

# 基于壳模型单体密度矩阵的折叠模型 质子弹性散射分析\*

胡泽华<sup>1,1)</sup> 孙伟力<sup>2</sup> 田东风<sup>2</sup> 张本爱<sup>2</sup>

1 (中国工程物理研究院北京研究生部 北京 100088)

2 (北京应用物理与计算数学研究所 北京 100088)

**摘要** 利用折叠模型计算得到折叠势实部并结合 Koning 和 Delaroche 光学势的虚部, 计算分析了质子与  $^{30-40}\text{S}$  的弹性散射数据. 通过引入 Woods-Saxon 势下核壳模型单体密度矩阵, 消除了折叠模型计算中常用的定域近似. 分析比较了定域近似对折叠势以及弹性散射截面计算的影响. 计算结果与折叠模型以及 JLM 模型计算结果进行了比较.

**关键词** 折叠模型 光学模型 壳模型 单体密度矩阵 弹性散射截面

## 1 引言

尽管唯象光学势<sup>[1, 2]</sup>已经广泛地应用于核数据的计算分析, 但是其对实验数据的依赖、众多的参数以及参数的不确定性也限制了其在一些领域的应用. 微观或半微观光学势<sup>[3-7]</sup>的发展已经有很长的历史了, 它基于核多体理论, 利用核子-核子(NN)相互作用势<sup>[8, 9]</sup>和核结构信息来描述入射粒子和靶核的相互作用, 在一定程度上克服了唯象光学势应用上的困难. 近年来, 微观光学势的发展取得了较大进展<sup>[10-12]</sup>, 能更精确和广泛地描述和预言实验数据. 常用的微观光学势有 Jeukenne, Lejeune 和 Mahaux 提出的 JLM 模型<sup>[3, 12]</sup>和基于 Feshbach 核反应理论<sup>[13]</sup>的折叠模型<sup>[4-7, 10]</sup>. JLM 模型利用 Brückner-Hartree-Fock(BHF)理论计算核物质中的质量算符, 由质量算符得到核物质中的光学势, 然后通过局域密度近似(LDA)得到有限核的光学势. 折叠模型利用 BHF 理论构造有限核中有效 NN 相互作用势, 将核密度对有效相互作用做“折叠(folding)”得到光学势.

折叠模型的两个关键是对核介质中两个核子相互作用的描述和对靶核状态的描述, 因此折叠模型的改进和发展大都集中在这两个方面. 通常折叠模型采用

基于 Paris 势  $G$  矩阵元<sup>[9]</sup>的有效 NN 相互作用 M3Y 描述核子间的相互作用, 采用核子密度分布来描述靶核状态. 密度无关有效相互作用 M3Y<sup>[9]</sup>的折叠势只能在入射能比较低的情况下描述实验数据<sup>[6]</sup>. 为了更好地描述实验数据, 在 M3Y 有效相互作用中引入了密度相关因子<sup>[14, 15]</sup>, 称为 DDM3Y, 后来又进一步发展了能够同时给出光学势以及核物质性质的密度相关有效相互作用<sup>[16]</sup>.

在折叠模型中, 折叠势的能量相关不仅来源于有效相互作用势的能量相关性, 也来源于交换项的自恰计算, 如何计算好交换项在折叠模型中是很重要的, 而交换项的计算又与单体密度矩阵密切相关, 因此单体密度矩阵的计算对折叠势有直接的影响. 常用的折叠模型中, 单体密度矩阵是从核子密度分布通过定域近似(Local Approximation, 以下简称 LA)而近似求出的, 后来又提出过多种近似形式<sup>[17-19]</sup>来模拟单体密度矩阵. Ismail<sup>[20]</sup>、Soubbotin<sup>[21]</sup>先后考察过 LA 近似的有效性, Khoa 还考察过 LA 近似对光学势分析的影响<sup>[22]</sup>. 在他们的分析中, 以谐振子势下壳模型给出的单体密度矩阵作为标准值, 与通过 LA 近似由核子密度分布近似得到的单体密度矩阵进行比较. Ismail 发现通过 LA 近似计算的单体密度矩阵与标准值相比

2006 - 04 - 11 收稿

\* 中国工程物理研究院科学技术基金(20050208)资助

1) E-mail: hu\_zehua@yahoo.com

最大有 20% 不确定度, 而 Khoa 认为 LA 近似对折叠势计算的影响仅有 1%, 很明显不同的作者对 LA 近似的影响有不同的观点, 为此需要对 LA 近似做进一步的考察. 由于谐振子势不能很好地描述原子核的表面附近的相互作用, 本工作中, 给出一个比较符合实际的 Woods-Saxon 势下壳模型的单体密度矩阵的计算方法, 并作为标准值, 进一步考察了 LA 近似的可靠性, 以及对弹性散射截面计算的影响.

