第4卷 第5期 高能物理与核物理 Vol. 4, No. 5
1980年9月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS Sept., 1980

SU_2 规范理论中的规范真空效应

葛墨林　段一士
(兰州大学)

摘　要

阐明无须通常自发破缺而能使规范粒子具有质量的理论与目前一些规范理论之间存在着联系.

工作 [1] 中提出了一个关于引出规范场粒子质量的新尝试. 从物理上说, [1] 实际告诉我们,对引出规范粒子质量而言,通常真空破缺的方案不一定是必须的. 似乎可以用一定规范条件加以代替,而规范条件与规范势在一定的拉氏函数框架内是互为依存的.

在工作 [1] 之前, 就存在一些理论, 它们都是从物理角度对待规范场的,虽然从表面上看似乎是与 [1] 无关的 (或者尚未表现出与 [1] 拉氏函数形式的确切联系), 也有一些理论则在形式上就同 [1] 有联系,它们是:

(I) Грибов 猜想[2]. 如果要求规范势 b_μ 与 b'_μ 均满足一定的规范条件 (例如库仑规范),对一定的规范势 b_μ 讨论规范参数 $U(x)$ 如何因之确定的问题. 显然 [2] 中的对 U 的泛函就是 [1] 中拉氏函数中包含 $U(x)$ 的部分(如果不管 m^2 因子).

(II) 由手征对称 (实际是 $SU_2\times SU_2$) 导致的包含赝标量场的理论(总结见 [3]). 容易看到所使用的主要手段与基本思想代表了规范场的某些一般性质与处理方法, 例如稍作改变后对 SU_2 仍然有效.

(III) 电磁场的正则量子化方法[4]. 使用朗道规范由引入拉氏不定乘子形式的拉氏函数导致相应的场的量子化. 注意 [4] 中之不定乘子场 $B(x)$ 是可以互易的. 而 (II) 中的赝标场按自由场展开时是不可对易的.

(IV) 关于对偶荷的讨论[5-7]. 当将同位旋空间单位矢量组成的代数 $n(x)$ 选在任意"方向"时,可能出现相应的拓扑荷,且奇异点集中于 $\boldsymbol{\phi}=0$ 的原点处. 但是如果作规范变换,例如对 SU_2 情况中的 $\boldsymbol{n}(x)$ 转至第三轴方向时, 必须分区处理[8]. 那么这个观念与 Weinberg 模型共容的可能性如何?

本文将指出上述 (I) (比较明显)、(II)、(III)、(VI)、均与 [1] 有若干联系, 从而给 [1] 作一个目前现实可行的,虽然并非十分严格的物理诠释.

(i) 在 [1] 中,定义了一个代数

$$w_\mu=b_\mu-\partial_\mu UU^{-1},\quad \mathscr{A}_\mu=\partial_\mu UU^{-1}, \tag{1}$$

本文1978年12月8日收到.

它在变换

$$\begin{cases} b'_\mu = V^{-1}b_\mu V + \partial_\mu V^{-1}V, & (2)\\ U' = V^{-1}U. & (3)\end{cases}$$

下是伴随协变的,因而可以写出对 (2)、(3) 不变的拉氏函数

$$L = \int \mathscr{L} d^4x, \quad \mathscr{L} = \frac{1}{2}(F_{\mu\nu}F_{\mu\nu}) + m^2(w_\mu w_\mu), \tag{4}$$

其中 $$F_{\mu\nu} = \partial_\mu b_\nu - \partial_\nu b_\mu - [b_\mu, b_\nu].$$

(注意此中内积的定义与 [1] 中差系数) $U^{-1} = U^\dagger$,即 U 为幺阵. 由于

$$(w_\mu w_\mu) = (b_\mu b_\mu) - 2(b_\mu \mathscr{A}_\mu) + (\mathscr{A}_\mu \mathscr{A}_\mu), \tag{5}$$

