

$\pi^{-18}\text{O}$ 非弹性散射的 DWIA 分析

刘波 姜焕清

(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

我们在程函扭曲的 DWIA 框架下,用跃迁密度方法计算了 180 MeV 和 230 MeV 的 π 在 ^{18}O 上的非弹性散射到 $2^+(1.98\text{MeV})$ 激发态的微分截面,分析了 π^- 对 π^+ 的截面比,研究了中子分布半径对微分截面的影响. 我们的结果与实验定性符合.

一、引 言

近年来研究中子在核中的分布并与从电子散射实验得到的电荷分布作比较引起了许多理论工作者和实验工作者的很大兴趣. 由于在 $(3,3)$ 能区, π^+p 截面比 π^+n 截面大九倍 (π^-n 截面比 π^-p 截面大九倍), 所以人们期望 π 在区分核中的质子和中子分布上将成为一个好的探针. 介子工厂的出现, π -核实验的增多, 使得这个期待成为可能. 因此研究 π 在原子核上的弹性散射, 抽出关于中子分布的知识是人们感兴趣的问题^[1].

众所周知, 在 $(3,3)$ 能区 π -核弹性散射主要是一个强的表面相互作用^[2], 而对于到原子核低激发态的非弹性散射, 由于动量转换不太大, 可能与 π -核弹性散射比较类似. 虽然 π 介子可能要与离核表面靠里面的核子发生作用, 但可能主要还是一个表面作用. 由于 π^+ (或 π^-) 与质子和中子作用有很大的不同, 所以人们期望比较 π^+ 和 π^- 介子在原子核上的非弹性散射有可能提供核物质分布的知识. 一些实验材料表明^[3], π -核非弹性散射的机制主要是 DWIA 机制, 由于反应机制比较清楚, 因此 π -核非弹性散射是研究核结构的有力工具.

近年来 π -核散射实验不断增多, 为理论工作提供了大量实验材料. 关于 π^\pm 在 ^{18}O 的 $2^+(1.98\text{MeV})$ 态上的微分截面和积分截面比实验上在几个能量上都作了测量^[4-7], 理论上也有一些计算和分析^[8-9]. 实验上给出的积分截面比在表 1 中列出. 如果把 ^{18}O 看作为在 ^{16}O 核心外有两个价中子, 当只考虑这两个价中子的贡献时, 给出的截面比为 9/1. 这说明只考虑核心外的两个价中子是不能符合实验的. 要能符合实验必须考虑核心效应. 核心效应多大? 核心里有多少核子参加跃迁? 是我们感兴趣的问题. 按照壳层模型观点, ^{18}O 是由 ^{16}O 核心和两个价中子组成, 由于价中子与核心的相互作用和价中子之间的相互作用, ^{18}O 的基态不是纯壳模型组态, 而是一种组态混合. 从唯象的观点看 ^{18}O 的基

态是变形的。对于在一个变形的核上的非弹性散射，由于原子核表面不仅仅是价核子的分布，而且核心中的一些核子在核表面也应有一定的分布； π 介子不仅仅与价核子发生相互作用，而且还要与接近核表面的其他核子发生相互作用，使得到 2^+ 态的跃迁，不完全是由价核子参加，而且还有核心中的核子参加。为了描述具有这样性质的核表面，我们选择集体性较强而且在核表面贡献最大的跃迁密度来描述核态的跃迁。而跃迁密度方法^[10]已被别人用来描述集体态的跃迁，被证明是一个好的近似^[11]。

表 1 在 ^{18}O 第一激发态 $2^+(1.98\text{MeV})$ 上的积分截面比

$T_\pi(\text{MeV})$	$\sigma(\pi^-)/\sigma(\pi^+)$
164	1.86 [4]
180	1.58 [5]
230	1.66 [6] 1.58 [4]
163	1.27 [7]

