较. 可以明显看到运用参数 TM1 计算的平均结合能在不仅趋势上和实验及 FRDM 的结果完全一致, 而且在数值上也非常接近, 这表明 RMF 中, 对关联的处理, 同位旋相关的对力强度的取法, 最后一个奇核子的处理方法, 以及对形变的考虑都是基本合理的. 最近, 龙文辉等为了改进 RMF 理论对结合能的计算, 以使其更精确的与实验值符合, 并且使 RMF 更好地来研究远离  $\beta$  稳定线核的性质而引进了  $\rho$  介子的非线性自相互作用项<sup>[23]</sup>, 改进了 RMF 模型并发展了包含  $\rho$  介子的非线性自相互作用项的参数 PK1R, 详细地计算了 Pb 同位素链的结合能. 在图 1 中可以看到运用参数 PK1R 做计算时, 会使 Pb 同位素链的结合能与实验值及 FRDM 的计算符合得更好, 特别在缺中子区域, 这种改善尤为显著.  $\rho$  介子的引进是为了更好地描述同位旋效应, 使理论在大幅度的同位旋范围内都适用, 从 TM1 和 PK1R 参数计算的 Pb 的结合能与实验值的比较可以看到, 进一步引进  $\rho$  介子的非线性自相互作用对远离核性质的描述是非常必要的.

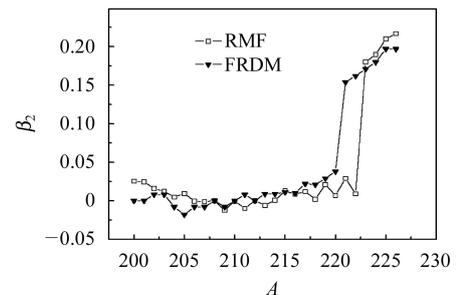


图 2 Pb 同位素链的四极形变

Pb 同位素链的四极形变值  $\beta_2$  显示在图 2 中. 两种方法计算的四极形变随  $A$  的变化具有相同的变化趋势和非常接近的数值. 由于 Pb 同位素链是质子幻数核, 大多核的基态四极形变为零或非常接近零, 同时也注意到 RMF 计算的  $\beta_2$  在  $A=223$  后出现了中等大小的长

椭球形变, 而对 FRDM 的结果, 则在  $A=221$  后出现中等大小的长椭球形变, 所以有必要在大同位旋范围内计算质子幻数核的性质时考虑其形变, 同时在这种情况下对关联也变得比较重要.

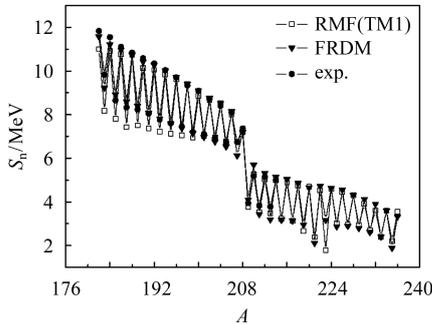


图 3 Pb 同位素链的单中子分离能

中子分离能是对原子核微观结构非常灵敏的物理量, 单中子分离能的大小可以反映一个原子核相对邻近原子核的稳定程度, 也可以显示出原子核的壳效应. 每当中子数  $N$  为幻数后开始, 单中子分离能会出现突然下降. 这是因为当  $N$  取幻数时, 原子核处在一个满壳层, 结合得较紧密, 而后再加一个中子时, 它

将填充在下一壳层上, 因而结合得比较松散, 自然分离也就比较容易了. 在图 3 中给出了 RMF 所计算的和实验的单中子分离能随总核子数  $A$  的变化. 可以看到 RMF 计算的单中子分离能和实验值以及 FRDM 的结果符合得很好. 另外, 能明显的看到在  $A=208$  时, 中子分离能出现了突变的情况. 这时中子数  $N=126$  为幻数, 该图中曲线的上下摆动显示 Pb 同位素链中原子核的奇偶效应.

