

# 重核惯性张量的微观研究

冯仁发 吴锡真 张锡珍 卓益忠

(中国科学院原子能研究所)

## 摘 要

本文在线性响应理论的基础上,推导出惯性张量的微观计算表达式;取尼尔逊单粒子态<sup>[1]</sup>,对<sup>236</sup>U核裂变的惯性张量进行了数值计算;观察了惯性张量随核温度 $T$ 和形变坐标 $\delta_2, \delta_4$ 的变化;分析了惯性张量的对效应和壳效应;对惯性张量在能级交叉处和通过临界温度 $T_c$ 时出现的特殊现象进行了讨论。

## 一、引 言

在重离子反应、核裂变等核系统的集体运动的动力学讨论中,计算相应的惯性张量是必须的。一般说来,这种大幅度的集体运动是很复杂的,内部的单粒子自由度总是和集体自由度耦合在一起的。按照时间尺度来分,集体态的弛豫时间要比内部单粒子态的弛豫时间长得多,我们可以假定在集体坐标(如裂变中的形变坐标)变化的各个阶段中内部自由度总处于统计平衡状态。用统计的方法来处理内部态,用微扰论来处理集体态。利用线性响应理论<sup>[2]</sup>,则粘滞张量 $\gamma_{\mu\nu}$ 和惯性张量 $M_{\mu\nu}$ 可用响应函数的矩表示出来。 $\gamma_{\mu\nu}$ 和 $M_{\mu\nu}$ 都是集体坐标 $R_\mu$ 和核温度 $T$ 的函数,这儿核温度 $T$ 是内部系统激发能的一个量度。用线性响应理论计算重离子反应和裂变中粘滞张量的工作已经开展了<sup>[3-5]</sup>。惯性张量的研究早期是用J. R. Nix提出的经典的液滴模型进行的<sup>[6]</sup>。用非自洽的推转模型<sup>[7]</sup>来研究不包括对相互作用的惯性张量并得到了与经典值符合的结果<sup>[8]</sup>。但液滴模型在处理高温下小幅度集体运动的行为时是比较好的;在核温度不太高时,壳效应对效应都比较明显,这时用液滴模型来处理就显得太粗糙了。近期,A. Iwamoto *et al.*用绝热推转模型得出了有限温度下包括对相互作用的惯性张量微观公式并作了定性分析<sup>[9,10]</sup>。在我们这个工作中,从线性响应理论出发,也导出了惯性张量微观计算公式。以<sup>236</sup>U裂变为例,采用适合于变形核的尼尔逊模型得到的单粒子态,集体形变坐标 $R_\mu$ 取拉长变形 $\delta_2$ 、颈部变形 $\delta_4$ 和质量不对称变形 $\delta_3$ ,具体计算了 $T$ 在0—1 MeV范围内核裂变前期的惯性张量 $M_{\mu\nu}$ 。分析了对效应和壳效应的影响。

## 二、模型与公式

### (1) 不考虑对相互作用

设系统的总哈密顿量为

$$\mathcal{H} = H(x_i, R) + H_{\text{coll}}(R), \quad (1)$$

这里  $H_{\text{coll}}$  是集体运动的哈密顿量,  $H(x_i, R)$  为内禀哈密顿量,  $R, x_i$  分别为集体运动坐标和单粒子坐标. 假定考虑的时间间隔很小, 则相互作用项  $\delta_V$  可写为

$$\delta_V = H(x_i, R) - H(x_i, R_0). \quad (2)$$

而

$$H(x_i, R) = \sum_i H_i(x_i, R), \quad (3)$$

这里  $R_0$  是  $R$  在  $t_0$  时刻的平均值,  $H_i$  是单粒子哈密顿量.  $\delta_V$  表示由于集体坐标  $R$  的变化引起系统内部的变化. 我们可把  $\delta_V$  写成分离形式

$$\delta_V = \sum_{\mu} A_{\mu}(R, R_0) \hat{F}_{\mu}(x_i, R_0). \quad (4)$$

假设微观核子系统由厄正系综来描述, 由线性响应理论, 用响应函数的矩得到不包括对相互作用的惯性张量表达式<sup>[2]</sup>为:

$$M_{KI} = 2\hbar^2 \sum_{\mu\nu} \frac{\partial A_{\mu}}{\partial R_K} \cdot \frac{\partial A_{\nu}}{\partial R_I} \sum_{mn} \frac{e^{-\beta E_m}}{z(\beta)} \frac{\langle m | \hat{F}_{\mu} | n \rangle \langle n | \hat{F}_{\nu} | m \rangle}{\Omega_{nm}^2}, \quad (5)$$

在  $R \rightarrow R_0$  时, 取  $A_{\mu} = (R - R_0)_{\mu}$ , 则(4)式中的  $\hat{F}_{\mu}$  为

$$\hat{F}_{\mu} = \frac{\partial}{\partial R_{\mu}} \left( \sum_i H_i(x_i, R) \right) \Big|_{R_0}, \quad (6)$$