基于 π 介子主要与核表面的核子发生作用这一考虑，而核表面的核子分布要比核心稀薄，所以 π 与核表面核子的作用主要是一次作用。因此我们可以用一次作用近似处理，至少在小角度是适用的。另一方面，如上所述，一些实验材料已表明， π -核非弹性散射主要是 DWIA 机制。所以我们用程函扭曲波的 DWIA 近似和跃迁密度方法计算了能量为 180 MeV 和 230 MeV 的 π^\pm 在 ^{18}O 的 $2^+(1.98\text{MeV})$ 态上的非弹性

散射微分截面，分析了截面比和研究了中子均方根半径的变化对微分截面的影响。我们的理论计算结果与实验符合较好。下一节我们将给出我们的计算公式，在第三节将给出我们的计算结果与实验的比较和分析讨论。

二、计算公式

从原子核初态 $|i\rangle$ 跃迁到激发态 $|f\rangle$ 的 DWIA 振幅可以写为：

$$T_{fi} = \langle \chi_f^{(-)}, f | U | i, \chi_i^{(+)} \rangle, \quad (1)$$

其中 U 为引起跃迁的相互作用， $\chi_i^{(+)}$ ， $\chi_f^{(-)}$ 分别为入射道和出射道的 π 介子扭曲波，在程函近似下，它们可以表示为：

$$\chi_i^{(+)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{r}) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{3/2} e^{i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} - \frac{1}{2}A\bar{\sigma}_T(1-i\gamma)} \int_{-\infty}^r \rho(b, s) ds, \quad (2)$$

$$\chi_f^{(-)*}(\mathbf{k}_f, \mathbf{r}) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{3/2} e^{-i\mathbf{k}_f \cdot \mathbf{r} - \frac{1}{2}A\bar{\sigma}_T(1-i\gamma)} \int_r^{\infty} \rho(b, s) ds \quad (3)$$

这里 $\bar{\sigma}_T$ 是 π 介子与原子核中一个核子碰撞的总截面的平均值， γ 是 πN 散射朝前振幅的实部对虚部的比，即为 $\gamma = \text{Re}f_{\pi N}(0)/\text{Im}f_{\pi N}(0)$ 。 $\rho(r)$ 是原子核的密度分布，它是归一化为： $\int \rho(r) d^3r = 1$ 。

在取一级冲量近似下，跃迁势 U 可写为：

$$U = \sum_{j=1}^A t_{\pi N}(j), \quad (4)$$

这里 $t_{\pi N}(j)$ 表示 π 介子与第 j 个核子的碰撞矩阵。

跃迁密度定义为:

$$\rho_{fi}(\mathbf{r}_j) = \int \phi_f^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A) \phi_i(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A) \prod_{i \neq j} d\mathbf{r}_i. \quad (5)$$

则从核初态 $|i\rangle$ 到末态 $|f\rangle$ 的跃迁矩阵元可表示为:

$$\langle f|U|i\rangle = \frac{A_{\text{eff}}}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{q} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \langle \mathbf{k}_f | t_{\pi N} | \mathbf{k}_i \rangle \rho_{fi}(\mathbf{q}) \quad (6)$$

其中 A_{eff} 为参加跃迁的有效核子数, $\rho_{fi}(\mathbf{q})$ 为跃迁密度 $\rho_{fi}(\mathbf{r})$ 的富氏变换. \mathbf{k}_i 和 \mathbf{k}_f 为在 π -核质心系中 π 介子的初态和末态动量.

从 π -核质心系到 π -核子质心系碰撞矩阵的变换是:

$$\langle \mathbf{k}_f | t_{\pi N} | \mathbf{k}_i \rangle = \beta \langle \mathbf{k}'_{\pi N} | t_{\pi N} | \mathbf{k}_{\pi N} \rangle, \quad (7)$$

这里 $\mathbf{k}_{\pi N}$ 和 $\mathbf{k}'_{\pi N}$ 表示在 π -核子质心系中碰撞前和碰撞后 π 介子的动量. 在“冻结”核子近似下, β 的表示为^[12]:

$$\beta = \left[\frac{E_{\pi}(\mathbf{k}_{\pi N}) E_{\pi}(\mathbf{k}'_{\pi N}) E_N(\mathbf{k}_{\pi N}) E_N(\mathbf{k}'_{\pi N})}{E_{\pi}(\mathbf{k}_i) E_{\pi}(\mathbf{k}_f) E_N(\mathbf{k}_i/A) E_N(\mathbf{k}_f/A)} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (8)$$

