

# Nilsson 平均场加邻近轨道对力模型 对超铀区和稀土区核素的描述\*

姚友坤<sup>1;1)</sup> 潘峰<sup>1;2)</sup> 罗延安<sup>2</sup> 刘海燕<sup>1</sup> 解明霞<sup>1</sup>

1 (辽宁师范大学物理系 大连 116029)

2 (南开大学物理系 天津 300071)

**摘要** 利用严格可解的平均场加邻近轨道对力模型, 在区分质子和中子及冻结质子对激发两种情况下对超铀区核素  $^{226-234}\text{Th}$ ,  $^{230-239}\text{U}$ ,  $^{236-243}\text{Pu}$ , 及稀土区核素  $^{160-170}\text{Er}$ ,  $^{166-176}\text{Yb}$ ,  $^{172-180}\text{Hf}$  的结合能, 对激发能, 奇偶能差及偶偶核最低激发态转动惯量进行了计算并与实验结果进行了比较.

**关键词** 平均场 邻近轨道相互作用对力 结合能 奇偶能差 对激发能 转动惯量

## 1 引言

在平均场框架下考虑四极形变后对力成为主要的剩余相互作用. 研究表明, 常用的BCS理论和HFB方法并结合无规相近似(RPA)存在着严重缺陷. 虽然提出了克服该缺陷的某些方法<sup>[1, 2]</sup>, 但结果仍是近似的. 针对这一点, 我们曾经提出了一种严格可解的Nilsson平均场加邻近轨道相互作用对力模型<sup>[3]</sup>. 对大形变核素的拟合初步显示了该模型的合理性<sup>[4, 5]</sup>. 本文报道在该模型基础上对超铀区和稀土区核素较全面的计算结果.

## 2 模型

Nilsson平均场加邻近轨道对力模型可利用代数方法对角化<sup>[3]</sup>. 该模型在依赖轨道的高斯型对力相互作用<sup>[2]</sup>  $G_{\alpha\beta} = Ae^{-B(\varepsilon_\alpha - \varepsilon_\beta)^2}$  基础上作了邻近轨道相互作用近似, 其中  $\varepsilon_\alpha$  和  $\varepsilon_\beta$  分别为  $\alpha$  和  $\beta$  轨道的价核子能量, 参数  $A < 0$  和  $B > 0$  可根据核基态结合能及第一  $0^+$  激发态来确定. 模型哈氏量可写为

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + V_p^{(\pi)} + V_p^{(\nu)}, \quad (1)$$

其中  $\hat{H}_0$  是 Nilsson 平均场中价质子和价中子的单粒子能量部分,  $V_p^{(\pi)}$  和  $V_p^{(\nu)}$  分别为邻近轨道价质子或价中

子之间的对力相互作用, 其具体形式见文献[3—5].

## 3 数值计算结果

本文首先在文献[5]的基础上仔细拟合了超铀区核素  $^{226-234}\text{Th}$ ,  $^{230-239}\text{U}$ ,  $^{236-243}\text{Pu}$ , 及稀土区核素  $^{160-170}\text{Er}$ ,  $^{166-176}\text{Yb}$ ,  $^{172-180}\text{Hf}$  的结合能及对激发能. 在拟合中, Nilsson 平均场的单粒子能级依据文献[6]进行计算得到. 为了减少参数, 根据最小二乘法得到与文献[5]类似的对力参数经验公式, 其参数取值或经验公式如下: 对于区分质子和中子情况, 超铀区对力参数为  $A^\nu = -1.68 + 0.11k^\nu - (0.24 - 0.03k^\nu)n_f^\nu$  (Th 同位素);  $A^\nu = -1.086 + 0.037k^\nu - (0.28 - 0.03k^\nu)n_f^\nu$  (U 同位素);  $A^\nu = -0.922 + 0.031k^\nu - (0.24 - 0.025k^\nu)n_f^\nu$  (Pu 同位素);  $A^\pi = -0.66\text{MeV}$ ; 稀土区对力参数为  $A^\nu = -6.069 + 0.419k^\nu - (0.512 - 0.064k^\nu)n_f^\nu$  (Er 同位素);  $A^\nu = -5.21 + 0.34k^\nu - (0.35 - 0.038k^\nu)n_f^\nu$  (Yb 同位素);  $A^\nu = -4.567 + 0.0305k^\nu - (0.453 - 0.051k^\nu)n_f^\nu$  (Hf 同位素), 单位均为 MeV;  $A^\pi = -0.65\text{MeV}$ , 其中  $k^\pi$ ,  $k^\nu$  为价质子或价中子对数,  $n_f^\nu = 0$  或 1 为不配核子数. 对所有情况均取  $B^\pi = B^\nu = 0.1\text{MeV}^{-2}$ . 当冻结质子对激发时, 质子部分的对力贡献为一个常数, 而对中子对力参数经验公式中的参数进行了适当的调整. 奇偶能差定义为  $P(A) = E(A) + E(A-2) - 2E(A-1)$ ,