第二节, 简要介绍折叠模型理论; 第三节给出 Woods-Saxon 势下壳模型单体密度矩阵的数值计算方法; 第四节将折叠势应用于分析  $p+^{30-40}\text{S}$  弹性散射数据, 并与微观光学势 JLM 模型的计算结果比较, 还讨论 LA 近似的影响; 第五节总结本文.

## 2 理论模型

### 2.1 折叠模型

折叠模型的详尽说明可见文献 [6], 这里只做简要介绍. 在 Feshbach 核反应理论<sup>[13]</sup>的一阶近似下, 核子-核光学势可以写为 Hartree-Fock 形式

$$V_i = \sum_{j \in A} [(ij|v_d|ij) + (ij|v_{ex}|ji)] \quad (1)$$

其中  $v_d$  和  $v_{ex}$  分别是入射核子  $i$  与靶核子  $j$  之间有效相互作用的直接项和交换项,  $A$  为靶核质量数. 由于核子-靶核系统十分复杂, 相互作用涉及多重自由度, 光学势应是非定域势. 精确地处理非定域项很困难, 在实际计算中通常假定可将相对运动近似地处理为平面波而得到光学势的定域形式<sup>[4, 5]</sup>

$$V(E, \mathbf{r}) = V_d(E, \mathbf{r}) + V_{ex}(E, \mathbf{r}), \quad (2)$$

其中  $\mathbf{r}$  为入射核子的位置矢量,  $V_d$  和  $V_{ex}$  是光学势的直接项和交换项, 分别表示为

$$V_d(E, \mathbf{r}) = \int \rho(\mathbf{r}') v_d(\rho, E, s) d\mathbf{r}', \quad (3)$$

$$V_{ex}(E, \mathbf{r}) = \int \rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}') v_{ex}(\rho, E, s) j_0(k(E, r) s) d\mathbf{r}', \quad (4)$$

这里  $\mathbf{r}'$  是靶核子的位置矢量,  $\mathbf{s}$  是靶核子与入射粒子的位置之差, 即  $\mathbf{s} = \mathbf{r}' - \mathbf{r}$ .  $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  为靶核的单体密度矩阵,  $\rho(\mathbf{r})$  是靶核的密度分布, 即  $\rho(\mathbf{r}) = \rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}' = \mathbf{r})$ ,  $j_0(x)$  是零阶贝塞尔函数,  $k(E, r)$  为相对运动的定域动量, 表示为

$$k^2(E, r) = \frac{2\mu}{\hbar^2} [E_{c.m.} - V(E, r) - V_c(r)], \quad (5)$$

其中  $\mu$  为核子的约化质量,  $V_c(r)$  为库仑势. 可以看出,

$V(E, r)$  通过式 (5) 包含在交换项 (4) 中, 因此核子-核光学势需要通过自洽计算来确定.

### 2.2 同位旋相关性的处理

考虑到光学势的同位旋相关性, 一般可将 (3) 和 (4) 中的 NN 有效相互作用的中心势部分表示为

$$v_{d(ex)}(\rho, E, s) = v_{00}^{d(ex)}(\rho, E, s) + v_{01}^{d(ex)}(\rho, E, s)(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\tau}') \quad (6)$$

其中  $\boldsymbol{\tau}$  是同位旋算符. 注意我们未写出自旋相关项, 因为对自旋为零或不为零的靶核, 自旋相关项对核子-核中心势的贡献为零或很小<sup>[23]</sup>, 通常可以忽略. 将式 (3) 和 (4) 中核子密度分别表示为质子密度 ( $\rho_p$ ) 和中子密度 ( $\rho_n$ ) 之和, 则核子-核光学势可表示为

$$\begin{aligned} V(E, \mathbf{r}) = & \int d\mathbf{r}' \{ [\rho_p(\mathbf{r}') + \rho_n(\mathbf{r}')] v_{00}^d(\rho, E, s) + \\ & [\rho_p(\mathbf{r}') - \rho_n(\mathbf{r}')] v_{01}^d(\rho, E, s) \} + \\ & \int d\mathbf{r}' \{ [\rho_p(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \rho_n(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] v_{00}^{ex}(\rho, E, s) + \\ & [\rho_p(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \rho_n(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] v_{01}^{ex}(\rho, E, s) \} \times \\ & j_0(k(E, r) s). \end{aligned} \quad (7)$$

可以看出光学势  $V(E, \mathbf{r})$  是同位旋相关的.