在 π -核子质心系中的 $t_{\pi N}$ 矩阵与散射振幅有如下关系^[13]:

$$f_{\pi N}(\mathbf{k}'_{\pi N}, \mathbf{k}_{\pi N}) = -\frac{1}{2\pi} \frac{E_{\pi}(\mathbf{k}_{\pi N}) E_N(\mathbf{k}_{\pi N})}{E_{\pi}(\mathbf{k}_{\pi N}) + E_N(\mathbf{k}_{\pi N})} \langle \mathbf{k}'_{\pi N} | t_{\pi N} | \mathbf{k}_{\pi N} \rangle. \quad (9)$$

πN 散射振幅可以写为:

$$f_{\pi N}(\mathbf{k}'_{\pi N}, \mathbf{k}_{\pi N}) = f_0 + f_1 \boldsymbol{\theta} \cdot \boldsymbol{\tau} + f_2 \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} + f_3 \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\theta} \cdot \boldsymbol{\tau}, \quad (10)$$

这里 $\boldsymbol{\theta}$ 是 π 介子同位旋算符, $\boldsymbol{\sigma}$ 和 $\boldsymbol{\tau}$ 分别是核子的自旋和同位旋算符, \mathbf{n} 是垂直于散射平面的单位向量, 即为 $\mathbf{n} = \mathbf{k}_{\pi N} \times \mathbf{k}'_{\pi N} / |\mathbf{k}_{\pi N} \times \mathbf{k}'_{\pi N}|$. 系数 f_i 可以从 π -核子散射相移 $\delta_{lT,2j}^i$ 得到, 这里 l, T, j 分别是 π -核子体系的轨道角动量、同位旋和总角动量量子数.

定义:

$$\alpha_{lT,2j}^i = \frac{\sin \delta_{lT,2j}^i e^{i\delta_{lT,2j}^i}}{k_{\pi N}}, \quad (11)$$

则

$$f_0 = \frac{1}{3} \sum_l [l(\alpha_{l,2l-1}^i + 2\alpha_{3,2l-1}^i) + (l+1)(\alpha_{l,2l+1}^i + 2\alpha_{3,2l+1}^i)] p_l^i(\cos\theta), \quad (12)$$

$$f_1 = -\frac{1}{3} \sum_l [l(\alpha_{l,2l-1}^i - \alpha_{3,2l-1}^i) + (l+1)(\alpha_{l,2l+1}^i - \alpha_{3,2l+1}^i)] p_l^i(\cos\theta), \quad (13)$$

$$f_2 = -\frac{1}{3} i \sum_l [(\alpha_{l,2l-1}^i + 2\alpha_{3,2l-1}^i) - (\alpha_{l,2l+1}^i + 2\alpha_{3,2l+1}^i)] p_l^i(\cos\theta), \quad (14)$$

$$f_3 = \frac{1}{3} i \sum_l [(\alpha_{l,2l-1}^i - \alpha_{3,2l-1}^i) - (\alpha_{l,2l+1}^i - \alpha_{3,2l+1}^i)] p_l^i(\cos\theta), \quad (15)$$

将 (1)–(15) 代入未极化的非弹性散射截面公式:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{(2\pi)^4}{\hbar^4 C^4} \frac{k_f}{k_i} \frac{E_A E_B E_C E_D}{E^2} \sum_{i,f} |T_{fi}|^2 \quad (16)$$

和 k_f 分别为在 π -核质心中入射 π 介子及出射 π 介子的动量, E_A, E_B, E_C 和 E_D 分别为在 π -核质心中入射 π 介子、靶核、出射 π 介子和剩余核的能量, E 是体系的总能量.