\* 国家自然科学基金(10575047)资助

1) E-mail: yaoyoukun\_521@163.com

2) E-mail: daipan@dlut.edu.cn (通讯作者)

其中  $E(A)$  为相应核的结合能. 低激发态转动惯量的计算公式<sup>[7]</sup> 为  $I^{\text{th}} = 2\hbar^2 \sum_n \frac{|(n|J_{x'}|0)|^2}{E_n - E_0}$ , 其中  $J_{x'}$  为总角动量沿核本体坐标轴  $x'$  的投影. 本文仅计算了偶偶核的低激发态转动惯量, 在转动惯量计算中仅计入所有拆散一对价核子时的激发态与基态之间  $J_{x'}$  矩阵元的贡献, 即  $(\xi', k-1, \gamma\rho|J_{x'}|\xi, k)_g$ , 而忽略了拆散两对以上的其它高阶贡献. 结合能和转动惯量的拟合误差利用均方差  $\sigma^E = \left[ \sum_{\mu} (E_{\mu}^{\text{th}} - E_{\mu}^{\text{exp}})^2 / \mathcal{N} \right]^{\frac{1}{2}}$  和  $\sigma^I = \left[ \sum_{\mu} (I_{\mu}^{\text{th}} - I_{\mu}^{\text{exp}})^2 / \mathcal{N} \right]^{\frac{1}{2}}$  来估计, 其中  $E_{\mu}^{\text{th}}$ ,  $I_{\mu}^{\text{th}}$  和

$E_{\mu}^{\text{exp}}$ ,  $I_{\mu}^{\text{exp}}$  分别为相应核的结合能及转动惯量的理论值和实验值, 求和对所有被拟合核素进行,  $\mathcal{N}$  为被拟合核的总数. 最低激发态转动惯量的实验值利用第一  $2^+$  态相对激发能并根据转动谱公式  $I^{\text{exp}} = 3/E_{2_1^+}^{\text{exp}}$  得到. 计算结果及与实验的比较见图 1—4. 当区分质子和中子时, 超铀区和稀土区核素结合能的均方差为 0.60MeV 和 0.96MeV; 偶偶核最低激发态转动惯量的均方差为  $3.11\text{MeV}^{-1}$  和  $5.14\text{MeV}^{-1}$ ; 当冻结质子对激发时, 超铀区和稀土区核素结合能的均方差为 0.96MeV 和 1.21MeV; 转动惯量的均方差为  $5.05\text{MeV}^{-1}$  和  $5.60\text{MeV}^{-1}$ .

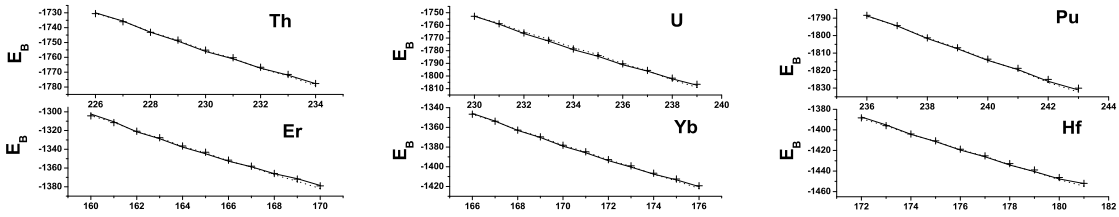


图 1 区分质子中子时和冻结质子对激发时结合能的理论与实验值  
其中 + 点为实验值, 实线为区分质子中子时的理论值, 虚线为冻结质子对激发时的理论值. 图中  $E_B$  为结合能, 单位均为 MeV, 横坐标为核质量数.