### 2.3 密度相关有效 NN 相互作用势

本文采用的密度相关有效 NN 相互作用势是基于 Paris 势<sup>[9]</sup>  $G$  矩阵元的 CDM3Y 有效相互作用势<sup>[16]</sup>, 表示为

$$v_{00(01)}^{d(ex)}(\rho, E, s) = F(\rho) g(E) v_{00(01)}^{d(ex)}(s), \quad (8)$$

其中密度相关因子  $F(\rho)$  和能量相关因子  $g(E)$  分别表示为

$$F(\rho) = C[1 + \alpha \exp(-\beta\rho) - \gamma\rho], \quad (9)$$

$$g(E) \approx 1 - 0.0026\varepsilon, \quad (10)$$

这里  $\varepsilon$  为每个核子的轰击能 (MeV). CDM3Y 的径向部分表示为 3 个 Yukawa 势之和

$$v_{00(01)}^{d(ex)}(s) = \sum_{v=1}^3 Y_{00(01)}^{d(ex)} \frac{\exp(-R_v s)}{R_v s}, \quad (11)$$

其中参数  $\alpha, \beta, \gamma, Y_{00(01)}^{d(ex)}, R_{v(v=1,3)}$  均取自文献 [16]. 计算中假定 CDM3Y 的自旋-轨道势部分和中心势部分有同样的密度相关性和能量相关性.

## 2.4 光学势的虚部

由于 M3Y-Paris 有效 NN 相互作用<sup>[9, 16]</sup> 只包含实部, 因此折叠模型只能给出光学势的实部, 必须加上虚部才能用于光学模型中散射截面的计算. 虚部通常取为标准的 Woods-Saxon 势, 则复光学势表示为

$$U(E, r) = V(E, r) + iW(E, r) + V_{so}(E, r)(\mathbf{l} \cdot \boldsymbol{\sigma}) + V_c \quad (12)$$

其中  $V_c$  取为均匀带电球的库仑势,  $V_{so}$  为自旋-轨道耦合势, 采用 Brieva 和 Rook<sup>[5]</sup> 的方法由 CDM3Y 相互作用势的自旋-轨道部分计算得到.  $V(E, r)$  和  $W(E, r)$  分别是光学势的实部和虚部, 表示为

$$V(E, r) = N_r [V_d(E, r) + V_{ex}(E, r)], \quad (13)$$

$$W(E, r) = \frac{W_v}{1 + \exp((r - R_v)/a_v)} - \frac{4W_s \exp((r - R_s)/a_s)}{[1 + \exp((r - R_s)/a_s)]^2}, \quad (14)$$

其中  $N_r$  是一个可调参数, 用于近似考虑高阶项对折叠势的贡献.

## 3 壳模型下单体密度矩阵的计算方法

由式 (2) 和 (4) 可以看出核子-核光学势的能量相关性与折叠势交换项直接相关, 单体密度矩阵的非对角元出现在交换项的计算中, 它的处理成为折叠势计算的一个关键. 在通常的折叠势计算<sup>[5, 11]</sup> 中, 单体密度矩阵的非对角元通常由其对角元密度分布通过定域近似<sup>[11]</sup> 而近似得到

$$\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \mathbf{s}) \simeq \rho(\mathbf{r} + \mathbf{s}/2) \hat{j}_1(k_F(|\mathbf{r} + \mathbf{s}/2|)), \quad (15)$$

其中

$$\hat{j}_1(x) = 3j_1(x)/x = 3(\sin x - x \cos x)/x^3, \quad (16)$$

$k_F(r)$  为定域 Fermi 动量.

本工作对折叠模型中单体密度矩阵计算方法做了改进, 即所有对角元和非对角元统一在壳模型下精确计算得到, 而不再采用定域近似. 下面简述本文提出的壳模型下单体密度矩阵的计算方法.

在壳模型中单体密度矩阵可以用核子的单粒子波函数  $\varphi_i$  来表示

$$\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{i=1}^A \sum_{\sigma} \varphi_i^*(\mathbf{r}, \boldsymbol{\sigma}) \varphi_i(\mathbf{r}', \boldsymbol{\sigma}), \quad (17)$$

其中  $\boldsymbol{\sigma}$  表示核子自旋. 对于质子和中子能级均是闭壳

的核, 在  $jj$  耦合下, 单粒子波函数  $\varphi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\sigma})$  可以展开为

$$\varphi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\sigma}) \equiv \varphi_{nlj\mu}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\sigma}) = \sum_{\mu_s, m} (lm \frac{1}{2} \mu_s | j \mu) \varphi_{nlmj}(\mathbf{r}) \psi_{\mu_s}(\boldsymbol{\sigma}), \quad (18)$$