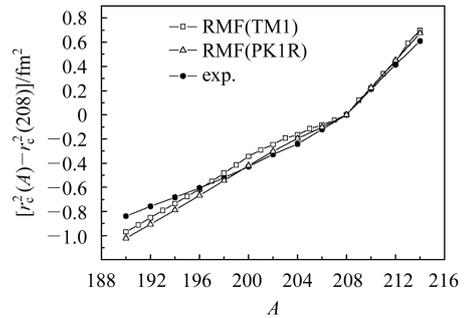


图 4 Pb 链的同位素位移

图 4 给出了运用 TM1 参数计算的 Pb 链不同质量数  $A$  的电荷均方根半径  $r_c^2(A)$  与双幻核  $^{208}\text{Pb}$  的电荷

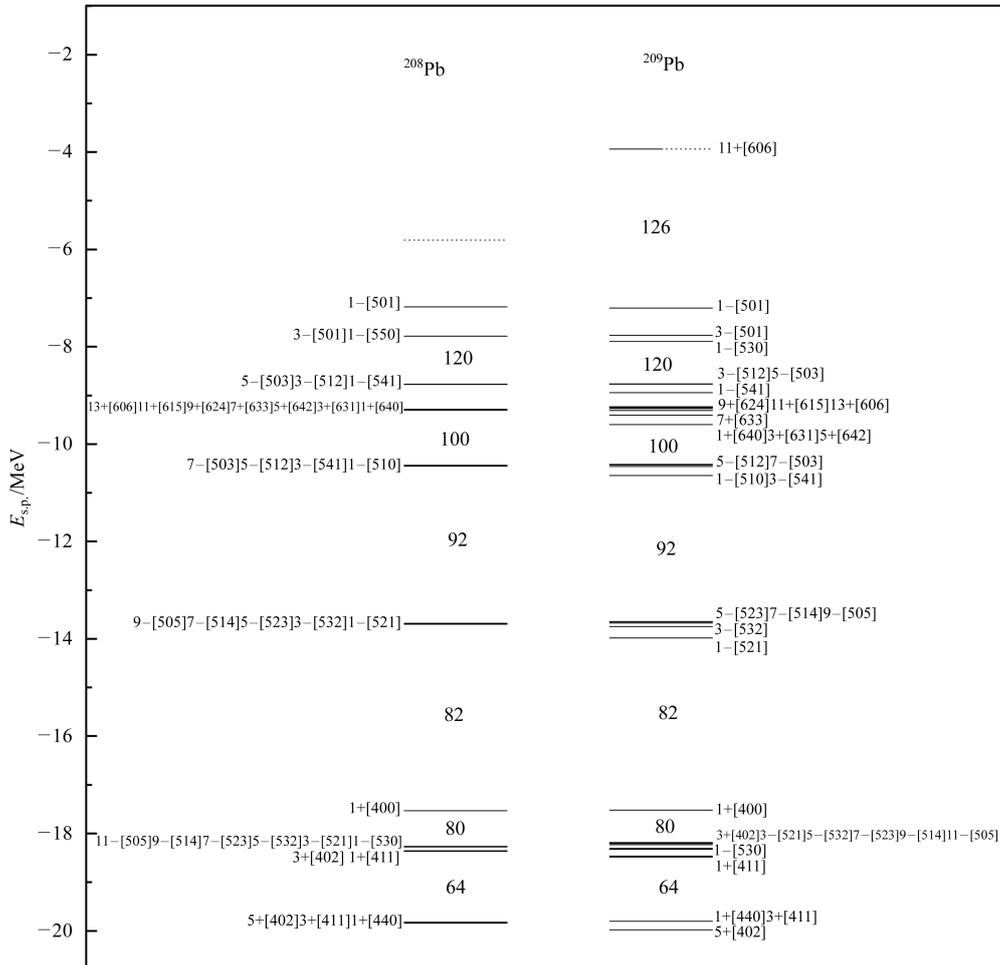


图 5  $^{208}\text{Pb}$  和  $^{209}\text{Pb}$  的中子单粒子能级

均方根半径  $r_c^2(^{208}\text{Pb})$  之差, 即同位素位移, 并与采用参数PK1R的计算结果<sup>[23]</sup>及实验值<sup>[24]</sup>作了比较, 从图4可以看到, RMF可以成功地符合实验上的同位素位移现象, 在中子幻数  $N=126$  处, 电荷均方根半径之差随总核子数  $A$  的变化曲线出现了转折点, 在  $^{208}\text{Pb}$  之后, 电荷均方根半径之差  $r_c^2(A) - r_c^2(^{208}\text{Pb})$  随总核子数  $A$  的增加以很快的速度增加. 稍仔细点分析会发现参数PK1R所计算的同位素位移比TM1的结果与实验符合得更好一些, 说明了在RMF理论中考虑  $\rho$  介子非线性自相互作用的必要性. 这种反常扭折(kink)在很多核上都有体现, 它不能用非相对论的Skyrme模型来解释, 而相对论模型不引进新的参数自然地解释了实验上的这种反常现象. 这是由于RMF理论合理地描述了自旋-轨道耦合项的同位旋依赖关系, 从而可以给出合理的单粒子能级序列和间距, 所以定量地再现了实验上同位素位移的反常扭折现象. 而Skyrme模型所计算的单粒子能级中自旋轨道耦合太大<sup>[3, 25]</sup>, 所以不能符合实验的同位素位移. 可见从原子核的微观结构出发, 可以从更基本的出发点来理解同位素位移的反常扭折这一重要现象.

