

基于 Boltzmann 输运方程的 SPECT 系统 解析建模方法*

马天子¹⁾ 金永杰²⁾

(清华大学工程物理系 北京 100084)

摘要 在单光子发射断层成像(SPECT)中,为了校正劣化因素的影响,提高图像质量,需要对SPECT成像的物理过程进行准确建模.本文提出了基于 Boltzmann 输运方程及其 Neumann 级数解理论的 SPECT 系统解析建模方法,并采用数论高维数值积分算法对解析建模公式进行数值求解.分别对点源、均匀圆柱体模型和 NCAT 模型进行 SPECT 投影过程计算,将其结果与传统的 Monte Carlo 建模方法进行比较.结果表明解析建模方法的计算速度和精度综合性能优于 Monte Carlo 建模方法,且具有不受统计噪声影响的优点,因而更适于进行 SPECT 成像过程的建模.

关键词 单光子发射断层成像 粒子输运方程 系统建模 高维数值积分 Monte Carlo 方法

1 引言

单光子发射断层成像(single photon emission computed tomography, SPECT)是临床影像诊断中广泛使用的成像设备之一.它通过将 γ 放射性核素标记过的药物引入人体,在体外采用吸收准直器+位置灵敏闪烁探测器获得多个投影角度上的 γ 光子分布,并采用断层图像重建算法获得人体内的放射性药物浓度分布,从而无创地了解人体内的生理、功能和代谢等信息,提供临床诊断所必需的参考数据.

SPECT 的图像获取过程受到多种图像降质因素(degrading factors)的影响.如图1所示的 SPECT 心肌显像过程中,理想情况下只有直射(运动方向平行于准直孔轴线)的光子才能到达探测器表面,从而在探测器上可获得该光子的位置和运动方向信息,如图中标记为1的箭头所代表的光子事件.但是由于准直孔具有一定尺寸,部分斜射的光子(如事件2)也可能穿过准直器到达探测器,从而造成准直器的空间模糊效应.由于光子在人体内部可能与物质发生相互作用,部分运动方向平行于准直孔轴线的光子在运动过程

中可能被吸收(如事件3),造成衰减效应.还有部分斜射的光子在散射后运动方向发生改变而射入探测器中(如事件4),造成散射效应.此外探测器有限的空间分辨率和能量分辨率也是必需考虑的系统降质因素.这些降质因素可能造成 SPECT 图像的分辨率下降,噪声上升,还可能在图像中产生伪影,最终影响诊断的准确率和定量分析精度.

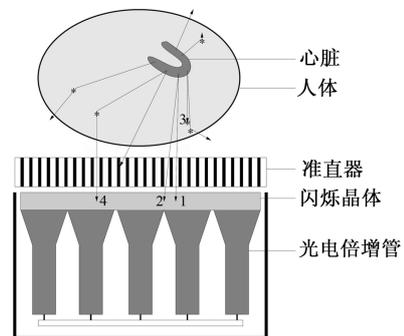


图1 SPECT 心肌显像示意图

通过在断层图像重建算法中对 SPECT 系统的投影获取过程进行建模,并对重建图像进行相应的迭代修正,可以有效地抑制这些降质因素的影响,因此

2005-11-08 收稿

* 国家自然科学基金(39970216)和清华大学“十五”“211工程”项目(分子核医学影像设备)资助

1) E-mail: maty@tsinghua.org.cn

2) E-mail: jinyj@tsinghua.edu.cn

怎样准确、高效地对 SPECT 系统进行建模一直是 SPECT 研究中的热点问题之一。早期的工作多采用经验或半经验的建模公式，这类方法的优点是易于实现，但是在对人体中组织和器官分布非常复杂的胸腹腔部位进行成像时，难以准确描述光子在人体中的输运过程，因而误差较大。近年来开展较多的研究工作是基于 Monte Carlo (MC) 方法计算光子在人体中的输运及光子在准直器和闪烁探测器上的作用过程，从而获得探测器所探测到的光子通量分布。MC 建模方法可以在媒质分布不均匀的情形下获得比较准确的结果，但缺点是结果易受到统计噪声的影响，为了减少统计噪声，必须模拟跟踪大量的光子事件，造成计算量过于庞大，无法在临床实时成像中应用。