则得:

$$M_{\mu\nu} = 2\hbar^2 \sum_{mn} \frac{e^{-\beta E_m}}{z(\beta)} \frac{\langle m | \hat{F}_{\mu} | n \rangle \langle n | \hat{F}_{\nu} | m \rangle}{\Omega_{nm}^2}, \quad (7)$$

其中  $z(\beta)$  是配分函数. 在独立粒子模型中, 多体波函数  $|m\rangle$  可写成:

$$|m\rangle = \prod_i (a_i^{\dagger})^{n_i^{(m)}} |0\rangle, \quad (8)$$

这儿  $a_i^{\dagger}$  粒子产生算符, 作用在真空态  $|0\rangle$  上产生一个能量为  $e_i$  的粒子态,  $n_i^{(m)}$  是单粒子态  $|i\rangle$  在多体态  $|m\rangle$  中的占有数, 可取 0 或 1. 在粒子数表象中, 形状因子  $\hat{F}_{\mu}$  可写成:

$$\hat{F}_{\mu} = \sum_{\kappa j} \left\langle j \left| \frac{\partial H_i}{\partial R_{\mu}} \right| \kappa \right\rangle a_j^{\dagger} a_{\kappa}, \quad (9)$$

(8)(9)两式代入(7)可求得考虑对相互作用时惯性张量  $M_{\mu\nu}^0$  的微观表达式:

$$M_{\mu\nu}^0 = 2\hbar^2 \sum_{j>k>0} \frac{\left\langle j \left| \frac{\partial H_i}{\partial R_{\mu}} \right| \kappa \right\rangle \left\langle \kappa \left| \frac{\partial H_i}{\partial R_{\nu}} \right| j \right\rangle}{(e_j - e_{\kappa})^3} \times \left( \tanh \left( \frac{e_j - \lambda}{2KT} \right) - \tanh \left( \frac{e_{\kappa} - \lambda}{2KT} \right) \right), \quad (10)$$

公式(10)还可以写为另一种形式:

$$M_{\mu\nu}^0 = \hbar^2 \sum_{\text{all } j \neq K} \frac{\langle j | \frac{\partial H_s}{\partial R_\mu} | K \rangle \langle K | \frac{\partial H_s}{\partial R_\nu} | j \rangle}{(e_j - e_K)^3} (\tilde{n}_K - \tilde{n}_j), \quad (11)$$

这里平均占有数  $\tilde{n}_j$  由费米分布给出:

$$\tilde{n}_j = \frac{1}{1 + \exp((e_j - \lambda)/KT)}, \quad (12)$$

式中  $\lambda$  为费米能, 由平均粒子数守恒来决定.

单粒子哈密顿量  $H_s$  采用适合于变形核的尼尔逊位来描述<sup>[11]</sup>:

$$H_s = H_0 + H_1 + H_2 + H_3 + H_4 + H_{\text{corr}}. \quad (13)$$

其中:

$$H_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega_0(\delta) [-\Delta + \rho^2],$$

$$H_2 = -\frac{2}{3} \hbar \omega_0(\delta) \delta_2 \rho^2 P_2(\cos \theta),$$

$$H_i = \hbar \omega_0(\delta) \delta_i \rho^2 P_i(\cos \theta), \quad i = 1, 3, 4.$$

$$H_{\text{corr}} = -K \hbar \omega_0(2\mathbf{l} \cdot \mathbf{s} + \mu(l^2 - \langle l^2 \rangle_N)).$$

## (2) 考虑对相互作用

当取上述  $H_s$  时, 相应于单粒子态  $|K\rangle$  的能量为  $e_K$ . 现在我们把核子间的对相互作用考虑进来, 则体系的单体变形哈密顿量可取如下形式<sup>[13]</sup>:

$$H = \sum_{K>0} (e_K - \lambda)(a_K^\dagger a_K + a_{\bar{K}}^\dagger a_{\bar{K}}) - \Delta \sum_{K>0} (a_{\bar{K}}^\dagger a_K^\dagger + a_{\bar{K}} a_K), \quad (14)$$

引入准粒子空间<sup>[14]</sup>, 则

$$a_K^\dagger = u_K b_K^\dagger + V_K b_{\bar{K}}; \quad a_{\bar{K}}^\dagger = u_K b_K^\dagger - V_K b_{\bar{K}}, \quad (15)$$

$$V_K^2 = 1 - u_K^2 = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{e_K - \lambda}{E_K} \right), \quad (16)$$

$$E_K = \sqrt{(e_K - \lambda)^2 + \Delta^2}, \quad (17)$$

这里  $b_K^\dagger$  是准粒子产生算符,  $E_K$  是准粒子能量. 在准粒子空间, 体系的多体波函数  $|m\rangle$  写为:

$$|m\rangle = \prod_K b_K^{\dagger n_K(m)} |\bar{0}\rangle, \quad (18)$$

这里  $|\bar{0}\rangle$  是 BCS 真空态.