其中  $\varphi_{nlj\mu}(\mathbf{r})$  为空间波函数,  $\psi_{\mu_s}(\boldsymbol{\sigma})$  为自旋波函数,  $\mu_s$  为自旋方向. 利用 Clebsch-Gordan 系数的正交性关系, 单体密度矩阵可以表示为

$$\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{nlj} \frac{2j+1}{2l+1} \rho_{nlj}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad (19)$$

其中  $\rho_{nlj}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  称为核子轨道单体密度矩阵, 记为

$$\rho_{nlj}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_m \varphi_{nlmj}^*(\mathbf{r}) \varphi_{nlmj}(\mathbf{r}'). \quad (20)$$

上式中  $\varphi_{nlmj}$  是核子的空间波函数, 可以分解为

$$\varphi_{nlmj}(\mathbf{r}) = r^l u_{nlj}(r) Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}), \quad (21)$$

这里矢量上的符号  $\hat{\mathbf{r}}$  表示该矢量的角度部分. 对径向波函数  $u_{nlj}(r)$  利用高斯基函数展开为

$$u_{nlj}(r) = \sum_{v=1}^N a_v^{nlj} \exp(-\kappa_v^2 r^2), \quad (22)$$

其中  $N$  为高斯基函数的个数,  $\kappa_v$  按几何级数方法<sup>[24]</sup> 给出为:  $\kappa_v = \kappa_1(\kappa_N/\kappa_1)^{(v-1)/(N-1)}$ , 展开系数  $a_v^{nlj}$  由变分法对平均场壳模型下 Schrödinger 方程中的单粒子哈密顿量对角化计算得到.

为导出核子轨道单体密度矩阵, 将式 (18) 代入式 (20), 并利用下面 3 个展开式

$$\begin{aligned} (\mathbf{r} \pm \mathbf{s}/2)^l Y_{lm}(\hat{\mathbf{t}}) &= \sum_{\lambda=0}^l \frac{\sqrt{4\pi}}{\hat{\lambda}} \binom{2l+1}{2\lambda}^{1/2} \times \\ & r^{l-\lambda} \left(\frac{s}{2}\right)^\lambda [Y_{l-\lambda}(\hat{\mathbf{r}}), Y_\lambda(\pm \hat{\mathbf{s}})]_{lm}, \end{aligned} \quad (23)$$

和

$$\exp(\pm i \mathbf{k} \cdot \mathbf{s}) = 4\pi \sum_{L=0}^{\infty} \hat{L} (\mp i)^L j_L(k s) [Y_L(\hat{\mathbf{k}}), Y_L(\hat{\mathbf{s}})]_{00}, \quad (24)$$

和

$$\exp(-(\kappa_v^2 - \kappa_{v'}^2) \mathbf{r} \cdot \mathbf{s}) = 4\pi \sum_{L=0}^{\infty} \hat{M} i_M ((\kappa_v^2 - \kappa_{v'}^2) r s) \times [Y_M(\hat{\mathbf{r}}), Y_M(\hat{\mathbf{s}})]_{00}, \quad (25)$$

式 (23) 中,  $\mathbf{t} = \mathbf{r} \pm \mathbf{s}/2$ ,  $\hat{\lambda} = \sqrt{2\lambda+1}$ . 式 (25) 中,  $j_L$  和  $i_M$  分别是球贝塞尔函数和虚宗量贝塞尔函数. 经过一系列的代数变换, 最终可导出轨道单体密度矩阵的表达式为