在图5中显示了  $^{208}\text{Pb}$  和  $^{209}\text{Pb}$  费米面附近的中子单粒子能级(方括号内为Nilsson量子数, 点线表示费米面). 可以看到, RMF可以再现中子满壳  $N=82$  和  $N=126$ .  $^{208}\text{Pb}$  是球形核,  $^{209}\text{Pb}$  的四极形变非常小, 所以在  $^{208}\text{Pb}$  和  $^{209}\text{Pb}$  的中子单粒子能级中都存在能级兼并态. 通过比较  $^{208}\text{Pb}$  和  $^{209}\text{Pb}$  的中子单粒子能级, 会发现  $^{209}\text{Pb}$  比  $^{208}\text{Pb}$  多出的一个中子占居在  $11^+[505]$  态, 单粒子能量为  $-3.94\text{MeV}$ , 而  $^{208}\text{Pb}$  的最后两个中子占居在  $1^-[501]$  态, 单粒子能量为  $-7.183\text{MeV}$ , 很显然,  $^{209}\text{Pb}$  比  $^{208}\text{Pb}$  多出的一个中子占居在  $11^+[505]$  态会导致  $^{209}\text{Pb}$  的中子半径比  $^{208}\text{Pb}$  有明显的增加. 尽管质子数保持为常数  $Z=82$ , 但由于中子和质子之间存在相互作用, 质子的半径也会有明显的增加.

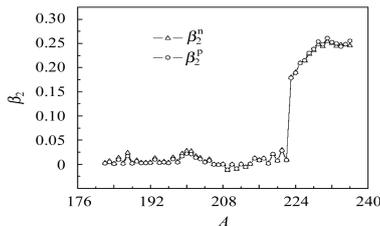


图6 RMF计算的Pb同位素链上核的中子和质子的四极形变

图6显示的是Pb同位素链上核的中子和质子各自的四极形变. 可以发现尽管质子数为常数82, 但随着中子数的增加, 质子形变和中子形变具有相同的趋

势和非常接近的数值, 这进一步说明了在原子核内, 中子和质子间存在相互作用. 这种相互作用结合满壳外额外中子的排布导致了原子核中同位素位移扭折现象. 可见在满壳外再排布一定数量的核子, 会使同位链的性质有大的变化, 即使满壳外只多出一个核子, 这种变化也是非常明显的.