粒子在媒质中的运动规律可以用 Boltzmann 输运方程描述。从本质上讲，用 MC 方法解决粒子输运问题就是采用 MC 方法对 Boltzmann 方程求解。本文试图根据 Boltzmann 方程理论，结合 SPECT 成像过程，得到 SPECT 系统解析建模方法并数值求解。通过对比解析建模方法与 MC 方法的计算结果来验证解析建模方法的准确性，并比较两种方法的优缺点。

2 Boltzmann 输运方程

对于不带电的粒子，如果在媒质中运动时其相互作用的作用可以忽略，那么基于相空间体积元中粒子数守恒的原理，可以得到 Boltzmann 输运方程^[1, 2]

$$S(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}, t) + \iiint \mu(\mathbf{r}, E') \varphi(\mathbf{r}, E', \boldsymbol{\Omega}', t - t') \times C(E' \rightarrow E, \boldsymbol{\Omega}' \rightarrow \boldsymbol{\Omega}, t' | \mathbf{r}) dE' d\boldsymbol{\Omega}' dt' = \frac{1}{v} \frac{\partial \varphi(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}, t)}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \varphi(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}, t) + \mu(\mathbf{r}, E) \varphi(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}, t). \quad (1)$$

式中 $S(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}, t)$ 是 t 时刻在相空间的点 $(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega})$ 上发射出的源粒子数密度，其中 \mathbf{r} 为粒子所在的空间位置， E 为粒子能量， $\boldsymbol{\Omega}$ 为粒子运动的方向。 $\mu(\mathbf{r}, E)$ 是能量为 E 的粒子在 \mathbf{r} 处的线性衰减系数， $\varphi(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}, t)$ 为相空间中 t 时刻位置为 \mathbf{r} ，能量为 E ，运动方向为 $\boldsymbol{\Omega}$ 的粒子通量， $C(E' \rightarrow E, \boldsymbol{\Omega}' \rightarrow \boldsymbol{\Omega}, t' | \mathbf{r})$ 称为碰撞核，其物理意义是 \mathbf{r} 处能量为 E' 、方向为 $\boldsymbol{\Omega}'$ 的粒子，在 t' 单位时间内发生碰撞并发射出一个能量在 E 附近单位能量区间内、方向在 $\boldsymbol{\Omega}$ 附近单位立体角空间内的粒子的概率。式中的积分区间为系统能量范围、 4π 立体角、 $(0, \infty)$ 时间。

一般 SPECT 系统采集一帧图像需要的时间为几十秒钟到几分钟，与之相比，从放射性药物注入人体

到辐射场建立的时间是非常短的，而 SPECT 重建检查中常用的放射性核素其衰变时间相比之下又长得多（例如最常用的放射性核素 ^{99m}Tc 半衰期为 6h），且在重建检查中人体的运动和放射性药物在人体中的分布变化通常也可近似地忽略，因此 SPECT 成像的过程可看做是定态问题。相应的定态方程为

$$S(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}) + \iint \mu(\mathbf{r}, E') \varphi(\mathbf{r}, E', \boldsymbol{\Omega}') \times C(E' \rightarrow E, \boldsymbol{\Omega}' \rightarrow \boldsymbol{\Omega} | \mathbf{r}) dE' d\boldsymbol{\Omega}' = \boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \varphi(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}) + \mu(\mathbf{r}, E) \varphi(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}), \quad (2)$$

其中

$$C(E' \rightarrow E, \boldsymbol{\Omega}' \rightarrow \boldsymbol{\Omega} | \mathbf{r}) = \int_0^\infty C(E' \rightarrow E, \boldsymbol{\Omega}' \rightarrow \boldsymbol{\Omega}, t' | \mathbf{r}) dt'. \quad (3)$$

方程(2)可化为等价的积分方程

$$\varphi(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}) = \int_V S(\mathbf{r}', E, \boldsymbol{\Omega}) T(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r} | E, \boldsymbol{\Omega}) dV' + \iiint \int_V \varphi(\mathbf{r}', E', \boldsymbol{\Omega}') \mu(\mathbf{r}', E') C(E' \rightarrow E, \boldsymbol{\Omega}' \rightarrow \boldsymbol{\Omega} | \mathbf{r}') \times T(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r} | E, \boldsymbol{\Omega}) dV' dE' d\boldsymbol{\Omega}', \quad (4)$$