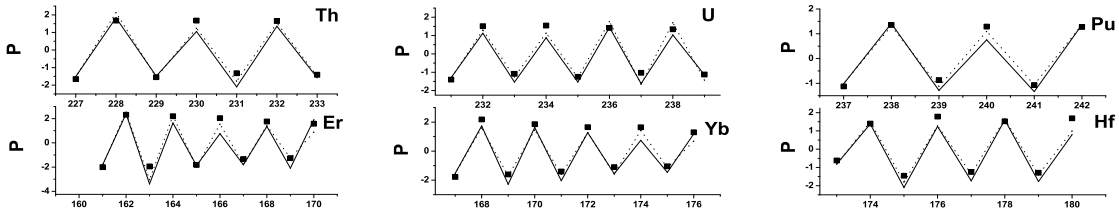


图 2 区分质子中子时和冻结质子对激发时奇偶能差的理论与实验值  
其中实点为实验值, 实折线端点为区分质子中子的理论值, 虚折线端点为冻结质子对激发的理论值. 图中  $P$  为奇偶能差, 单位均为 MeV, 横坐标为核质量数.

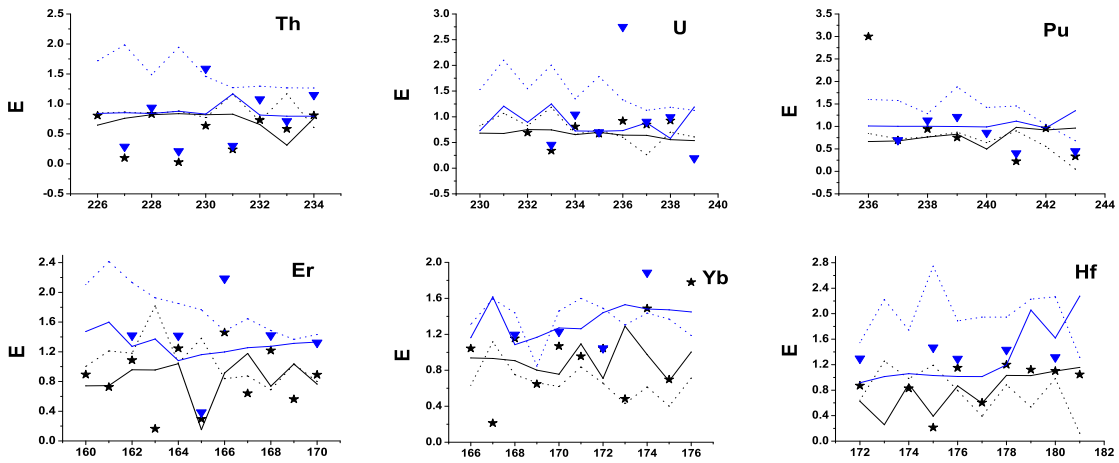


图 3 区分质子中子时和冻结质子对激发时对激发能的理论与实验值  
其中实星点为第一对激发能实验值, 实三角为第二对激发能实验值, 实线为区分质子中子时对激发能的理论值, 虚线为冻结质子对激发时对激发能的理论值.  $E$  为激发能, 单位均为 MeV, 横坐标为核质量数.