$$\begin{aligned}
\rho_{nlj}(\mathbf{R}+\mathbf{s}/2, \mathbf{R}-\mathbf{s}/2) = & 4\pi(-)^l(2l+1) \sum_{v, v'=1}^N a_v^{nlj} a_{v'}^{nlj*} \exp[-(\kappa_v^2 + \kappa_{v'}^2)R^2] \sum_{L=\text{even}}^{\infty} (-)^L P_L(\cos\theta) \times \\
& \sum_{\lambda_1=0}^l \binom{2l+1}{2\lambda_1}^{1/2} R^{l-\lambda_1} \sum_{\lambda_2=0}^2 \binom{2l+1}{2\lambda_2}^{1/2} R^{l-\lambda_2} \sqrt{2(l-\lambda_1)+1} \sqrt{2(l-\lambda_2)+1} \times \\
& \sum_{M=\text{even}}^{\infty} (2M+1) \sum_{\lambda} (-)(\lambda+\lambda_1)(\lambda_0 M 0 | L 0)^2 W(l-\lambda_1 \lambda_1 l-\lambda_2 \lambda_2 | l \lambda)(\lambda_1 0 \lambda_2 0 | \lambda 0) \times \\
& (l-\lambda_1 0 l-\lambda_2 0 | \lambda 0) \int I(v, v', L, M, \lambda_1, \lambda_2; k_v, k_{v'}, k, R) k^2 j_L(ks) dk, \quad (26)
\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
I(v, v', L, M, \lambda_1, \lambda_2; k_v, k_{v'}, k, R) = & \int_0^{\infty} s'^2 (s'/2)^{\lambda_1+\lambda_2} \exp[-(\kappa_v^2 + \kappa_{v'}^2)s'^2/4] \times \\
& j_L(ks') i_M[(\kappa_v^2 - \kappa_{v'}^2)Rs'] ds', \quad (27)
\end{aligned}$$

这里  $\mathbf{R}=(\mathbf{r}+\mathbf{r}')/2$ ,  $P_L$  为勒让德多项式,  $\theta$  为  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{s}$  间的夹角,  $W$  为 Racah 系数. 结合式 (19) 和 (26), 即可分别计算给出质子和中子的轨道单体密度矩阵.

上述计算只适用于质子和中子能级均是闭壳的核, 对于非闭壳核, 非闭壳轨道的轨道单体密度矩阵  $\rho_{\text{open}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  近似取为相应的闭壳轨道的  $\rho_{\text{closed}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  乘以非闭壳轨道核子数与闭壳轨道核子数之比.

## 4 结果与讨论

### 4.1 壳模型单体密度矩阵计算

壳模型单体密度矩阵  $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  计算的基本输入数据为单粒子势和高斯基函数参数, 单粒子势取 Woods-Saxon 势<sup>[25]</sup>, 半径参数  $r_0=1.27\text{fm}$ , 弥散参数  $a=0.67\text{fm}$ ; 对于 Woods-Saxon 势, 高斯基函数参数取为  $\{N, \kappa_1, \kappa_N\}=\{20, 1, 0.1\}$ . 首先利用 (19) 和 (26) 式分别计算了  $^{32}\text{S}$  质子和中子单体密度矩阵  $\rho_{\tau(\tau=p,n)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ , 然后取其对角元分别得到质子和中子密度分布  $\rho_{\tau(\tau=p,n)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'=\mathbf{r})$ .

为讨论 LA 近似的影响, 以 Woods-Saxon 势下壳模型单体密度矩阵作为标准值, 与通过 LA 近似得到的单体密度矩阵结果进行了比较, 见图 1.

图 1 中结果为  $\mathbf{r}$  和  $\mathbf{s}$  的夹角  $\theta$  取为零时, 质子的单体密度矩阵计算值, 对其他角度有类似结果. 实线为标准值, 虚线为采用本计算的质子密度  $\rho_p(\mathbf{r})$  分布, 通过 (15) 式的 LA 近似得到的质子的单体密度矩阵. 可以看出特别在核表面附近, 两者的差别是明显的, 对 中子单体密度矩阵有类似的结果.

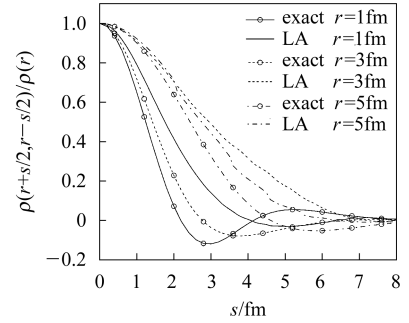


图 1  $^{32}\text{S}$  单体密度矩阵标准值与通过 LA 近似得到的单体密度矩阵在不同半径处的比较 ( $\theta=0^\circ$ )