于是 L 中与 U 有关部分为

$$L' = -m^2 \int d^4x[(\partial_\mu U \partial_\mu U^\dagger) - 2(U\partial_\mu U^\dagger b_\mu)]. \tag{6}$$

对上式在 U 满足幺正限制下取变分,即计算下式的欧拉式

$$F = \partial_\mu U_{ij}\partial_\mu U^\dagger_{ji} - 2U_{ij}\partial_\mu U^\dagger_{jm}(b_\mu)_{mi} + \lambda_{im}(\delta_{mi} - U_{mj}U^\dagger_{ji}).$$

λ 为拉氏乘子,于是 L 对 U 稳定的条件为

$$\partial_\mu[\partial_\mu UU^\dagger] - [b_\mu, \partial_\mu UU^\dagger] = 0 \text{ 或 } \nabla_\mu(\partial_\mu UU^\dagger) = 0. \tag{7}$$

(6)、(7) 式正是 (I) 中在讨论规范条件时所用的泛函形式及其方程,它的意义可理解为,如果对规范势 b_μ 满足规范条件

$$\partial_\mu b_\mu = 0, \tag{8}$$

则对任何势亦必同样应当满足

$$\partial_\mu b'_\mu = 0. \tag{9}$$

已知 $b_\mu(x)$,则由 (7) 决定 $U(x)$. 这种考虑与 [1] 是一致的. 实际上作任何 $ad(V)$ 变换后的 J_μ 也应当是守恒的. 在包含高阶非线性项时由 [1] 的两个方程可以将 b_μ, U 同时决定出来. 但以后可看到,如果将 $U(x)$ 以标量场分离,当仅取低阶项时,选取 $\partial_\mu b_\mu = 0$ 是完全没有问题的,亦即此时由 (8)、(9) 导致 (7) 的 (I) 中的提法仍然成立. 还应当注意,与目前通常用自由场展开的方法研究规范场的作用相应,我们还不能象 [1] 那样就简单地选取经典解 U 作变换,使 $U' \to 1$,因为这样就要发生象通常非阿贝尔规范场量子化中简单选取与电磁场相应形式时所出现的一些矛盾. 在轨道积分形式量子化中通常用 Faddev-Popov 理论加以克服,与此平行也可以采用有不定乘子场的正则量子化形式,我们将看到,在低阶近似下[1]属于后者. 为简单,我们以下仅对 SU_2 进行讨论. 用 $i, j, k\cdots$ 表示同位旋空间指标,取值 1, 2, 3.

(ii) 变换 (2)、(3) 的几何意义可以由平联络的性质加以讨论. 由于 $\partial_\mu UU^\dagger$ 决定的场强必为零,故 $\mathscr{A}_\mu$ 实际上可以理解为一定的规范真空. 按 [1] 引入

$$U(x) = e^{i\phi^i(x)X_i}, \quad X_i = \frac{\tau_i}{2}, \quad I_i = iX_i, \tag{10}$$

其中 τ_i 为泡里矩阵, I_i 为 SU_2 生成元. 于是

$$\mathscr{A}_\mu(x) = \partial_\mu e^{i\phi^i X_i} e^{-i\phi^i X_i}. \tag{11}$$

由于 SU_2 自身封闭,故

$$\mathscr{A}_\mu = i\omega_\mu^i X_i = \omega_\mu^i I_i, \tag{12}$$

现在须要将 ω_μ^i 用 ϕ^i 表示出来．按 [3] 可以引入

$$\mathscr{A}_\mu(t) = \partial_\mu e^{it\phi^i X_i} e^{-it\phi^i X_i}, \tag{13}$$

其中 t 为任意实参数，如所指出，找 ω_μ^i 与 ϕ^i 的关系相当于求解 $\frac{\partial \mathscr{A}_\mu(t)}{\partial t}$ 的微分方程，初始条件取为 $\omega_\mu^i(t)|_{t=0} = 0$，所求的 ω_μ^i 即为 $\omega_\mu^i = \omega_\mu^i(t)|_{t=1}$.