此时对方程和平均粒子数守恒方程式为<sup>[11]</sup>:

$$\frac{2}{G} = \sum_{j>0} \frac{\tanh\left(\frac{E_j}{2KT}\right)}{E_j}, \quad (19)$$

$$N = \sum_{j>0} \left[ 1 - \frac{e_j - \lambda}{E_j} \tanh\left(\frac{E_j}{2KT}\right) \right], \quad (20)$$

这里  $G$  是对相互作用强度. 在计算中我们取  $^{235}\text{U}$  的

$$G_N = 0.0846 \text{ MeV}, G_Z = 0.0941 \text{ MeV}^{[5]}.$$

$G_N$  比  $G_Z$  小是由于中子和质子的费米能  $\lambda_N$  和  $\lambda_Z$  不一样, 中子有较高的动能, 所以有效对相互作用也小些. 通过求解联立超越方程组可求得  $\lambda$ ,  $E_j$  和能隙  $\Delta$ .

(14)式代入(6)求得考虑对相互作用时的  $\hat{F}_\mu$  为

$$\hat{F}_\mu = \hat{F}_{\mu_1} + \hat{F}_{\mu_2} = \left( \frac{\partial H}{\partial R_\mu} \right)_{1|R_0} + \left( \frac{\partial H}{\partial R_\mu} \right)_{2|R_0}, \quad (21)$$

以下  $|_{R_0}$  略写.

其中

$$\hat{F}_{\mu_1} = \sum_{K>0} (e_K - \lambda) \frac{\partial}{\partial R_\mu} (a_K^\dagger a_K + a_{\bar{K}}^\dagger a_{\bar{K}}) - \Delta \frac{\partial}{\partial R_\mu} \sum_{K>0} (a_K^\dagger a_{\bar{K}}^\dagger + a_{\bar{K}} a_K),$$

$$\hat{F}_{\mu_2} = \sum_{K>0} \left\{ \frac{\partial}{\partial R_\mu} (e_K - \lambda) \right\} (a_K^\dagger a_K + a_{\bar{K}}^\dagger a_{\bar{K}}) - \frac{\partial \Delta}{\partial R_\mu} \sum_{K>0} (a_K^\dagger a_{\bar{K}}^\dagger + a_{\bar{K}} a_K),$$

利用公式(15)及关系式:

$$\left\langle j \left| \frac{\partial H_s}{\partial R_\mu} \right| K \right\rangle = (e_K - e_j) \left\langle j \left| \frac{\partial}{\partial R_\mu} \right| K \right\rangle + \delta_{jK} \frac{\partial e_j}{\partial R_\mu}, \quad (22)$$

经过演算可求得(21)式中对(7)式给出非零贡献的项为:

$$\hat{F}_{\mu_1} = \sum_{j \neq K > 0} \left\langle j \left| \frac{\partial H_s}{\partial R_\mu} \right| K \right\rangle \{ (u_j u_K - v_j v_K) (b_j^\dagger b_K + b_j^\dagger b_{\bar{K}}) + (u_j v_K + v_j u_K) (b_j^\dagger b_{\bar{K}}^\dagger + b_j b_K) \}, \quad (23)$$

$$\hat{F}_{\mu_2} = \sum_{K>0} \frac{1}{E_K} \left( \Delta \left\langle K \left| \frac{\partial H_s}{\partial R_\mu} \right| K \right\rangle - \Delta \frac{\partial \lambda}{\partial R_\mu} - (e_K - \lambda) \frac{\partial \Delta}{\partial R_\mu} \right) \cdot (b_K^\dagger b_{\bar{K}}^\dagger + b_{\bar{K}} b_K) \quad (24)$$

将(23)、(24)两式代入(7)式并利用准粒子平均占有数  $\langle n_i \rangle$  为

$$1 - 2\langle n_i \rangle = \tanh \left( \frac{E_i}{2KT} \right), \quad (25)$$

最后得到考虑对相互作用的惯性张量的微观计算公式为:

$$M_{\mu\nu} = M_{\mu\nu 1} + M_{\mu\nu 2}, \quad (26)$$

其中:

$$M_{\mu\nu 1} = 2\hbar^2 \sum_{j>K>0} \left\langle j \left| \frac{\partial H_s}{\partial R_\mu} \right| K \right\rangle \left\langle K \left| \frac{\partial H_s}{\partial R_\nu} \right| j \right\rangle \cdot \left[ \frac{(u_j u_K - v_j v_K)^2}{(E_j - E_K)^3} \cdot \left( \tanh \left( \frac{E_j}{2KT} \right) - \tanh \left( \frac{E_K}{2KT} \right) \right) + \frac{(u_j v_K + v_j u_K)^2}{(E_j + E_K)^3} \cdot \left( \tanh \left( \frac{E_j}{2KT} \right) + \tanh \left( \frac{E_K}{2KT} \right) \right) \right],$$