### 4.2 质子与 $^{30-40}\text{S}$ 弹性散射的折叠势分析

本工作的目的是利用上述折叠势实部结合光学势虚部用于分析质子与  $^{30-40}\text{S}$  弹性散射截面实验数据<sup>[26]</sup>, 虚部采用的是 Koning 和 Delaroche(KD) 的普适核子-核光学势<sup>[2]</sup>的虚部. 首先考察 LA 近似对折叠势本身计算的影响. 采用 4.1 节计算的壳模型  $^{32}\text{S}$  单体密度矩阵  $\rho_{\tau(\tau=p,n)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  和由核子密度分布  $\rho_{\tau(\tau=p,n)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'=\mathbf{r})$  通过 LA 近似式 (15) 得到的单体密度矩阵近似值, 利用式 (7) 分别计算了采用两种密度矩阵时 53MeV 质子与  $^{32}\text{S}$  散射的折叠势, 如图 2, 其中上图为直接比较, 下图为两者的相对误差. 可以看出在  $r < 5\text{fm}$  时, 两者差别较大, 特别是核半径附近, 最大差别接近 10%. 为进一步考察这种差别对质子弹性散射角分布的影响, 分别取两种密度矩阵下计算的折叠势作为光学势的实部, 虚部取为相同的 Koning 和 Delaroche(KD) 势虚部,  $N_r$  取为 1, 不经任何调参计算了质子弹性散射截面, 结果如图 3. 在小角度区域 ( $\theta < 30^\circ$ ), 本计算和采用 LA 近似计算时结果基本上是一致的, 并且都与实验值符合得较好; 但在大角度区域, 两者差别还是比较明显的, 总体上说本计算结果更接近实验值. 上述结果说明可见 LA 近似, 不仅对折叠势计算的影响较大, 而且对弹性散射截面计算的影响也是比较明显的.

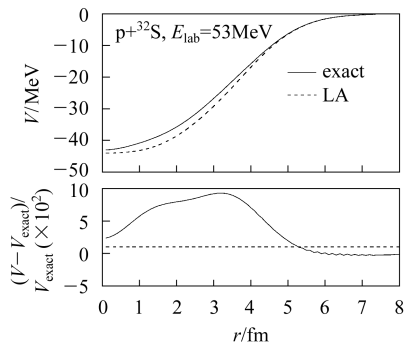


图 2 本计算的  $p+^{32}\text{S}$  折叠势与采用 LA 近似计算得到的折叠势的比较  
入射能为 53 MeV.

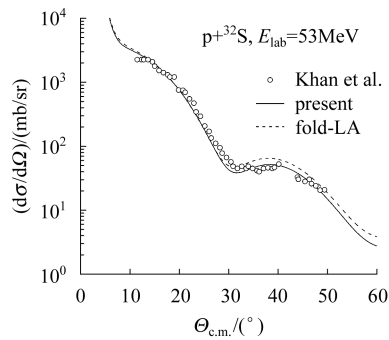


图 3 本计算  $p+^{32}\text{S}$  弹性散射截面和采用 LA 近似计算得到的弹性散射截面与实验数据<sup>[26]</sup>的比较  
入射能为 53 MeV.

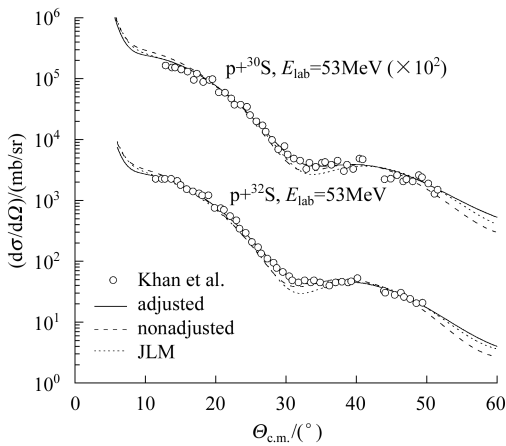


图 4  $p+^{30,32}\text{S}$  弹性散射截面计算结果和实验数据<sup>[26]</sup>的比较

图 4 和图 5 为采用 Woods-Saxon 势下壳模型单体密度矩阵时  $p+^{30-40}\text{S}$  弹性散射截面计算结果, 并与

JLM 模型计算结果<sup>[27]</sup>进行了比较. 为更好地拟合实验数据, 对  $N_r$  以及 Koning 和 Delaroche (KD) 势虚部体吸收势阱深度参数  $W_v$  和面吸收参数  $W_s$  作了微调, 其他参数保持不变. 表 1 列出了调节后的参数. 如果不进行调参, 本计算结果基本上与 JLM 模型结果相当, 大致可以预言实验数据, 只是在小角度区域与实验值相符得较好, 在大角度区域有所偏离. 调参主要改进了大角度区域的计算结果, 并在全角度区间与实验值符合更好. 在 Khoa 进行的类似折叠势弹性散射分析中, 为符合实验数据, 虚部同样进行了调参, 不过实部中的参数  $N_r$  取偏离 1 较远, 而在本工作中,  $N_r$  (除  $^{40}\text{S}$  外) 的取值更接近于 1, 就可以较好地拟合弹性散射实验值. 这表明我们采用的 Woods-Saxon 势下壳模型单体密度矩阵更合理地描述了靶核状态.