为进一步研究最后一个中子所导致的  $^{208}\text{Pb}$  和  $^{209}\text{Pb}$  性质的差异, 在图7中显示了这两个原子核的中子和质子密度在轴对称变形情况下沿长轴方向上的分布. 中子和质子的密度分布与中子半径和质子半径的大小, 以及核子在原子核内的分布情况密切相关, 可以提供核结构的基本信息. 可以看到, 同  $^{208}\text{Pb}$  相比较,  $^{209}\text{Pb}$  的中子密度分布向外有一定的扩散, 这是由于满壳外额外排布的最后一个中子所造成的, 但同时也发现质子的分布也较  $^{208}\text{Pb}$  向远离核心的方向有所扩散, 充分显示了中子分布和质子分布的相互影响. 并且从中子和质子在空间的分布情况, 明显看到满壳外额外的中子导致了Pb同位素位移的反常扭折现象.

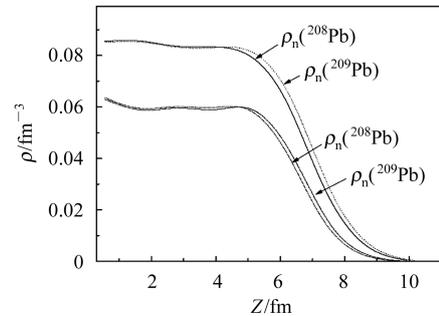


图7  $^{208}\text{Pb}$  和  $^{209}\text{Pb}$  的中子和质子密度在长轴方向上的分布

## 4 结论

运用变形的相对论平均场理论不仅再现了Pb的同位素位移现象, 而且从微观的角度出发, 根据该链中原子核的单粒子能级的排列, 合理地阐述了存在同位素位移现象的物理机制. 由于满壳外额外中子会排布在距离满壳稍远一些的下一能级上, 这自然会导致中子半径的增加. 由于中子在核内的分布对质子分布的影响, 将必然使原子核的电荷半径会在中子满壳后增加得更快. 相对论平均场理论能够自然地给出原子核的自旋和轨道耦合, 从而能给出合理的单粒子能级序列和间距, 这为定量描述原子核的同位素位移提供了有力的理论基础. 从单粒子能级出发可以很好的阐明同位素位移现象是原子核物理中理论和实验相结合而得到重要结论的又一个实例, 可以看到同位素位移现象是由满壳外额外的中子所造成的. 反过来思考问

题, 通过测量和计算同位素位移现象, 可以确定原子核的中子幻数, 从而为判定中子数是否为幻数提供了一个有效的依据.