$$\begin{aligned}
 M_{\mu\nu 2} = & \frac{\hbar^2}{4} \sum_{k>0} \frac{\tanh\left(\frac{E_k}{2KT}\right)}{E_k^3} \cdot \left( \Delta \left\langle K \left| \frac{\partial H_f}{\partial R_\mu} \right| K \right\rangle \right. \\
 & - \Delta \frac{\partial \lambda}{\partial R_\mu} - (e_k - \lambda) \frac{\partial \Delta}{\partial R_\mu} \left. \right) \cdot \left( \Delta \left\langle K \left| \frac{\partial H_f}{\partial R_\nu} \right| K \right\rangle \right. \\
 & \left. - \Delta \frac{\partial \lambda}{\partial R_\nu} - (e_k - \lambda) \frac{\partial \Delta}{\partial R_\nu} \right),
 \end{aligned}$$

公式(26)与推转模型得到的结果<sup>[9]</sup>是一致的。这里第二项是由与集体坐标  $R_\mu$  有关的占有数的改变而产生的, 当  $\Delta$  消失后  $M_{\mu\nu 2}$  即为零。当  $T > T_c$  (临界温度) 时, 公式(26)就退化到公式(10), 这时的惯性张量  $M_{\mu\nu}^0$  仅反映核的壳效应。

计算有对相互作用的惯性张量  $M_{\mu\nu}$  时的一些物理量由下列关系式求出<sup>[12]</sup>:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial R_\mu} = \frac{ac_\mu + bd_\mu}{a^2 + b^2}; \quad \frac{\partial \Delta}{\partial R_\mu} = \frac{bc_\mu - ad_\mu}{a^2 + b^2} \quad (27)$$

其中:

$$\begin{aligned}
 a = & \Delta \sum_k E_k^{-3}, & c_\mu = & \Delta \sum_k \left\langle K \left| \frac{\partial H_f}{\partial R_\mu} \right| K \right\rangle E_k^{-3}, \\
 b = & \sum_k (e_k - \lambda) E_k^{-3}, & d_\mu = & \sum_k (e_k - \lambda) \left\langle K \left| \frac{\partial H_f}{\partial R_\mu} \right| K \right\rangle E_k^{-3},
 \end{aligned}$$

这里集体坐标  $R_\mu$  和  $R_\nu$  对核裂变各取形变坐标  $\delta_2$ 、 $\delta_3$  和  $\delta_4$ 。计算中, 由于  $^{236}\text{U}$  核中子数与质子数差别大, 单粒子能级差别也很大, 所以尼尔逊单粒子态和惯性张量是分中子系统和质子系统分别求出的, 最后给出  $^{236}\text{U}$  核在不同  $T$  时对应于形变坐标 ( $\delta_2$ 、 $\delta_3$ 、 $\delta_4$ ) 的惯性张量  $M_{\delta_i \delta_j}$  的值。

### 三、计算结果和分析

在给出结果前先说明两点:

(1) 变形核  $^{236}\text{U}$  的单粒子态和波函数  $|Q, N, n_z, \Lambda\rangle$  是由公式(13)给出的  $H_f$ , 取 9 个大壳的球形谐振子波函数  $|N, L, \Lambda, \Sigma\rangle$  作基矢, 求解本征方程得到的<sup>[1]</sup>。(2) 在惯性张量的计算中, 单粒子态  $|j\rangle$  和  $|K\rangle$  在费米面上下各取 30 条能级(相应于中子约在  $2\hbar\omega_0$  的能量范围内, 相应于质子约在  $3\hbar\omega_0$  范围内)上的态来计算矩阵元  $\left\langle j \left| \frac{\partial H_f}{\partial R} \right| K \right\rangle$ , 以保证精确度。

计算结果及分析表明:

#### (1) 核温度不太高时, 惯性张量有明显的壳效应。

图 1 给出了不同核温度下,  $^{236}\text{U}$  核的惯性张量  $M_{\delta_2 \delta_2}^0$  随形变坐标  $\delta_2$  的变化。可以看出在  $T < 1 \text{ MeV}$  时, 惯性张量的壳结构效应是显著的。这是由于裂变过程中, 核的形状不断发生变化, 形变核的单粒子能级的壳结构变化引起的。由公式(11)可见,  $M_{\mu\nu}^0$  的值正比于态  $|j\rangle$  和  $|K\rangle$  的矩阵元值的大小和粒子平均占有数的差值与能量差值立方之比

$(\tilde{n}_K - \tilde{n}_j)/(e_j - e_K)^3$ . 所以当核温度较低时, 惯性张量  $M_{\mu\nu}^0$  的主要贡献是由费米面附近少数几对能级之间粒子跃迁提供的. 贡献大的能级对  $|j\rangle, |K\rangle$  必须符合以下两点: a. 两个态的  $Q$  (总自旋在对称轴上的投影量子数) 相同, 且占主要成分基矢的主量子数  $N$  相等或相差  $\pm 2$ . 这时矩阵元的值较大. b. 这两个态处在费米面  $\lambda$  两边且靠得很近的两条能级上. 这时比值  $(\tilde{n}_K - \tilde{n}_j)/(e_j - e_K)^3$  就大.

