

质心系能量 40 GeV e^+e^- 反应中, 利用时间扩展室测定 τ 粒子寿命可达到精度的蒙特卡洛计算

朱永生

(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

到目前为止, 利用 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反应测量 τ 粒子寿命的最精确测定值是 MARK II 实验组报道的 $(3.20 \pm 0.41 \pm 0.35) \times 10^{-13}$ 秒, 其中第二、三两项分别为统计误差和系统误差. 我们的计算表明, 在与上述实验相同的束流管道壁厚、束流空间分散和积分亮度 (40 pb^{-1}) 条件下, 利用 r - ϕ 平面上位置分辨 40μ 的时间扩展室作为顶点探测器, 当质心系能量为 $\sqrt{S} = 40 \text{ GeV}$ 时, τ 寿命的统计误差可降低到 0.13×10^{-13} 秒, 估计系统误差的大小与统计误差相近.

一、引 言

τ 粒子寿命值是对弱作用的 Glashow-Weinberg-Salam 标准模型的灵敏检验. 假定 μ 子、 τ 子与带电弱流有相同的耦合强度, 且 τ 中微子质量为零, 则 τ 与 μ 的寿命有如下的简单关系:

$$\tau_\tau = (M_\mu/M_\tau)^5 \tau_\mu B_c. \quad (1)$$

式中 M 为质量, B_c 为 $\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$ 衰变道的分支比. τ_τ 的理论预期值为 $(2.8 \pm 0.2) \times 10^{-13}$ 秒, 其误差来源于 B_c 的实验测定误差: $B_c = (17.6 \pm 1.1)\%$ ^[1]. 但是一些基于不同的耦合机制的理论模型预言了不同的 τ 寿命值^[2]. 如果 τ_τ 的实验测定值与 (1) 式的预期值有大的差异, 就意味着标准模型的前述假定有不正确之处. 显然 τ 寿命的精确测定对于轻子的耦合强度、 τ 中微子质量这些基本的物理问题有很大的重要性.

在 PETRA/PEP 利用 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反应测量 τ 寿命的实验中, 已发表的测定值列于表 1, 其中 τ_τ 值的第二项为统计误差, 第三项系统误差. τ 寿命是从测量 τ 粒子衰变前的飞行距离-衰变长度的平均值推算出来的. 对于 PETRA/PEP 加速器的束流能量, 平均衰变长度约为 1mm. 表 1 中前四个实验的衰变长度测量误差为平均衰变长度的 5—10 倍,

表1 PETRA/PEP 实验中 τ 粒子寿命测量值及有关参数

实验	τ 衰变顶点数	束流管道和径迹探测器内壁厚度 (r. l.)	径迹探测器位置分辨 (μ)	衰变长度测定误差 (mm)	测定的 τ 寿命值 (10^{-13} 秒)	文献
CELLO	78	0.05	350	6	4.7 ± 1.9	4
TASSO	599		250	10	0.8 ± 2.2	5
MAC	280	0.036	200	4	$4.1 \pm 1.2 \pm 1.1$	6
MARK II	126	0.09	200	4	4.6 ± 1.9	7
*MARK II VC	156	0.006	100	0.9	$3.20 \pm 0.41 \pm 0.35$	3

* MARK II 实验安装了精密的顶点探测器之后的 τ 寿命测量值。

这自然严重地影响了测定结果的精度和可靠性。

导致 τ 粒子衰变长度测定误差的因素为： e^+e^- 束流的空间分布、径迹探测器的位置分辨和束流管壁、径迹探测器壁对 τ 粒子衰变产物的多次散射。表1所列的实验中，由于沿束流方向的束流空间分布宽，径迹探测器位置分辨差，所以都是分析衰变长度在垂直于束流方向 (z 方向) 上的投影值^[3-7]。本文中，“衰变长度”亦沿用此惯例。PETRA/PEP 束流的空间分布参数是 $\sigma_x < 1\text{mm}$, $\sigma_y < 0.1\text{mm}$ ^[3,4]，它的贡献只占衰变长度测定误差的一小部分。多次散射和探测器位置分辨对衰变长度误差的贡献是相互独立的：