考虑从原子核基态 $|0\rangle$ 到激发态 $|L\rangle$ 的跃迁, 可把跃迁密度参数化为^[10]:

$$\rho_{tr}(\mathbf{r}) = N_L \rho_L(r) Y_{LM}(\mathbf{Q}), \quad (17)$$

$$\rho_L(r) = r^{L-1} \frac{d\rho(r)}{dr}, \quad (18)$$

其中 $\rho(r)$ 是原子核的基态密度, 跃迁强度可以从电磁跃迁确定, 质子和中子的约化跃迁矩阵元可以从跃迁密度 $\rho_{tr,p}(r)$ 和 $\rho_{tr,n}(r)$ 计算得到:

$$M(pL) = \int_0^\infty r^{L+2} \rho_{tr,p}(r) dr \quad (19)$$

$$M(nL) = \int_0^\infty r^{L+2} \rho_{tr,n}(r) dr \quad (20)$$

我们用这种参数化的跃迁密度计算了 π 在原子核上的非弹性散射微分截面. 下一节我们将给出我们的计算结果和讨论.

三、结果和讨论

我们用上节的公式计算了能量为 180 MeV 和 230 MeV 的 π 介子在 ^{18}O 上的非弹性散射到达 ^{18}O 的 $2^+(1.98 \text{ MeV})$ 态上的微分截面, 分析了 π^- 介子对 π^+ 介子的截面比和中子均方根半径的变化对微分截面的影响.

在我们的计算中, ^{18}O 的电荷分布取的是电子散射实验给出的电荷形状因子^[14], 从 ^{18}O 基态到 $2^+(1.98 \text{ MeV})$ 激发态的 $E2$ 跃迁取为 $B(E2, 0 \rightarrow 2) = 37 e^2 F^4$ ^[15], σ 介子在核中的平均自由程 $\lambda_\pi = 1/\rho(0)\bar{\sigma}_T$ 取为 $1F$. πN 散射振幅是取自符合 πN 散射实验材料的相移^[16], 只取 s 波和 p 波. 在计算中是把中子和质子同等看待, 取中子和质子有相同的跃迁密度形状和相同的跃迁强度. 为了研究中子分布半径对微分截面的影响, 我们只是把中子半径作为一个参数处理. 为了分析核心效应, 我们把参加跃迁的有效核子数也作为一个参数处理, 研究它的变化与截面比的关系.

表 2 有效核子数与截面比

A_{eff}	2	4	6	8	10	12	14	16	18
$\sigma(\pi^-)/\sigma(\pi^+)$									
$f_{\pi N}^{\pm} = \frac{1}{2} f_{\pi N}^{\pm}$	9	2.778	1.96	1.653	1.494	1.397	1.331	1.284	1.25

表中的 $f_{\pi N}^{\pm}$ 表示同位旋标量 πN 振幅, $f_{\pi N}^{\pm}$ 为同位旋向量 πN 振幅.

如果把 ^{18}O 看作为在 ^{16}O 核心外有两个价中子, 当只考虑这两个价中子参加跃迁时, 给出的截面比为 $\sigma(\pi^-)/\sigma(\pi^+) = 9/1$, 比实验大. 当 ^{18}O 中所有核子都以均等的几率参

只是两个价中子参加跃迁,而可能是核心中部分核子参加了跃迁。为了分析核心效应,我们估算一下不同的有效核子数参加跃迁时的截面比,在表 2 中我们给出了有效核子数与截面比的变化关系。

从表 2 中可以看到,当参加跃迁的有效核子数为 6 或 8 时,给出的截面比接近于实验。我们用 $A_{\text{eff}} = 6$ 计算了能量为 180 MeV 和 230MeV 的微分截面,我们的计算结果与实验的比较在图 1 和图 2 中。图 1 和图 2 中的理论曲线是理论计算结果乘以 0.65 后的结果,即微分截面的绝对值,理论计算约是实验值的 1.5 倍。从图 1 和图 2 可以看到,我们的结果在形状上能符合实验趋势。尤其是小角度,我们的结果与实验符合较好。 π^- 微分截面对 π^+ 微分截面的比随角度的变化对于这两个能量都是在 1.9 到 2 之间变化。在我们的计算中所用的符合 πN 散射实验的相移都是在能壳上的,离壳效应、库仑效应以及 πN 振幅中的自旋项都未考虑,它们都会影响截面的绝对值。 π 在核物质中的平均自由程也是一个不清楚的问题,其值的大小也要影响截面的绝对值。