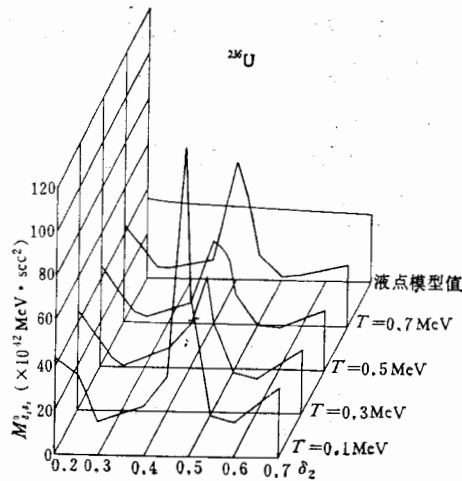


图 1

不考虑对相互作用时, 惯性张量  $M_{\delta_2, \delta_2}$  随  $\delta_2$  的变化.

$$\Delta V = 0.1 \hbar \omega_0, \quad \delta_3 = \delta_4 = 0.0$$

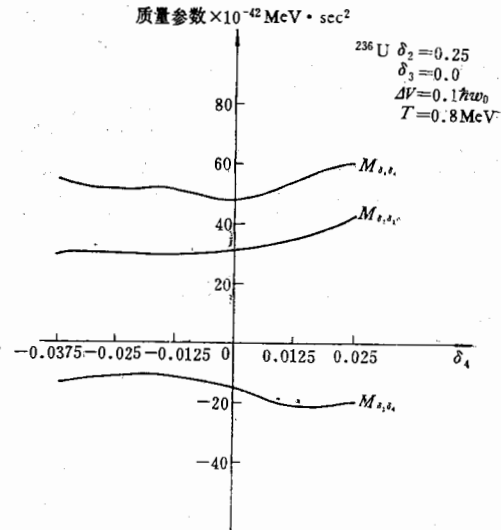


图 2

$^{236}\text{U}$  惯性质量参数  $M_{\delta_2, \delta_2}$ 、 $M_{\delta_2, \delta_4}$ 、 $M_{\delta_4, \delta_4}$  在核温度  $T = 0.8 \text{ McV}$  时随形变参数  $\delta_4$  的变化

图 1 中惯性张量在  $\delta_2 = 0.2$ 、 $\delta_2 = 0.7$  处值比较高; 在  $\delta_2 = 0.45-0.5$  之间有一个峰值; 在  $\delta_2 = 0.3$ 、 $\delta_2 = 0.6$  处  $M_{\delta_2, \delta_2}^0$  的值则较低. 这从计算得到的尼尔逊单粒子能级排列中可以看出: 在  $\delta_2 = 0.2$  时, 存在有上述那样贡献大的中子能级对. 在  $\delta_2 = 0.7$  和  $\delta_2 = 0.45-0.5$  时, 则存在有贡献大的质子能级对. 而在  $\delta_2 = 0.3$ 、 $\delta_2 = 0.6$  时不存在那样贡献大的能级对. 这说明单粒子能级壳结构随形变坐标的变化, 尤其是费米面附近能级的变化决定了惯性张量随形变坐标的变化.

图 2 给出了  $^{236}\text{U}$  的惯性张量  $M_{\delta_2, \delta_2}$ 、 $M_{\delta_2, \delta_4}$  和  $M_{\delta_4, \delta_4}$  的值随形变坐标  $\delta_4$  的变化. 可以看到对角项  $M_{\delta_2, \delta_2}$  和  $M_{\delta_4, \delta_4}$  的值是正的; 而交错项  $M_{\delta_2, \delta_4}$  的值是负的.

## (2) 两能级交叉处的近似处理

为了说明图 1 中惯性张量  $M_{\delta_2, \delta_2}$  在  $\delta_2 = 0.45-0.5$  之间出现峰值的现象. 我们来分析一下核温度  $T = 0$  时的简单情况. 这时粒子按费米分布(公式(12))给出:

$$\tilde{n}_j = \begin{cases} 0 & e_j > \lambda \\ 1 & e_j \leq \lambda \end{cases} \quad (28)$$

所以只有当单粒子态  $|j\rangle$  和  $|K\rangle$  分别处在费米面上和费米面下时,  $|(\tilde{n}_K - \tilde{n}_j)| = 1$ , 其他情况均为零. 这时按公式(11), 当两条  $Q$  相同,  $N$  相等或相差  $\pm 2$  的两条能级在费米面处靠得很近时, 这一对能级之间的粒子跃迁将对惯性张量给出大的贡献. 在  $\delta_2 = 0.45-$