$$\sigma^2 = \sigma_{M_s}^2 + \sigma_c^2 \quad \langle 2 \rangle$$

其中 σ_c 为室的位置分辨， σ_{M_s} 为多次散射导致的粒子位置偏离。如果象 MARK II 实验那样使用很薄的束流管壁，即 $L = 0.006$ 辐射长度^[3]，在 PEP/PETRA 能量下， σ_{M_s} 典型值 $\sim 35 \mu$ ，比表1所列的五个实验中的探测器位置分辨要小得多。 τ 粒子衰变顶点的测定误差 $\sim \sigma/\theta$ ， θ 为带电径迹间的夹角。由于 τ 与束流有相同的能量， θ 总是很小，因此衰变顶点的误差构成了 τ 衰变长度误差的主要部分。由以上分析可见，要提高 τ 寿命的测量精度，关键是要使用高定位精度的位置探测器。

1978 年以来，A. H. Walenta 发展了一类新的带电粒子径迹探测器-时间扩展室 TEC^[8]。在适当工作条件下它已达到下列工作参数^[9]：

垂直于阳极丝的平面上位置分辨： $\sigma_{r\phi} \lesssim 30 \mu$

该平面上的双径迹分辨： $\sigma_d = 0.2\text{mm}$

沿着阳极丝方向上的位置分辨： $\sigma_z = 2\text{mm}$ 。

所谓双径迹分辨，表示若在 $r\phi$ 平面上同一层探测面内两个着火点之间的距离小于 σ_d ，则 TEC 只产生一个信号。

小的 $\sigma_{r\phi}$ 值提供了更精确测定 τ 粒子寿命的可能性。本文在与 MARK II 实验相似条件下，利用 TEC 型径迹探测器的参数进行蒙特卡洛计算。结果表明， τ 寿命测定的统计误差和系统误差比 MARK II 的测量值小得多。

二、假设实验条件和径迹探测器参数

束流能量 $E_b = 20\text{GeV}$

e^+e^- 作用点的空间分布为三维高斯分布：

$$\sigma_x^b = 0.5 \text{ mm}$$

$$\sigma_y^b = 0.1 \text{ mm}$$

$$\sigma_z^b = 11 \text{ mm.}$$

这些数值与 PETRA/PEP 实验上已达到的值^[3,4]类似。

径迹探测器围绕着束流管道, 由 12 个扇形拼成沿着束流方向 (z 方向) 的圆柱形, 长度 50 cm, 每一扇形的 ϕ 张角相等 (30 度)。探测器共有 10 层圆柱面探测层, 沿半径方向等间距分布, 最内层半径 6cm, 最外层 15cm。探测器的参数为

$$\sigma_{r\phi} = \sigma = 40 \mu,$$

$$\sigma_d = 0.5 \text{ mm,}$$

$$\sigma_z = 5 \text{ mm.}$$

这些值比前一节中提到的已实现的 TEC 模型工作参数取得略大一些, 使得我们的计算建立在更为现实、可靠的基础上。

如同 MARK II 实验中一样, 假定束流管壁厚度为 0.6% 辐射长度, 并兼作径迹探测器内壁。半径为 4.5 cm。

假定在径迹探测器区域内没有磁场。

以这样一组实验上已经达到的现实的参数计算得到的结果应该是可以实现的。

三、 τ 粒子衰变长度的计算

τ 粒子有多个衰变道, 对于衰变所产生的带电粒子数而言

$$\tau^\pm \rightarrow \text{一个带电粒子} + \text{中性粒子} \quad \langle 3 \rangle$$

$$\rightarrow \text{三个带电粒子} + \text{中性粒子} \quad \langle 4 \rangle$$

这两个衰变道的分支比最大。因此 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事例的特征形态是 1 + 3 或 3 + 3 带电径迹形态, 即一个 τ 以方式 $\langle 4 \rangle$ 衰变, 另一个方向相反的 τ 以方式 $\langle 3 \rangle$ 或 $\langle 4 \rangle$ 衰变, 以下简称为 1 + 3 或 3 + 3 拓扑。

顶点探测器给出的信息是每个事例中探测器内的着火点数目和位置。因此我们的任务归结为: 从探测器内着火点数目和位置重建带电径迹, 从带电径迹形态和数目确定该事例是否 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事例。如果是 τ 事例, 则可由三条径迹的交点确定 τ 衰变顶点, 并根据 e^+e^- 相互作用点的位置确定 τ 粒子衰变长度, 从而推算出 τ 粒子寿命。