其中 $T(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r} | E, \boldsymbol{\Omega})$ 称为迁移核，表示由 \mathbf{r}' 发出的能量为 E 、方向为 $\boldsymbol{\Omega}$ 的粒子，在未经碰撞的条件下在 \mathbf{r} 处引起的通量。

3 SPECT 系统解析模型

SPECT 系统建模的问题实质上就是在已知源项 S 的条件下求解探测器平面上的通量 φ (或 φ 的函数)。但方程(4)仅在一些特殊的几何条件下才能准确求解，对一般问题需要采用数值解法。事实上，方程(4)存在下列形式的 Neumann 级数解^[1]：

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}) &= \sum_{m=0}^\infty \varphi_m(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}), \\ \varphi_0(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}) &= \int_V S(\mathbf{r}', E, \boldsymbol{\Omega}) T(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r} | E, \boldsymbol{\Omega}) dV', \\ \varphi_1(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}) &= \int_V \iiint \int_V S(\mathbf{r}'', E'', \boldsymbol{\Omega}'') \times T(\mathbf{r}'' \rightarrow \mathbf{r}' | E'', \boldsymbol{\Omega}'') \times \mu(\mathbf{r}', E) C(E'' \rightarrow E, \boldsymbol{\Omega}'' \rightarrow \boldsymbol{\Omega} | \mathbf{r}') dV'' dE'' d\boldsymbol{\Omega}'' \times T(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r} | E, \boldsymbol{\Omega}) dV', \\ &\dots\dots \end{aligned} \quad (5)$$

对于 SPECT 诊断中常用的核素而言，其发射的光子能量范围一般为 50—500keV，在这个能量范围内，占主导地位的作用形式是康普顿散射，其次是光电吸收效应，当光子能量较低时有可能发生瑞利散射，

但其份额相比很小, 通常可以忽略. 因此其相应的迁移核和碰撞核函数可以写成如下形式:

$$T(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r} | E, \boldsymbol{\Omega}) = \exp \left\{ - \int_{\mathbf{r}'}^{\mathbf{r}} \mu(\mathbf{r}^*, E) d|\mathbf{r}^*| \right\} \times \frac{1}{(\mathbf{r}' - \mathbf{r})^2} \delta \left(\boldsymbol{\Omega} - \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|} \right), \quad (6)$$

以及

$$C(E' \rightarrow E, \boldsymbol{\Omega}' \rightarrow \boldsymbol{\Omega} | \mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\mu(\mathbf{r}, E)} \rho_e(\mathbf{r}) \times \frac{d\sigma}{d\Omega}(E, \theta) \delta(\boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{\Omega}' - \cos \theta), \quad (7)$$

式中散射角 θ 由下式决定

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta)}, \quad (8)$$

其中 $m_0 c^2$ 是电子静止质量, $\frac{d\sigma}{d\Omega}(E, \theta)$ 是康普顿微分散射截面, 由 Klein-Nishina 公式给出

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(E, \theta) = r_0^2 \frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \frac{1}{[1 + \alpha(1 - \cos \theta)]^2} \times \left[1 + \frac{\alpha^2 (1 - \cos \theta)^2}{(1 + \cos^2 \theta)[1 + \alpha(1 - \cos \theta)]} \right], \quad (9)$$

其中 $r_0 = 2.818 \times 10^{-15} \text{ m}$, $\alpha = \frac{E}{m_0 c^2}$.

在实际的 SPECT 图像采集过程中, 我们获得的投影是离散化的数字图像 $\{P_k\}$, 其每个像素值 P_k 都是探测器平面上的光子通量 φ 在对应探测器单元 A_k 上的积分. 除了光子在人体内部的作用过程外, 光子在准直器上的作用过程也可以用方程(4)来描述, 但通常可近似认为光子穿过准直器的概率只与其运动方向有关, 而与入射位置无关, 因此可以用解析形式的准直器空间响应函数 $CR(\boldsymbol{\Omega})$ 来描述^[3]. 类似地, 也可以认为光子在探测器的闪烁晶体内部的作用过程只与入射光子能量和闪烁晶体特性有关而与位置无关, 因此可用探测器能量响应函数 $ER(E)$ 来描述^[3]. 由此得到 P_k 与通量 φ 的关系

$$P_k = \int_{A_k} \iint \varphi(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}) CR(\boldsymbol{\Omega}) ER(E) \cos \xi dE d\boldsymbol{\Omega} ds, \quad (10)$$

其中 ξ 是 $\boldsymbol{\Omega}$ 与 A_k 所在平面的法向量之间的夹角.