0.5 之间  $^{236}\text{U}$  的质子单粒子能级图上, 在费米面两侧就有两对这种能级对, 其态矢量  $|Q, N, n_z, \Lambda\rangle$  分别是  $|7/2, 6, 3, 3\rangle$  和  $|7/2, 4, 0, 4\rangle$ ;  $|3/2, 5, 3, 2\rangle$  和  $|3/2, 5, 4, 1\rangle$ . 尤其是  $Q = 7/2$  这一对能级在  $\delta_2 = 0.485$  时在费米面相交 (见图 3). 在交叉点, 将使惯性张量  $M_{\delta_2 \delta_2}^0$  出现无限大的值. 这一点是非物理现象, 是由于采用的单粒子位的模型产生的不合理性. 考虑到核的变形进行得比较缓慢, 我们认为这是一种绝热过渡, 在能级交叉时并不引起粒子的跃迁, 粒子在每一变形下仍遵守费米分布. 为了消除能级交叉处由于模型带来的能级退化, 我们引入一个  $\Delta V$  来进行近似处理 (见图 4). 图中虚线代表计算得到的能级; 实线代表近似处理后的能级. 在  $Q$  相同的两能级靠得最近时仍有一个  $\Delta V$  的间隔<sup>[8]</sup>. 我们为了与粘滞张量的计算<sup>[4]</sup>中所取的能级宽度  $\Gamma$  相吻合, 暂取  $\Delta V = 0.1 \hbar \omega_0$  (0.7 MeV 左右) 进行计算. 当然  $\Delta V$  取大时, 惯性张量的峰值降得多, 其他地方变化微小.  $\Delta V$  取太大时, 将使壳效应变得模糊而只有平均效应了.

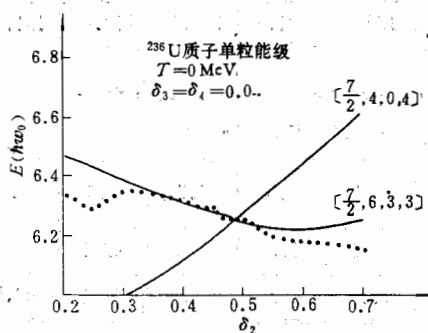


图 3

$^{236}\text{U}$  质子单粒子能级随形变参数  $\delta_2$  的变化点线为费米面

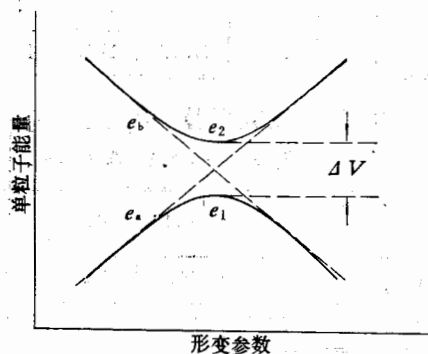


图 4

能级交叉附近单粒子能级与形变参数的关系

和文献[8]不同的是我们考虑  $^{236}\text{U}$  的  $H_s$  时, 包括了形变坐标  $\delta_2, \delta_3, \delta_4$  及修正项和惯性张量是温度有关的. 所以在各种变形下, 及不在费米面处两能级 ( $Q$  相同) 交叉都将给出非物理贡献, 所以凡在能级交叉处都需作同样的近似处理.

### (3) 高温下的液滴近似

惯性张量的温度依赖是比较强的. 计算表明, 随着核温度的升高, 被激发的粒子越来越多, 对惯性张量有贡献的能级对越来越多, 平均效应越来越大, 壳效应逐渐减弱. 分析<sup>[10]</sup>表明当  $T > \frac{1}{2} \hbar \omega_0$  (对重核约 3—4 MeV) 时, 惯性张量的壳效应和温度效应都不明显了, 这时可采用经典的液滴模型<sup>[6]</sup>来计算. 我们按不可压缩的无旋流体的惯性张量计算公式:

$$M_{\alpha\alpha}^{ir} = \frac{1}{5} \left( 1 + \frac{1}{2\alpha^3} \right) M R_0^2 \quad (29)$$

计算出相应于变形坐标  $\delta_2$  的惯性张量液滴模型值也画在图 1 中. 表示高温下惯性张量将趋近这个液滴模型值.

近  
两  
等  
能p<sub>0</sub>  
cV核  
化  
个  
级  
1.7  
存  
附  
可

来

8)

其  
面  
一

(4) 在  $T < T_c$  时惯性张量有很强的对效应

原子核结构中, 质子-质子或中子-中子结合成粒子对这一现象已为实验和理论所证实. 用公式(10)和(26)计算得到  $M_{\mu\nu}^0$  和  $M_{\mu\nu}$ , 通过比较发现在核温度  $T < T_c$  (临界温度)时, 惯性张量有很强的对效应. 对效应使核的惯性张量增大并且使惯性张量随形变坐标的变化趋于平缓(见表1). 当  $T > T_c$  时,  $M_{\mu\nu}^0$  和  $M_{\mu\nu}$  是一致的. 这表明随着核温度的升高, 对关联逐渐被破坏, 临界温度后对效应完全消失了.