将对易关系 $[X_i, X_j] = i\epsilon_{ijk}X_k$ 以及 (12)、(13) 代入 $\frac{\partial \mathscr{A}_\mu(t)}{\partial t}$ 的方程中去便得到

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}_\mu(t)}{\partial t} = \partial_\mu \boldsymbol{\phi} + \boldsymbol{\omega}_\mu(t) \times \boldsymbol{\phi}. \tag{14}$$

最后得到所求的 ω_μ^i 的显示表达式

$$\omega_\mu^i = \left[\delta_{ij} + p_{ij}(\phi)\left(\frac{\sin\phi}{\phi} - 1\right)\right]\partial_\mu\phi^j + \left(\frac{1-\cos\phi}{\phi^2}\right)\epsilon_{ijk}\partial_\mu\phi^j\phi^k, \tag{15}$$

其中

$$p_{ij}(\phi) = \delta_{ij} - \frac{\phi^i\phi^j}{\phi^2}, \quad \phi^2 = \phi^i\phi^i. \tag{16}$$

这样 (5) 式中出现的 $(\mathscr{A}_\mu\mathscr{A}_\mu)$ 项即可用 ϕ^i 加以表达．对 SU_2 现在有

$$\mathscr{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^i F_{\mu\nu}^i - \frac{m^2}{2}b_\mu^i b_\mu^i + m^2 b_\mu^i\omega_\mu^i - \frac{m^2}{2}\omega_\mu^i\omega_\mu^i, \tag{17}$$

由 (15)、(16) 有

$$\omega_\mu^i\omega_\mu^i = \left\{\delta_{ij} + p_{ij}\left[\frac{\sin^2\phi/2}{(\phi/2)^2} - 1\right]\right\}\partial_\mu\phi^i\partial_\mu\phi^j; \tag{18}$$

引入 $\phi^i = 2\xi^i$，则有

$$\frac{1}{4}\omega_\mu^i\omega_\mu^i = g_{ij}(\xi)\partial_\mu\xi^i\partial_\mu\xi^j, \tag{19}$$

$$g_{ij}(\xi) = \delta_{ij} + p_{ij}(\xi)\left(\frac{\sin^2\xi}{\xi^2} - 1\right). \tag{20}$$

自此与 [3] 所述的形式全同，于是 ξ 空间的第二类克氏符号可以计算出来，为

$$\Gamma_{jk}^m(\xi) = \frac{1}{\xi^2}\left\{(\xi\operatorname{ctg}\xi - 1)(p_{jm}\xi^k + p_{km}\xi^j) + \left(1 - \frac{\sin 2\xi}{2\xi}\right)p_{jk}\xi^m\right\}; \tag{21}$$

ξ 空间的李西张量为

$$R_{ij} = 2g_{ij}(\xi); \tag{22}$$

它说明 ϕ 空间是一个常曲率空间．在考虑量子化理论时必须用自由场展开，按 [9] 即须考虑 $\boldsymbol{\phi}$ 在此弯曲空间的位移，[1] 中方程(对 U 的)即为此 $\boldsymbol{\phi}$ 的短程线方程．位移表为

$$\phi^i \to \phi^i \oplus \eta^i.$$

这样我们易了解变换 (3) 的含义：从一个初始的 ϕ^i(给定一个 U)，然后对它进行位移，即生成 $V^{-1}U$，拉氏函数在此位移下是不变的．特别当将 ϕ^i 移位至 $0 + \eta^i$，η^i 为小量，则可得

$$\boldsymbol{b}'_\mu = \boldsymbol{b}_\mu + \boldsymbol{b}_\mu \times \boldsymbol{\eta}' + \partial_\mu\boldsymbol{\eta}'. \quad (\boldsymbol{\eta}' = -\boldsymbol{\eta})$$