下面来考察人体中的放射源分布 $S(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega})$. 大多数情形下, SPECT 使用的放射性核素放出的是单能的 γ 光子, 且光子发射的过程是各向同性的, 设光子的能量为 E_0 , 则有

$$S(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}) dV dE d\boldsymbol{\Omega} = \frac{1}{4\pi} S(\mathbf{r}) \delta(E - E_0) dV dE d\boldsymbol{\Omega}, \quad (11)$$

根据实际 SPECT 图像采集和重建过程的需要, 将人体所在的空间区域离散化为多个立方体体素(voxel), 每个体素 V_i 内的放射源分布用一个单一的值 S_i 代表. 我们近似认为放射源在每个体素内的分布是均匀的, 即

$$S(\mathbf{r}) \approx \sum_i S_i b_i(\mathbf{r}), \quad b_i(\mathbf{r}) = \begin{cases} 1, & \mathbf{r} \in V_i \\ 0, & \mathbf{r} \notin V_i \end{cases}, \quad (12)$$

综合(5), (10), (11)和(12)式, 且由于(10)式中的 $CR(\boldsymbol{\Omega}) ER(E) \cos \xi$ 是有界函数, 因此(5)式中的求和符号和(10)式中的积分符号可交换. 最后得到 SPECT 系统的解析模型:

$$P_k = \sum_{m=0}^{\infty} P_k^m \approx P_k^0 + P_k^1, \quad P_k^0 = \sum_i S_i \int_{V_i} \int_{A_k} CR(\boldsymbol{\Omega}) ER(E) \times \frac{\cos(\xi)}{4\pi |\mathbf{r}_{dV} - \mathbf{r}_{ds}|^2} \exp \left[- \int_{\mathbf{r}_{ds}}^{\mathbf{r}_{dV}} \mu(\mathbf{r}, E) d|\mathbf{r}| \right] ds dV, \quad P_k^1 = \sum_i S_i \sum_j \int_{V_i} \int_{V_{sj}} \int_{A_k} \rho_e(\mathbf{r}_{dVs}) \frac{d\sigma(\theta, E)}{d\omega} \times CR(\boldsymbol{\Omega}) ER(E) \frac{\cos(\xi)}{4\pi |\mathbf{r}_{dV} - \mathbf{r}_{dVs}|^2 |\mathbf{r}_{dVs} - \mathbf{r}_{ds}|^2} \times \exp \left[- \int_{\mathbf{r}_{dVs}}^{\mathbf{r}_{dV}} \mu(\mathbf{r}, E) d|\mathbf{r}| \right] \times \exp \left[- \int_{\mathbf{r}_{ds}}^{\mathbf{r}_{dVs}} \mu(\mathbf{r}, E) d|\mathbf{r}| \right] ds dV_s dV. \quad (13)$$

在此只近似取了级数的前两项, 这是因为级数中的每一项分别对应经历不同散射次数的光子, 经历二次及二次以上散射的光子由于能量较低, 因此进入探测器预设的 126—154keV 光电峰能窗的概率很小, 因此对投影数据的贡献可以近似地忽略.

4 解析模型的数值求解与结果验证

SPECT 解析模型的主要计算量在于式(13)中的 5 维和 8 维数值积分的计算. 采用拟蒙特卡罗高维数值积分算法, 基于数论的 Halton 定理构造求积公式, 其计算积分的收敛速度比经典的 Romberg 算法快一个数量级以上^[3, 4]. 同时, 在式(13)的计算中需要对所有体素对应的积分项求和, 由于体素划分的几何规律性, 在各积分项的计算过程中存在大量的重复计算. 因此采用预计算和查找表技术^[3], 对于和人体内放射源分布和物质分布无关的部分进行预计算并形成查找表, 在实际的计算过程中直接从查找表中读取相应的数值