表1  $^{236}\text{U}$  的惯性张量  $M_{\mu\nu}^0$  和  $M_{\mu\nu}$  随拉长形变  $\delta_2$  的变化  
 $T = 0.1\text{MeV}$ ,  $\Delta V = 0.1\hbar\omega_0$ ,  $\delta_3 = \delta_4 = 0.0$ ,  $M_{\delta_2\delta_2}$  (单位:  $\times 10^{-42} \text{ MeV} \cdot \text{sec}^2$ )

$\delta_2$	0.2	0.25	0.275	0.3	0.4	0.475	0.5	0.55	0.6	0.7
$M_{\delta_2\delta_2}^0$	43.2	35.7	26.0	14.9	22.2	110.3	70.8	18.2	15.9	31.3
$M_{\delta_2\delta_2}$	77.5	178.7	193.0	186.6	219.0	175.8	201.6	175.4	212.9	131.4

表2  $^{236}\text{U}$  的惯性张量  $M_{\delta_2\delta_2}^0$  和  $M_{\delta_2\delta_2}$  随核温度  $T$  的变化  $T_c = 0.55\text{MeV}$ ,  $\delta_2 = 0.2$ ,  
 $\delta_3 = \delta_4 = 0.0$ ,  $\Delta V = 0.1\hbar\omega_0$ ,  $M_{\delta_2\delta_2}$  (单位:  $\times 10^{-42} \text{ MeV} \cdot \text{sec}^2$ )

$T(\text{MeV})$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$M_{\delta_2\delta_2}^0$	45.4	43.2	42.6	43.3	43.8	44.1	44.0	43.7	43.1	42.5
$M_{\delta_2\delta_2}$	77.4	77.5	78.3	81.6	82.4	71.5	44.0	43.7	43.1	42.5

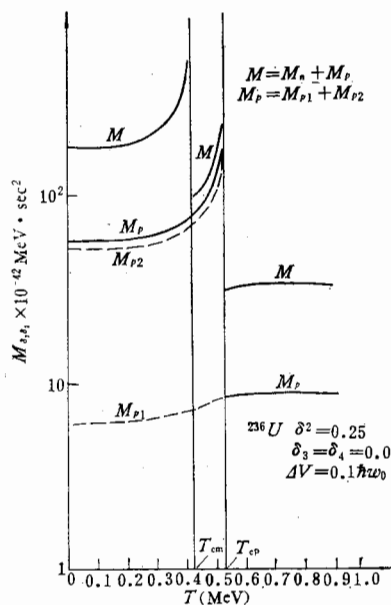


图 5(a)

$\delta_2 = 0.25$  时  $^{236}\text{U}$  核惯性张量  $M_{\delta_2\delta_2}$  随核温度  $T$  的变化

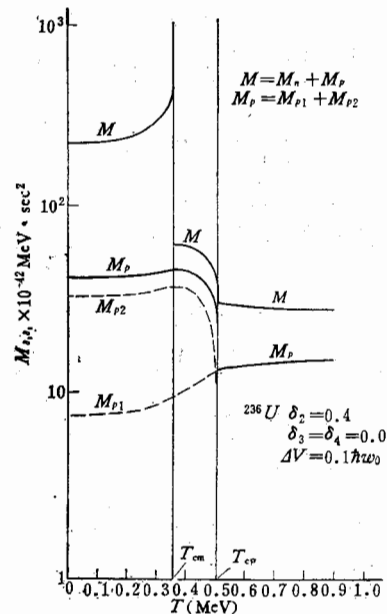


图 5(b)

$\delta_2 = 0.4$  时  $^{236}\text{U}$  核惯性张量  $M_{\delta_2\delta_2}$  随核温度  $T$  的变化