### 参考文献(References)

- 1 Tajima N, Bonche P, Flocard P H et al. Nucl. Phys., 1993, **A551**: 434
- 2 Sharme M M, Lalazissis G A, Ring P. Phys. Lett., 1993, **B317**: 9
- 3 Reinhard P G, Flocard H. Nucl. Phys., 1995, **A584**: 467
- 4 Lalazissis G A, Sharme M M, Ring P. Nucl. Phys., 1996, **A597**: 35
- 5 Fayans S A, Tolokonnikov S V, Trykov E L et al. Nucl. Phys., 2000, **A676**: 49
- 6 Shouichi Sakakihara, Yasutoshi Tanaka. Nucl. Phys., 2003, **A726**: 37; Nucl. Phys., 2001, **A691**: 649
- 7 Serot B D, Walecka J D. Adv. Nucl. Phys., 1986, **16**: 1
- 8 Gambhir Y K, Ring P, Thimet A. Ann. Phys., 1990, **198**: 132
- 9 Sugahara Y, Toki H. Nucl. Phys., 1994, **A579**: 557
- 10 LI Jun-Qing, MA Zhong-Yu, CHEN Bao-Qiu et al. Phys. Rev., 2002, **C65**: 064305
- 11 MENG J, Takiga N. Phys. Rev., 2000, **C61**: 064319
- 12 REN Zhong-Zhou. Phys. Rev., 2002, **C66**: 064306
- 13 MENG J, Ring P. Phys. Rev. Lett., 1998, **80**: 460
- 14 REN Zhong-Zhou. HEP & NP, 2002, **26**(10): 1046 (in Chinese)  
(任中洲. 高能物理与核物理, 2002, **26**(10): 1046)
- 15 CHEN Bao-Qiu, MA Zhong-Yu. HEP & NP, 2001, **25**: 309 (in Chinese)  
(陈宝秋, 马中玉. 高能物理与核物理, 2001, **25**: 309)
- 16 ZHOU Yong, MA Zhong-Yu, CHEN Bao-Qiu et al. Chinese Phys. Lett., 2000, **17**: 185
- 17 ZHOU Yong, LI Jun-Qing, MA Zhong-Yu et al. HEP & NP, 2000, **24**: 65 (in Chinese)  
(周勇, 李君清, 马中玉等. 高能物理与核物理, 2000, **24**: 65)
- 18 ZHANG Hong-Fei, LI Jun-Qing, ZUO Wei et al. Phys. Rev., 2005, **C71**: 054312
- 19 Ring P, Schuck P. The Nuclear Many-Body Problem, Springer, 1980, 229
- 20 ZHANG Hong-Fei, ZUO Wei, Soojae Im et al. The Commun. Theor. Phys., 2004, **42**: 871
- 21 Audi G, Wapstra A H. Nucl. Phys., 1993, **A565**: 1
- 22 Moeller P, Nix J R, Kratz K L. At. Data Nucl. Data Tables, 1995, **59**: 185; 1997, **66**: 131
- 23 LONG W H, MENG J, Nguyen V G et al. Phys. Rev., 2004, **C69**: 034319
- 24 Otten E W. Nuclear Radii and Moments of Unstable Nuclei. Ed Bromley D A In: Treatise on Heavy-Ion Science (Vol. 7). Plenum, N.Y. 1988. 515
- 25 Dobaczewski J, Nazarewicz. Phys. Rev. Lett., 1994, **73**: 1869

## Pb Isotope Shifts in the Relativistic Mean Field Theory\*

ZHANG Hong-Fei<sup>1,2;1)</sup> ZUO Wei<sup>1,3</sup> LI Jun-Qing<sup>1,3</sup> Soojae IM<sup>1</sup> MA Zhong-Yu<sup>3,4</sup> CHEN Bao-Qiu<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup> (Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China)

<sup>2</sup> (Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

<sup>3</sup> (Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator of Lanzhou, Lanzhou 730000, China)

<sup>4</sup> (China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413, China)

**Abstract** The ground state properties of the Pb isotopic are studied by using the axially deformed relativistic mean field (RMF) calculation with the parameter set TM1. The pairing correlation is treated by the BCS method and the isospin dependent pairing force is used. The ‘blocking’ method is used to deal with unpaired nucleons. The theoretical results show that the relativistic mean field theory with non-linear self-interactions of mesons provides a good description of the binding energy and neutron separation energy. The present paper focus on the physical mechanism of the Pb isotope shifts.

**Key words** isotope shifts, relativistic mean field theory, binding energy, single particle energy level

Received 31 October 2005

\*Supported by National Natural Science Foundation of China (10175082, 10575119, 10235020, 10235030, 10275094, 10075080), Major state Basic Research Development Program(G2000077400), Knowledge Innovation Project of the Chinese Academy of Sciences (KJCX2-SW-N02) and National Key Program for Basic Research of the Ministry of Science and Technology (2001CCB01200, 2002CCB01200)

1) E-mail: zhanghongfei@impcas.ac.cn