或通过插值计算相应数值，从而避免重复计算，并达到计算量、空间存储需求和计算精度间的较好折衷。

为了验证 SPECT 解析模型的计算精度，采用 MC 程序 Simset^[5]，MCNP4B 和解析建模方法分别对点源、均匀圆柱体水模型和 NCAT 模型进行 SPECT 投影过程的计算并对结果进行比较。其中均匀圆柱体水模型采用高 10cm、横截面直径 10cm 的圆柱体，中间充满水($\rho = 1.00\text{g/cm}^3$)，点源放置于圆柱体的几何中心上。在 MCNP 程序中，圆柱体的几何描述是基于曲面方程实现的，而在 Simset 程序和解析建模方法中则将圆柱体所在空间划分为 $64 \times 64 \times 64$ 个 $0.5\text{cm} \times 0.5\text{cm} \times 0.5\text{cm}$ 的立方体体素，对每个体素分别定义其物质组成、衰减系数和放射性活度。为了模拟临床 SPECT 成像的过程，我们采用模拟人体真实组织和器官分布的 NCAT 模型^[6]，同样将空间划分为 $64 \times 64 \times 64$ 个立方体体素，每个体素的尺寸为 $0.5\text{cm} \times 0.5\text{cm} \times 0.5\text{cm}$ ，并针对 SPECT 心肌显像过程，定义放射性活度分布和物质的衰减系数分布如图 2 所示。采用 Simset 和解析建模方法分别计算其投影图像。对两组模型我们模拟的准直器均为低能通用型(LEGP)平行孔准直器，准直器壁厚 0.025cm，准直孔长度 3.5cm，准直孔直径为 0.19cm，准直器的前表面到探头旋转中心的距离为 16cm。针对 $^{99\text{m}}\text{Tc}$ 产生的 140keV 光子，模拟了固有空间分辨率 3.8mm(FWHM)，对 140keV 光子能量分辨率为 9.7%

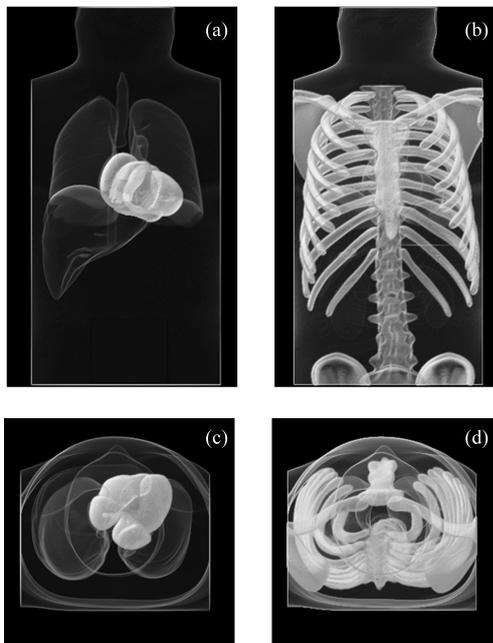


图 2 NCAT 模型
(a), (c) 为放射源分布; (b), (d) 为衰减系数分布。

的 NaI(Tl) 闪烁探测器。在采集投影数据时设置的能窗为 126—154keV 的光电峰能窗，只有入射到探测器平面上且能量落在该区间内的光子才被记录下来。

5 计算结果与讨论

图 3 为点源/均匀水模型成像的计算结果。其中，图 3(a) 是解析模型计算得到的 64×64 投影图像，在图上所示的位置取剖面，在图 3(b) 中对 Simset, MCNP4B 和解析建模方法计算的该剖面上各个像素中的归一化计数值进行了比较。其中，解析建模方法直接计算得到各像素上的探测概率，而 Simset, MCNP4B 分别以模拟的光子总数(各模拟了 2×10^9 个光子) 进行归一化得到探测概率。还以 MCNP 程序计算的结果作为标准，取 MCNP 投影图像上满足统计误差不大于 5% 的像素点作为有效像素点(共 21 个)，计算这些像素点上各种方法计算得到的计数值之间的平均相对偏差，得到 MCNP 与 Simset 所得结果之间的平均相对偏差为 9.12%，而 MCNP 与解析建模方法之间的平均相对偏差为 5.72%。由于两组 MC 程序模拟的结果均受到统计涨落的影响，因此在计算其相对偏差时将出现两组独立的统计噪声相互叠加，从而导致较大的平均相对偏差。而解析模型的优势在于其结果不受统计噪声的影响，因而平均相对偏差较小。在图 3(b) 中的 Simset 和 MCNP4B 计算结果均包含了各次散射光子的贡献，而解析建模方法的结果只考虑了二次以下的散射光子。从各组结果的比较中可以看到这样的近似是足够精确的。