### (5) 惯性张量在 $T \rightarrow T_c$ 时的超正常相变效应

惯性张量在临界温度  $T_c$  处的超正常相变效应文献[9]中从公式上作过分析. 我们的计算说明这种情况是存在的. 需要指出的是: ①一般讲, 原子核存在两个相变温度(中子对和质子对完全消失的临界温度  $T_{cn}$  和  $T_{cp}$ ), 且  $T_{cn} < T_{cp}$ . ②当核温度  $T$  趋近  $T_c$  时(即  $\Delta \rightarrow 0$ ), 并不是公式(26)中的第二项  $M_{\mu\nu 2}$  都是越来越大, 趋向发散的, 而是在不同形变坐标下是不同的. 图 5a ( $\delta_2 = 0.25$ ) 和图 5b ( $\delta_2 = 0.4$ ) 分别画出了  $^{236}\text{U}$  惯性张量随  $T$  的变化曲线. 从图 5 中可以见到, 无论对中子系统还是质子系统, 惯性张量公式(26)中的  $M_{\mu\nu 1}$  随核温度  $T$  是连续变化的.  $M_{\mu\nu 2}$  在临界温度以下时开始比  $M_{\mu\nu 1}$  大, 当  $T$  趋近  $T_c$  时,  $M_{\mu\nu 2}$  有两种情况, 一种值越来越大(图 5a 中  $T \rightarrow T_{cp}$ ), 另一种是值迅速下降(图 5b 中  $T \rightarrow T_{cp}$ ). 从公式(26)中看出这一项变化是由在  $T \rightarrow T_c$  时,  $\partial\Delta/\partial R_p$  的变化引起的. 这可由图 6 画出的能隙参数  $\Delta_z$  随形变坐标  $\delta_2$  的变化曲线看出,  $\partial\Delta/\partial\delta_2$  在  $\delta_2 = 0.25$  和在  $\delta_2 = 0.4$  时是不同的. 惯性张量在相变点附近的行为仍然是一个值得研究的问题; 它的发散现象可能是非物理的. 需进一步研究加以解决.

## 四、讨 论

我们利用线性响应理论得到了考虑对相互作用的惯性张量微观表达式并进行了数值计算, 给出了  $^{236}\text{U}$  核的惯性张量  $M_{\mu\nu}$  的值. 计算结果指出在  $T < 1\text{MeV}$  时, 壳效应是必须考虑的; 在  $T < T_c$  时, 对效应的贡献是重要的. 但这个方法仍然是初步的, 不完善的. 有些问题, 如像在两能级交叉处  $\Delta V$  大小的选择及  $T$  趋近临界温度  $T_c$  时惯性张量的变化等等, 有待于进一步研究, 以使惯性张量的微观计算更好地反映客观内在的规律, 使裂变动力学的研究能够提供较好的惯性张量变化规律.

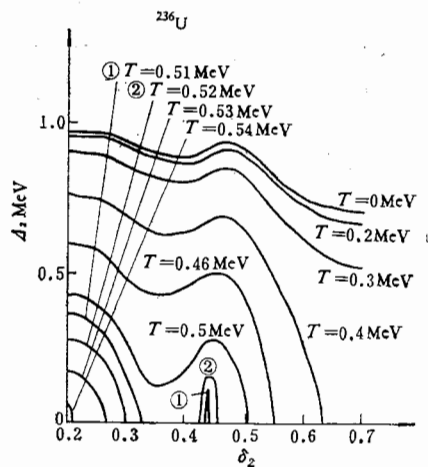


图 6

$^{236}\text{U}$  质子系统能隙参数  $\Delta_z$  在不同核温度下随形变参数  $\delta_2$  的变化曲线 ( $\delta_3 = \delta_4 = 0.0$ )

## 参 考 文 献

- [1] 冯仁发, 吴锡真等, 原子能科学技术, **6**(1981), 703.  
 [2] H. Hofmann, P. Siemens, *Nucl. Phys.*, **A257**(1976), 165.  
 [3] K. I. Sato, A. Iwamoto, K. Harada, S. Yamaji and S. Yoshida, JAERI—mamo. 7596 (1978).  
 [4] 冯仁发, 吴锡真等, 高能物理与核物理, **3**(1981), 346.  
 [5] 冯仁发等, 高能物理与核物理, 待发表.  
 [6] J. R. Nix, STUDIES IN THE LIQUID-DROP THEORY OF NUCLEAR FISSION, UCRL-11338 (1964).  
 [7] D. R. Inglis, *Phys. Rev.*, **96**(1954), 1059.  
 [8] P. Moller, J. R. Nix, *Nucl. Phys.*, **A296** (1978), 289.  
 [9] A. Iwamoto, W. Greiner, *Z. Physik*, **A292**(1979), 301.  
 [10] A. Iwamoto, J. A. Maruhn, *Z. Physik*, **A293** (1979), 315.  
 [11] L. G. Mörtto, *Nucl. Phys.*, **A185** (1972), 145.  
 [12] T. Ledergerber and H. C. PAULI, *Nucl. Phys.*, **A207**(1973), 1.  
 [13] H. Hofmann, P. J. Siemens, IAEA-SM-241/H4 (1980).

## MICROSCOPIC CALCULATION OF THE INERTIA IN HEAVY NUCLEI

FENG REN-FA WU XI-ZHEN ZHANG XI-ZHEN ZHUO YI-ZHONG

(Institute of Atomic Energy, Academia Sinica)

### ABSTRACT

A realistic calculation of the inertia for  $^{238}\text{U}$  fission based on the linear response theory is presented, in which the single particle states are provided by Nilsson model. The dependence of the nuclear inertia  $M_{\delta_i, \delta_i}$  on the collective variables  $\delta_2, \delta_4$  is studied at the range of certain nuclear temperature (0—1 MeV). The pairing effect and the shell effect on the nuclear inertia are discussed. The calculated results show a very prominent structure at level crossing points and when acrossing the critical temperature.