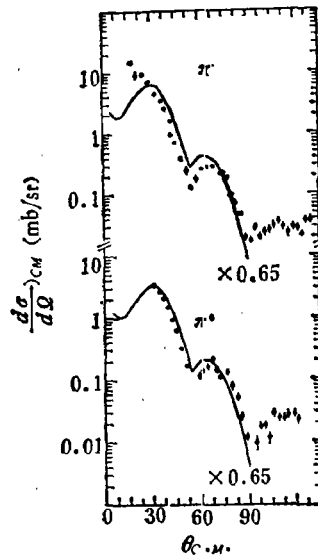


图 1 180 MeV 的 π 在 ^{18}O 上的非弹性散射到 $2^+(1.98\text{MeV})$ 激发态的理论结果与实验的比较: $A_{\text{eff}} = 6$ 和 $\langle r_n^2 \rangle^{1/2} = \langle r_p^2 \rangle^{1/2}$. 实验材料取自参考文献 [5].

为了研究中子分布对微分截面的影响,我们将中子均方根半径作为参数。在图 3 中我们给出改变中子分布半径后的微分截面与实验的比较,其理论曲线是乘以 0.65 后的结果,实线相应于 $\langle r_n^2 \rangle^{1/2} = 1.1\langle r_p^2 \rangle^{1/2}$,虚线相应于 $\langle r_n^2 \rangle^{1/2} = 0.9\langle r_p^2 \rangle^{1/2}$ 。我们的结果表明,当增大或减小中子分布半径时, π^+ 和 π^- 微分截面的绝对值随角度变化有小的减小或增大,而对于 π^+ 介子的微分截面在 50° 附近的极小值位置当中子分布半径增大或减小时变化不明显,而对于 π^- 介子的微分截面当中子分布半径增大或减小时,在 50° 附近的极小值位置向小角度或大角度有一小移动 ($\sim 5^\circ$)。这说明 π^- 介子对中子分布半径的变化比 π^+ 介子敏感。从图 3 可以看到,似乎 $\langle r_n^2 \rangle^{1/2} = 0.9\langle r_p^2 \rangle^{1/2}$ 时理论结果与实验符合稍好一些。而在我们的前一个工作^[17]中,我们用 DWBA 进行计算,由于截面随角度变化与实验比较下降较慢,所以当中子分布半径增大时,理论结果与实验符合稍好一些。在这个工

射实验所确定的电荷分布通过(18)式而得到的定域的跃迁密度在核表面分布最大,能够反映表面相互作用的特点。跃迁密度方法是描述集体态跃迁的一种好的近似,而且能分开质子和中子的贡献。选择合适的跃迁密度使之能给出正确的初末态波函数的重迭就可以给出正确的核跃迁矩阵元。由于我们所用的方法能正确地反映跃迁特点,所以我们的结果能与实验较好地符合是自然的。