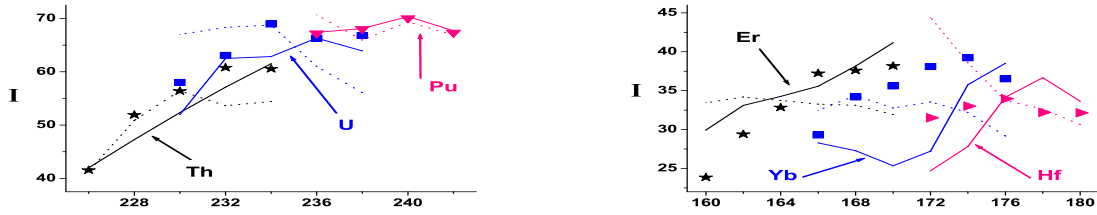


图4 区分质子中子时和冻结质子对激发时相应核最低激发态转动惯量的理论与实验值  
其中分立点为相应核的实验值, 实线为区分质子中子时的理论值, 虚线为冻结质子对激发时的理论值. 图中  $I$  为核的转动惯量, 单位均为  $\text{MeV}^{-1}$ , 横坐标为核质量数. 左图为超铀区核素  $^{226-234}\text{Th}$ ,  $^{230-239}\text{U}$ ,  $^{236-243}\text{Pu}$ , 右图为稀土区核素  $^{160-170}\text{Er}$ ,  $^{166-176}\text{Yb}$ ,  $^{172-180}\text{Hf}$ .

## 4 结论

本文的计算显示, 区分质子和中子的计算结果比冻结质子对激发的结果更接近实验值, 且对超铀区的描述好于对稀土区的描述. 图4所展示的对最低激发

态转动惯量的拟合结果及对结合能和最低激发态转动惯量计算的均方差都充分反映了这一点. 我们的结论是, 邻近轨道对力模型能较好地描述大形变核, 特别是超铀区核素. 进一步利用相对论平均场<sup>[8]</sup>并利用推广对力模型<sup>[9]</sup>的计算及与本模型比较将另文讨论.

## 参考文献(References)

- ZENG J Y, CHENG C S. Nucl. Phys., 1983, **A405**: 1
- Molique H, Dudek J. Phys. Rev., 1997, **C56**: 1795
- PAN Feng, DAI Lian-Rong. High Energy Physics and Nuclear Physics, 2001, **25**: 134 (in Chinese)  
(潘峰, 戴连荣. 高能物理和核物理, 2001, **25**: 134)
- CHEN Yu-Yan, PAN Feng. High Energy Physics and Nuclear Physics, 2002, **26**: 1142 (in Chinese)  
(陈玉艳, 潘峰. 高能物理和核物理, 2002, **26**: 1142)
- CHEN Yue-E, LU Xiao-Hua, PAN Feng. High Energy Physics and Nuclear Physics, 2004, **28**: 814 (in Chinese)  
(陈月娥, 卢晓华, 潘峰. 高能物理和核物理, 2004, **28**: 814)
- Mler P, Nix J R, Myers W D et al. Atomic Data Nucl. Data Tables, 1995, **59**: 185
- Nilsson S G, Prior O. Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk., 1961, **32**: 1
- MENG J, Ring P. Phys. Rev. Lett., 1998, **80**: 460
- PAN F, Gueorguiev V G, Draayer J P. Phys. Rev. Lett., 2004, **92**: 112503

# Description of Rare-Earth and Actinide Nuclei in the Nilsson Mean-Field Plus Nearest-Orbit Pairing Interaction Model<sup>\*</sup>

YAO You-Kun<sup>1;1)</sup> PAN Feng<sup>1;2)</sup> LUO Yan-An<sup>2</sup> LIU Hai-Yan<sup>1</sup> XIE Ming-Xia<sup>1</sup>

1 (Department of Physics, Liaoning Normal University, Dalian 116029, China)

2 (Department of Physics, Nankai University, Tianjin 300071, China)

**Abstract** The exactly solvable Nilsson mean-field plus nearest-orbit pairing model is applied to describe nuclei in actinide and rare-earth regions. Binding energies, pairing excitation energies, even-odd mass differences, and moment of inertia of low-lying excitation states for even-even nuclei of  $^{226-234}\text{Th}$ ,  $^{230-239}\text{U}$ ,  $^{236-243}\text{Pu}$ ,  $^{160-170}\text{Er}$ ,  $^{166-176}\text{Yb}$ ,  $^{172-180}\text{Hf}$  are calculated in both proton-proton and neutron-neutron pairing and proton-proton pairing excitation frozen cases, and compared with the corresponding experimental data.

**Key words** mean-field, nearest-orbit pairing interaction, binding energy, odd-even mass difference, pairing excitation, moment of inertia

<sup>\*</sup> Supported by National Natural Science Foundation of China (10575047)

1) E-mail: yaoyoukun\_521@163.com

2) E-mail: daipan@dlut.edu.cn (corresponding author)