在 [3] 及其所列文献中讨论了 ϕ^i 场 (Goldston) 作为 π 介子的一系列计算．在这里

将 ϕ^i 可以理解为某种与规范场共存的规范真空效应. 形如(17)、(15)、(18)的拉氏函数是非多项式的,因此不能重整化. 它只能按低阶近似量子化,然后用微扰论进行高阶计算. 在[1]的意义下,其物理意义变为规范场在不断地与规范真空有某种作用(这种作用目前尚不能说已经清楚). 因之,[1]也会象(II)一样不可重整化,在涉及圈图时当然也可以采用超传播子的方法[3]获得收敛的结果. 或许,这是任何一种全面考虑规范真空作用理论的普遍特点. 在对 ϕ 作低阶近似时,按[9]即相当于将 ϕ^i 在原点换成一个小的平移量 Γ^i,在物理上相当于附加于0背景的真空量子涨落部分. 于是由(15)有

$$\omega_\mu^i \approx \partial_\mu \Gamma^i. \tag{23}$$

此时(17)变为

$$-\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^i F_{\mu\nu}^i - \frac{m^2}{2} b_\mu^i b_\mu^i + m^2 b_\mu^i \partial_\mu \Gamma^i - \frac{m^2}{2} \partial_\mu \Gamma^i \partial_\mu \Gamma^i,$$

将 $b_\mu^i \partial_\mu \Gamma^i$ 的散度项去掉即有

$$\mathscr{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^i F_{\mu\nu}^i - \frac{m^2}{2} b_\mu^i b_\mu^i - m^2 \Gamma^i \partial_\mu b_\mu^i - \frac{m^2}{2} \partial_\mu \Gamma^i \partial_\mu \Gamma^i.$$

引入 $B^i = -m\Gamma^i$,遂有

$$\mathscr{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^i F_{\mu\nu}^i - \frac{m^2}{2} b_\mu^i b_\mu^i + m B^i \partial_\mu b_\mu^i - \frac{1}{2} \partial_\mu B^i \partial_\mu B^i. \tag{24}$$

(iii) (24)式正是[4]中电磁场正则量子化(朗道规范)拉氏函数在 SU_2 的推广. 详细的量子化方向的讨论越出了本文的范围,我们仅仅作一点简单的考虑.

由(24)对 b_μ^i, B^i 分别变分,有

$$\nabla_\nu F_{\nu\mu}^i - m^2 b_\mu^i - m\partial_\mu B^i = 0, \tag{25}$$

$$m\partial_\mu b_\mu^i + \partial_\mu \partial_\mu B^i = 0. \tag{26}$$

将(25)取 ∂_μ 运算再代入(26)即有

$$\partial_\mu \nabla_\nu F_{\nu\mu}^i = 0, \tag{27}$$

它是流 $J_\mu^i = \nabla_\nu F_{\nu\mu}^i$ 守恒的条件. 在低阶近似下显然 $\Box B^i$ 或 $\partial_\mu b_\mu^i$ 有一定选择的余地. 按(i)的讨论选用(8),于是有

$$\begin{cases} \partial_\mu b_\mu^i = 0, \quad \Box B^i = 0, & (28) \\ \nabla_\nu F_{\nu\mu}^i - m^2 b_\mu^i = m\partial_\mu B^i. & (29) \end{cases}$$

如果我们只关心上述诸场的裸传播子,我们可以在

$$F_{\mu\nu}^i = \partial_\mu b_\nu^i - \partial_\nu b_\mu^i + g\epsilon_{ijk} b_\mu^j b_\nu^k \tag{30}$$