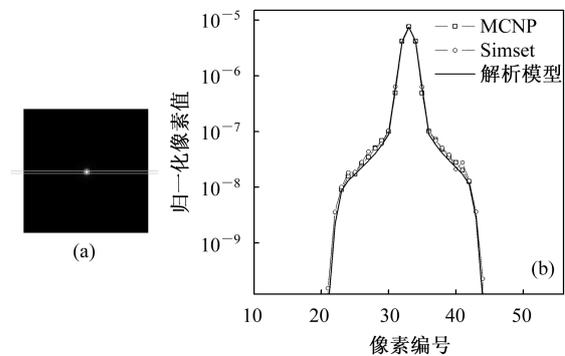


图 3 点源/均匀水模型的计算结果

图 4 是 NCAT 模型成像的计算结果。由于物质和放射源分布的几何条件非常复杂，采用解析方式描述几何条件的 MCNP 程序难以实现 NCAT 模型的模拟，因此只采用 Simset 程序进行 MC 计算，并给出了分别模拟不同光子数目所得到的投影图像与解析模型计算所得到的投影图像。其中图 4(a)—(d) 分别为 Simset

模拟 2×10^8 光子、Simset 模拟 4×10^9 光子、解析模型和 Simset 模拟 1.6×10^{11} 光子的结果. 在图上所示的位置取剖面, 图 4(e) 中给出了各组结果在该剖面上的归一化计数值 (以 (d) 的结果作为标准, (a)—(c) 各组数据分别乘以归一化因子 800, 40 和 1.6×10^{11}). 在投影图像 (d) 中模拟了极大量的光子, 因此认为其结果受噪声的影响是可以忽略的, 将其作为标准图像, 分别计算投影图像 (a)—(c) 相对于 (d) 的归一化均方偏差 (NMSE) 值. NMSE 值的定义如下:

$$\text{NMSE} = \frac{1}{N-1} \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{f(i)}{\bar{f}} - \frac{f_0(i)}{\bar{f}_0} \right)^2}, \quad (14)$$

其中 f 是待比较的图像, f_0 是标准图像, \bar{f} 和 \bar{f}_0 分别是两幅图像中所有像素的计数值均值, N 是图像中的像素个数.

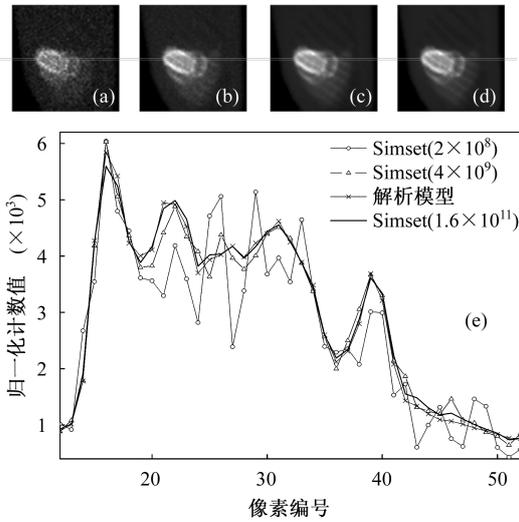


图 4 NCAT 模型的计算结果

表 1 给出了各组数据的 NMSE 值和计算时间, 其中解析模型 (c) 的计算时间包括预计算时间 (2.09h) 和投影计算时间 (0.62h) 两部分. 对同一套系统, 只要成像条件不变, 预计算只需要进行一次, 计算不同的源

分布时实际需要的只是后一部分时间. 从图 4(e) 的剖面数据和表 1 可以看到, 解析模型结果 (c) 实际的计算时间与 MC 模拟结果 (a) 接近, 而其计算精度比 MC 模拟结果 (b) 还要好. 这说明解析建模方法的计算速度和精度综合性能要优于 Simset 程序.