我们的工作还是初步的,核介质的修正、自旋效应和库仑效应等以及较严格的扭曲波,进一步的研究是应该考虑这些问题。

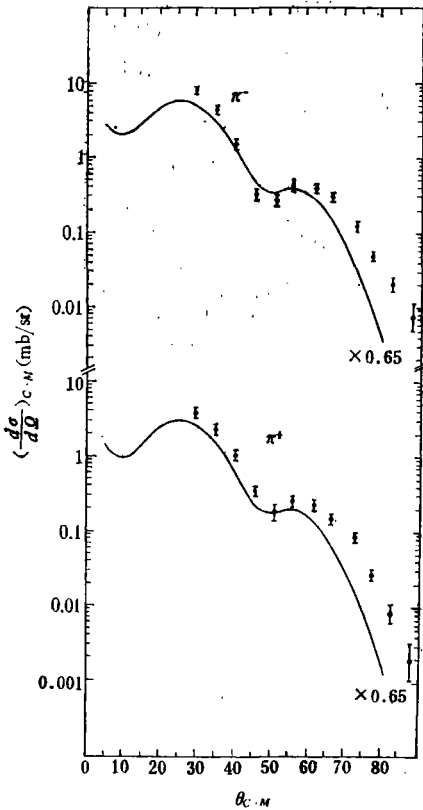


图2 230MeV的 π 在 ^{18}O 上的非弹性散射到 $2^+(1.98\text{MeV})$ 激发态的理论计算与实验的比较: $A_{\text{eff}} = 6$ 和 $\langle r_n^2 \rangle^{1/2} = \langle r_p^2 \rangle^{1/2}$.

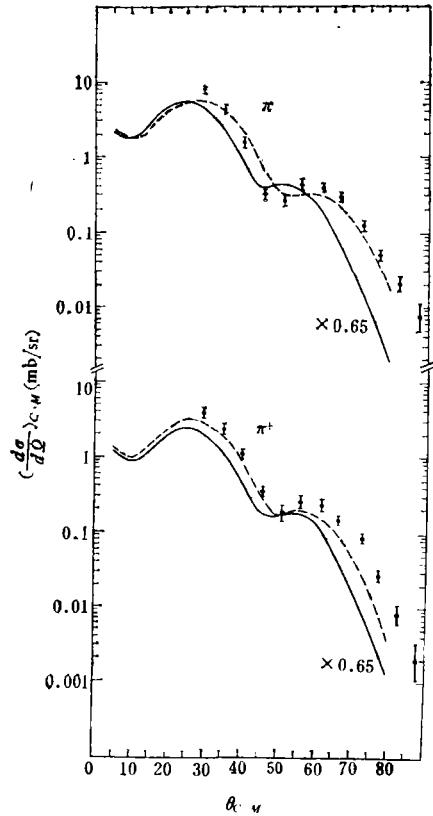


图3 230 MeV的 π 在 ^{18}O 上的非弹性散射到 $2^+(1.98\text{MeV})$ 激发态的理论计算与实验的比较: $A_{\text{eff}} = 6$, 实线相应于 $\langle r_n^2 \rangle^{1/2} =$

- [6] S. Iversen et al., *Phys. Rev. Lett.*, **40**(1978), 17.
 [7] J. Jansen et al., *Phys. Lett.*, **77B**(1978), 359.
 [8] E. Oset et al., *Phys. Lett.*, **84B**(1979), 396.
 [9] I. S. H. Lee et al., *Phys. Rev.*, **21C**(1980), 679.
 [10] L. J. Tassie, *Aust. J. Phys.*, **9**(1956), 407.
 [11] R. D. Amado et al., *Phys. Rev.*, **22C**(1980), 2094.
 [12] R. H. Landau et al., *Ann. Phys.*, **78**(1973), 299.
 [13] H. K. Lee and H. Memanus, *Nucl. Phys.*, **A167**(1971), 257.
 [14] H. R. Collard et al., Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology, **V2**(1967), 34.
 [15] C. Flaum et al., *Phys. Rev. Lett.*, **39**(1977), 446.
 [16] L. D. Roper et al., *Phys. Rev.*, **133B**(1965), 190.
 [17] 刘波和姜焕清, 高能物理和核物理, 待发表.

THE DWIA ANALYSIS OF PION- ^{18}O INELASTIC SCATTERING

LIU BO CHIANG HUAN-CHING

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

In the framework of the eikonal form of the DWIA and by using the transition density method, the differential cross sections for $^{18}\text{O}(\pi, \pi')^{18}\text{O}(2^+, 1.98 \text{ MeV})$ inelastic scattering at $T_\pi=180$ and 230 MeV are calculated. The ratios of the integrated cross sections for π^- vs. π^+ bombardments are analyzed and the effects of changing the neutron radius to the differential cross sections are studied as well. Our results fit the data qualitatively.