中,先考虑 $g=0$ 的情况[10]. 这时遂有

$$\Box b_\mu^i - m^2 b_\mu^i = m\partial_\mu B^i; \tag{31}$$

与[4]相仿可有

$$[b_\mu^i(x), b_\nu^j(x')] = -i\tilde{\Delta}_{\mu\nu}(x-x')\delta_{ij};$$

$$\tilde{\Delta}_{\mu\nu} = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4k e^{ik(x-x')} \frac{\delta_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu/k^2}{k^2+m^2}; \quad D(x-x') = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4k e^{ik(x-x')} \frac{1}{k^2}.$$

于是可分别得到

$$[b_\mu^i(x), b_\nu^j(x')] = -i\delta_{ij} \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4k e^{ik(x-x')} \frac{\delta_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu/k^2}{k^2+m^2}, \tag{32}$$

$$[B^i(x),\ b^j_\mu(x')] = \frac{-1}{m}\delta_{ij}\frac{1}{(2\pi)^4}\int e^{ik(x-x')}\frac{k_\mu}{k^2}d^4k, \tag{33}$$

$$[B^i(x),\ B^j(x')] = -i\delta_{ij}\frac{1}{(2\pi)^4}\int e^{ik(x-x')}\frac{1}{k^2}d^4k. \tag{34}$$

利用上述关系立即可得相应的产生、消灭粒子算符的对易关系，不再赘述.

(34) 是这种形式理论一个重要结果，说明低级近似下 ϕ^i 的确将象一个标量粒子在传播，这与(II)是完全一致的. 而在通常这方面的理论无法赋予 ϕ^i 以真实意义，因为在那里是可互易的(在那里为保证么正性可互易是必须的). (34) 是指明 [1] 与(II) 有深刻联系的一个重要关系. 当 $g \neq 0$ 时存在需要恢复么正性(与规范补偿项有关)的问题[10]，在此处不予讨论. 当然，(34) 的出现与通常理论么正性有不协调之处，这是 Chiral 理论 (II) 自身的特点.

这样看来，[1] 的量子理论与 (II) 无本质不同，须视考虑规范真空影响的程度而定. 严格来说，是个非重整理论. 目前对 [1] 类型的量子化计算可以这样进行：对 B^i, b^i_μ 在通常可重整范围内进行通常方式的计算，而在考虑高阶 ϕ^i 的效应时(不可重整部分)使用超传播子方法以计算单圈图，更高阶复杂图形尚无很好办法.

最后，我们还可以看到，正则量子化理论中的不定乘子场或许就是一种规范真空的量子涨落部分.

(iv) 在拉氏函数密度(4)中，w_μ 中的 $\mathscr{A}_\mu$ 对应联络，特别是按 [5—6]，在 SU_2 情况，它可以对应着任意 $\boldsymbol{n}(x)$ 的方向. 同样 U 亦可由某个仅有第 3 方向的 U_0 经过么正变换 R 而来，其中 U_0 为仅包括 I_3 的代数. 由 [6] 可令

$$U = RU_0, \quad \partial_\mu UU^{-1} = R\partial_\mu U_0U_0^{-1}R^{-1} + \partial_\mu RR^{-1}, \tag{35}$$

于是有

$$w_\mu = R[R^{-1}b_\mu R - R^{-1}\partial_\mu R - \partial_\mu U_0U_0^{-1}]R^{-1}, \tag{36}$$

$$w_\mu = R(A''_\mu - \partial_\mu U_0U_0^{-1})R^{-1}, \tag{37}$$

其中 A''_μ 为一个 SU_2 规范势. $\partial_\mu U_0U_0^{-1} = -B''_\mu I_3$,

再引入 $A''_\mu = gA^i_\mu I_i$, $B''_\mu = g'B_\mu$, 则

$$w_\mu = R(gA^i_\mu I_i + g'B_\mu I_3)R^{-1},$$

$$\begin{aligned}(w_\mu w_\mu) &= ([gA^i_\mu I_i + g'B_\mu I_3][gA^i_\mu I_i + g'B_\mu I_3]) \\ &= g^2A^i_\mu A^j_\mu(I_iI_j) + 2gg'B_\mu A^i_\mu(I_3I_i) + g'^2B_\mu B_\mu(I_3I_3).\end{aligned} \tag{38}$$