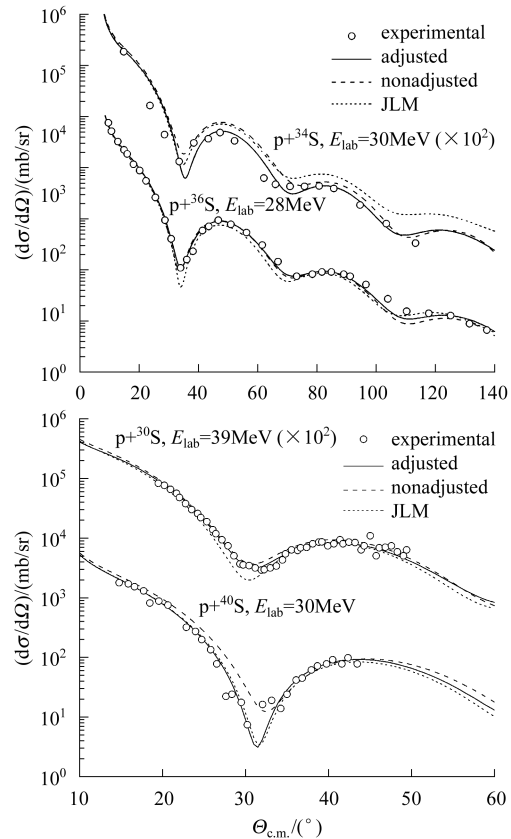


图 5  $p+^{34,36,38,40}\text{S}$  弹性散射截面计算结果和实验数据<sup>[28-31]</sup>的比较

表 1 用于折叠势分析的  $p+^{30-40}\text{S}$  的光学势参数

靶核	$E/\text{MeV}$	$N_r$	$W_v/\text{MeV}$	$W_s/\text{MeV}$	$r_v/\text{fm}$	$a_v/\text{fm}$	$r_s/\text{fm}$	$a_s/\text{fm}$	$r_c/\text{fm}$	实验数据文献
$^{30}\text{S}$	53	0.940	9.000	0.500	1.173	0.673	1.293	0.534	1.315	[26]
$^{32}\text{S}$	53	0.913	7.123	1.387	1.176	0.673	1.292	0.535	1.307	[26]
$^{34}\text{S}$	30	0.983	11.774	3.828	1.178	0.673	1.291	0.536	1.300	[28]
$^{36}\text{S}$	28	0.986	4.127	6.077	1.181	0.672	1.290	0.537	1.295	[29]
$^{38}\text{S}$	39	0.993	9.037	3.467	1.183	0.672	1.289	0.538	1.290	[30]
$^{40}\text{S}$	30	1.097	4.500	8.500	1.185	0.671	1.288	0.540	1.285	[31]

## 5 结论

本文将 Woods-Saxon 单粒子势下的壳模型单体密度矩阵引入了折叠模型, 计算分析质子与<sup>30–40</sup>S 弹性散射截面实验数据, 并考察了 LA 近似对折叠势计算以及弹性散射角分布的影响. 结果表明 LA 近似对折叠势的影响较大, 对弹性散射截面的计算也有明显的影响. 由于引进了精确计算的壳模型单体密度矩阵, 不再采用 LA 近似, 较好地描述了靶核表面附近的状况, 使折叠模型计算中的  $N_r$  因子更接近于 1, 同时弹

性散射截面的计算结果也有所改进. 应该指出的是: 本文仅采用了简单的适用于球型核的 Woods-Saxon 势下的壳模型, 而对于<sup>30</sup>S 核到<sup>40</sup>S 核, 原子核有明显的形变, 因此应进一步考虑核的形变因素, 在变形场下求解单粒子波函数. 另外也需考虑如何应用于非弹性散射. 值得进一步考虑的是非平均场因素, 如考虑核子关联等相互作用, 以及在考虑这些因素时密度矩阵的计算方法. 还有一点是考虑色散关系来研究光学势实部和虚部的匹配, 以及统一考虑散射核子的光学势和束缚核子的单粒子势, 以期加深对核势的理解, 取得更好的效果.