表 1 各组投影图像的指标比较

投影图像	模拟光子数目	计算时间/h	NMSE 值
(a)	2×10^8	0.60	0.005971
(b)	4×10^9	12.02	0.001844
(c)	解析模型	2.09 + 0.62	0.001163
(d)	1.6×10^{11}	约 480	—

6 讨论与结论

本文根据 Boltzmann 输运方程及其 Neumann 级数解理论, 研究了 SPECT 系统成像过程的建模问题, 提出了 SPECT 解析建模公式并进行了数值求解. 本质上讲, 解析建模方法和 MC 方法都是对相应的 Boltzmann 输运方程进行求解, 但解析建模方法是针对 SPECT 成像过程的特点而提出的, 对光子在人体内、准直器器壁上和探测器内的输运过程可分别采用不同的建模方法. 同时由于 SPECT 采集到的是离散化的数字图像, 在解析建模方法中对投影空间和放射源分布空间进行了相应的离散化. 与通用的 MC 方法相比, 解析建模方法虽然在通用性和灵活性上有所限制, 但是从临床实用的角度讲, 解析建模方法具有更好的针对性和更高的效率. 模型实验的结果表明解析建模方法在达到同样的计算精度时, 其计算速度要明显快于现有的 MC 程序. 与 MC 方法相比, 解析建模方法还具有不受统计噪声影响的优点. 将 SPECT 解析建模方法应用于临床 SPECT 断层图像重建算法中, 可以快速、有效地对 SPECT 成像过程中的多种劣化因素同时进行校正, 有利于改善 SPECT 图像质量和定量精度, 提高诊断的准确率.

参考文献(References)

- 1 PEI Lu-Cheng, ZHANG Xiao-Ze. Monte Carlo Method and Application in Particle Transport Problem. Beijing: Science Press, 1980. 213—233 (in Chinese)
(裴鹿成, 张孝泽. 蒙特卡罗方法及其在粒子输运问题中的应用. 北京: 科学出版社, 1980. 213—233)
- 2 Boman E, Tervo J, Vauhkonen M. Phys. Med. Biol., 2005, **50**: 265—280
- 3 MA Tian-Yu, JIN Yong-Jie. Efficient Analytical Scatter Modeling in Fully 3-D Iterative Single Photon Emission Computed Tomography Reconstruction. In: IEEE Nucl. Sci. Symp. Med. Imag. Conf. Rec. Piscataway. NJ: IEEE Press, 2003. 2647—2651
- 4 MA Tian-Yu, JIN Yong-Jie. J. Tsinghua Univ. (Sci. & Tech.), 2003, **43**(10): 1359—1362 (in Chinese)
(马天子, 金永杰. 清华大学学报(自然科学版), 2003, **43**(10): 1359—1362)
- 5 Harrison R L, Vannoy S D, Haynor D R et al. Preliminary Experience with the Photon History Generator Module of a Public-Domain Simulation Systems for Emission Tomography. In: IEEE Nucl. Sci. Symp. Med. Imag. Conf. Rec. Piscataway. NJ: IEEE Press, 1993. 1154—1158
- 6 Segars W P. Development and Application of the New Dynamic NURBS-based Cardiac-Torso (NCAT) Phantom. PhD Thesis. The University of North Carolina at Chapel Hill, 2001.

Analytical System Modeling Method for SPECT Based on the Boltzmann Transport Equation*

MA Tian-Yu¹⁾ JIN Yong-Jie²⁾

(Department of Engineering Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract In single photon emission computed tomography (SPECT), accurately modeling of the physics of SPECT imaging process is essential to degrading factor compensation and image quality enhancement. In this paper, an analytical SPECT modeling method is proposed based on the theory of the Boltzmann transport equation and its Neumann series solution. The analytical model was numerically evaluated using high dimensional integration algorithm based on number theory. SPECT projection images for both uniform cylinder phantom with point source and NCAT phantom were calculated and compared with those which were generated by conventional Monte-Carlo modeling methods. Results show that the analytical modeling method demonstrates improved performance in computation accuracy and speed relative to the Monte-Carlo method, as well as the advantage that the computational results of the analytical method are free from statistical noise. Therefore, we conclude that the analytical method is more appropriate for modeling the SPECT imaging process than Monte-Carlo modeling methods.

Key words SPECT, particle transport equation, system modeling, high dimensional integration, Monte Carlo method

Received 8 November 2005

* Supported by National Natural Science Foundation of China (39970216) and Tsinghua University “211 Project” Program (Molecular Nuclear Medicine Imaging Devices) in the 10th Five-Year Plan Period

1) E-mail: maty@tsinghua.org.cn

2) E-mail: jinyj@tsinghua.edu.cn