由于

$$(I_iI_j) = -\frac{1}{2}\delta_{ij},$$

$$(w_\mu w_\mu) = -\frac{g^2}{2}(A^1_\mu A^1_\mu + A^2_\mu A^2_\mu) - \frac{1}{2}(gA^3_\mu + g'B_\mu)^2. \tag{39}$$

仿 Weinberg 引入

$$Z_\mu = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}}(gA^3_\mu + g'B_\mu),$$

且令 1.2 指标组成有质量的 W_μ 介子则得到了该模型中 W_μ, Z_μ 的质量项，而不会出现光子质量项.

在存在对偶荷时变换(35)应当分区[8]，我们注意到当选择 $n^3 = \pm 1$ 时其差别仅仅是 $g' \to -g'$，由于 Weinberg 模型中的中性流部分只包含 g'^2 项，因此对该模型的结论没有影响，仅仅是电荷反一个符号. 这个结果是与下述事实有关的，由[1]在 Weinberg 模型中引出质量的过程可以看到，该模型中的 $U(1)$ 部分是规范真空中的一个 SU_2 中的一个 $U(1)$ 部分，因此当 I_3 的同位旋方向反一方向时，电荷应当反号. 上述解释有一些新的特点，是否对应物理现实，尚须看能否引起其它新的效应，并接受检验.

综上所述，即使由于对偶荷存在而必须分区，[1]中告诉我们，如单从质量关系而言，它与 Weinberg 模型不一定是不可兼容的.

(v) 综上所述，[1]的结果包含了一些新看法，目前看来它至少同当前一些理论有联系而且不矛盾. 当然，从传统的真空破缺观点来看，这种做法是不易被接受的，但作为一种试探性的方案，从[1]与其物理内容来说还是有它合理的一面；尤其，我们不能因为这个理论不可重整而忽视它. 至于对"规范真空"的认识，由以上讨论可以看到，它远非是一个简单的问题.

在完成本工作过程中，承谷超豪同志寄来工作[1]的预稿，并作了有益的讨论. 文中若干思想以及这种理论中存在的若干问题曾与戴元本、吴詠时同志作过有益的讨论.

参 考 文 献

[1] 谷超豪,«关于规范粒子的质量»,复旦大学数学研究所报告(1978).
K. Shizuyn, *Nucl. Phys.*, **B94** (1975), 260.(两文结论类似，但前者用纤维丛角度研究这一问题，因此在得到结论的过程中有新的特点).
[2] V. N. Gribov, Lecture at the 12th Winter School of the Leningrad Nuclear Physics.
[3] M. K. Волков, B. H. Первушин, *УФН*, **120**(1976),363.
[4] N. Nakanishi, *Prog. Theor. Phys.*, **35** (1966), 1111.
[5] 侯伯宇、段一士、葛墨林,兰州大学学报,**2**(1975),1.
[6] 谷超豪,复旦大学学报,**3—4**(1976),161.
[7] 段一士、葛墨林,科学通报,**21**(1976),282.
[8] T. T. Wu, C. N. Yang, *Phys. Rev.*, **D12** (1975), 3943.
[9] M. K. Волков, B. H. Первушин, *ЯФ*. **20**(1974), 761; *ЭЧАЯ*, **6**(1975), 631.
[10] 赵保恒、阎沐霖,高能物理与核物理,**2**(1978),501.

ON THE GAUGE VACUUM EFFECTS IN SU_2 GAUGE THEORY

GE MO-LIN DUAN YI-SHI
(*Lanzhou University*)

ABSTRACT

It is shown that there exist connections in some of the present gauge theories and the theory which can provide a mass to the gauge particle without the usual spontaneous symmetry breaking.