## 参考文献(References)

- 1 Hama S, Clark B, Cooper E D et al. Phys. Rev., 1990, **C41**: 2737
- 2 Koning A, Delaroche J P. Nucl. Phys., 2003, **A713**: 231
- 3 Jeukenne J P, Lejeune A, Mahaux C. Phys. Rev., 1974, **C10**: 1391; Jeukenne J P, Lejeune A, Mahaux C. Phys. Rev., 1977, **C15**: 10
- 4 Sinha B. Phys. Rep., 1975, **20**: 1
- 5 Brieda F A, Rook J R. Nucl. Phys., 1977, **A291**: 299; Brieda F A, Rook J R. Nucl. Phys., 1977, **A291**: 317; Brieda F A, Rook J R. Nucl. Phys., 1978, **A297**: 206
- 6 Satchler G R, Love W G. Phys. Rep., 1979, **55**: 183
- 7 Rikus L, Nakano K, von Geramb H V. Nucl. Phys., 1984, **A414**: 413
- 8 Bertsch G, Borysowicz J, McManus H et al. Nucl. Phys., 1977, **A284**: 399
- 9 Anantaraman N, Toki H, Bertsch G F. Nucl. Phys., 1983, **A398**: 269
- 10 Dortmans P J, Amos K, Karataglidis S. Phys. Rev., 1998, **C58**: 2249; Amos K, Dortmans P J, von Geramb H V et al. Adv. in Nucl. Phys., 2000, **25**: 275
- 11 Khoa D T, Khan E, Colò G et al. Nucl. Phys., 2002 **A706**: 61
- 12 Bauge E, Delaroche J P, Girod M. Phys. Rev., 1998, **C58**: 1118
- 13 Feshbach H. Theoretical Nuclear Physics. Vol. II. New York: Wiley, 1992
- 14 Kobos A M, Brown B A, Hodgson P E et al. Nucl. Phys., 1982, **A384**: 65; Kobos A M, Brown B A, Lindsay R et al. Nucl. Phys., 1984, **A425**: 205
- 15 Khoa D T, von Oertzen W. Phys. Lett., 1993, **B304**: 8
- 16 Khoa D T, Satchler G R, von Oertzen W. Phys. Rev., 1997, **C56**: 954
- 17 Negele J W, Vautherin D. Phys. Rev., 1972, **C5**: 1472
- 18 Campi X, Bouyssy A. Phys. Lett., 1978 **B73**: 263
- 19 Ring P, Schuck P. The Nuclear Many-Body Problem. New York: Springer-Verlag, 1980. 542
- 20 Ismail M, Osman M M, Salah F. Phys. Lett., 1996, **B378**: 40
- 21 Soubbotin V B, Viñas X. J. Phys., 1999, **G25**: 2087; Nucl. Phys., 2000, **A665**: 291
- 22 Khoa D T. Phys. Rev., 2001 **C63**: 034007
- 23 Satchler G R. Direct Nuclear Reactions. Oxford: Clarendon, 1983
- 24 Varshalovich D A, Moskalev A N, Khersonskii V K. Quantum Theory of Angular Momentum. Singapore: World Scientific, 1988
- 25 Bohr A, Mottelson B R. Nuclear Structure Vol. I. New York: Benjamin, 1969. 238—239
- 26 Khan E et al. Nucl. Phys., 2001 **A694**: 103
- 27 Bauge E, Delaroche J P, Girod M. Phys. Rev., 2001, **C63**: 024607
- 28 Alarcon R, Rapaport J, Kovzes R T et al. Phys. Rev., 1985, **C31**: 697
- 29 Hogenbirk A, Blok H P, Brand M G E et al. Nucl. Phys., 1990, **A516**: 205
- 30 Kelley J H et al. Phys. Rev., 1997, **C56**: R1206
- 31 Maréchal F et al. Phys. Rev., 1999 **C60**: 034615

## Folding Model Analysis of Proton Elastic Scattering Based on the One-Body Density Matrix of Shell Model<sup>\*</sup>

HU Ze-Hua<sup>1;1)</sup> SUN Wei-Li<sup>2</sup> TIAN Dong-Feng<sup>2</sup> ZHANG Ben-Ai<sup>2</sup>

1 (Graduate School, China Academy of Engineering Physics, Beijing 100088, China)

2 (Institute of Applied Physics and Computational Physics, Beijing 100088, China)

**Abstract** By using the real part of the optical potential obtained in the folding model calculation and the imaginary part of the optical potential of Koning and Delaroche, the data of the proton elastic scattering off  $^{30-40}\text{S}$  are calculated and analyzed. By introducing the one-body density matrix of nuclear shell model with Woods-Saxon potential, the local approximation which is usually used in the folding model can be eliminated. The effects of the local approximation on the folding potential and the cross sections of elastic scattering are analyzed. The calculated results are compared with those of the folding model and JLM model.

**Key words** folding model, optical model, shell model, one-body density matrix, elastic scattering cross section

---

Received 11 April 2006

<sup>\*</sup> Supported by Sci. & Tech. Funds of CAEP (20050208)

1) E-mail: hu\_zehua@yahoo.com