(1) 带电粒子径迹重建

从探测器着火点位置和数目确定带电粒子径迹这一任务称为“径迹重建”。我们用最小二乘法从 10 个着火点(每层一个)来拟合直线, 若符合下列一组条件, 则认为可能是一条实际径迹:

$$\begin{cases} \text{至少有 } N_p = 9 \text{ 个着火点满足} \\ \delta x, \delta y < 5\sigma \\ \delta z < 5\sigma_z \end{cases} \quad \langle 5.1 \rangle$$

其中 $\delta x, \delta y, \delta z$ 是着火点到该直线距离在 x, y, z 方向的投影值。拟合直线与 N_p 个着

火点位置的剩余方差用量 x^2/dof ——每个自由度的 x^2 值来表示,要求

$$x^2/dof < 4. \quad (5.2)$$

此外还要求重建出来的直线的极角 θ 必须落在有效探测范围内,即

$$|\cos\theta| < |\cos\theta_0| = L/(4R^2 + L^2)^{1/2} \quad (5.3)$$

其中 L ——径迹探测器长度

R ——最外层探测面半径.

在 PETRA/PEP 能量下, $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事例中由 τ 衰变出的三个带电粒子径迹通常十分靠近. 所以在靠近束流管道的内层探测面中, 它们的着火点也十分靠近. 由于 TEC 的双径迹分辨效应, 二个甚至三个着火点被记录为一个着火点的几率并不小. 所以在条件 (5.1) 中我们要求 $N_p = 9$ 个着火点(而不是十个着火点)满足一定的截断条件, 这相当于考虑了双径迹分辨导致的无效触发效应.

对一个事例中的所有着火点用上述方法作类似处理, 可重建出所有可能的径迹来.

(2) $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事例选择和 τ 衰变顶点的确定

在 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事例的 $1+3$ 或 $3+3$ 拓扑中, 由同一个 τ 衰变出的三条带电径迹之间的夹角很小, 而两个反向飞行的 τ 的衰变径迹之间的夹角接近 180° . 我们定义三个物理量 x 、 x_2 和 x_{33} 来表征 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事例的这种特性:

x ——同一个 τ 衰变出的三条带电径迹中, 任意两条之间的夹角,

x_2 ——产生于两个不同 τ 粒子的任意一对径迹之间的夹角,

x_{33} —— $3+3$ 拓扑中反方向飞行的两个 τ 产生的三条径迹的和矢量之间的夹角.

x 、 x_2 、 x_{33} 都定义在 xy 平面上. 模拟 20 GeV 束流能量的 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反应过程的蒙特卡罗文件给出 x 、 x_2 、 x_{33} 的分布如图 1 所示. 据此, 在我们的程序中, 满足下述一组判据的事例选为可能的 τ 事例:

$$\begin{cases} 3+1 \text{ 或 } 3+3 \text{ 拓扑; } xy \text{ 平面内,} \\ x < 0.2\pi \\ x_2 > 0.7\pi \\ x_{33} > 0.95\pi \text{ 对 } 3+3 \text{ 拓扑} \end{cases} \quad (6)$$

然后我们找出离三条径迹距离平方和最小的空间点视为“交点”, 若该点到三条径迹距离的方均根值 D 满足

$$D < D_{cut} = 2\sigma \quad (7)$$

则认为三条径迹为同一个 τ 衰变所致, 且该“交点”位置视为衰变顶点.

利用判据 (3)–(7) 进行径迹重建, 确定 τ 事例及 τ 衰变顶点的任务, 用“拟合程序”在计算机上完成. 根据 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 的反应角分布和 τ 衰变性质, 在第 (二) 节描述的实验条件和探测器参数下, 考虑束流管壁的多次散射、探测器位置分辨和双径迹分辨效应, 可以用蒙特卡罗方法产生大量 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事例在径迹探测器内各探测面上的着火点位置, 并以文件的形式将这些信息保存在计算机内. 把这份着火点位置信息的蒙特卡罗文件作为“实验数据”输入到我们的“拟合程序”中去分析, 得到拟合出来的 τ 衰变点位置, 与实际的 τ 衰变点位置比较, 就可以知道“拟合程序”的效率和 τ 衰变顶点的拟合位置

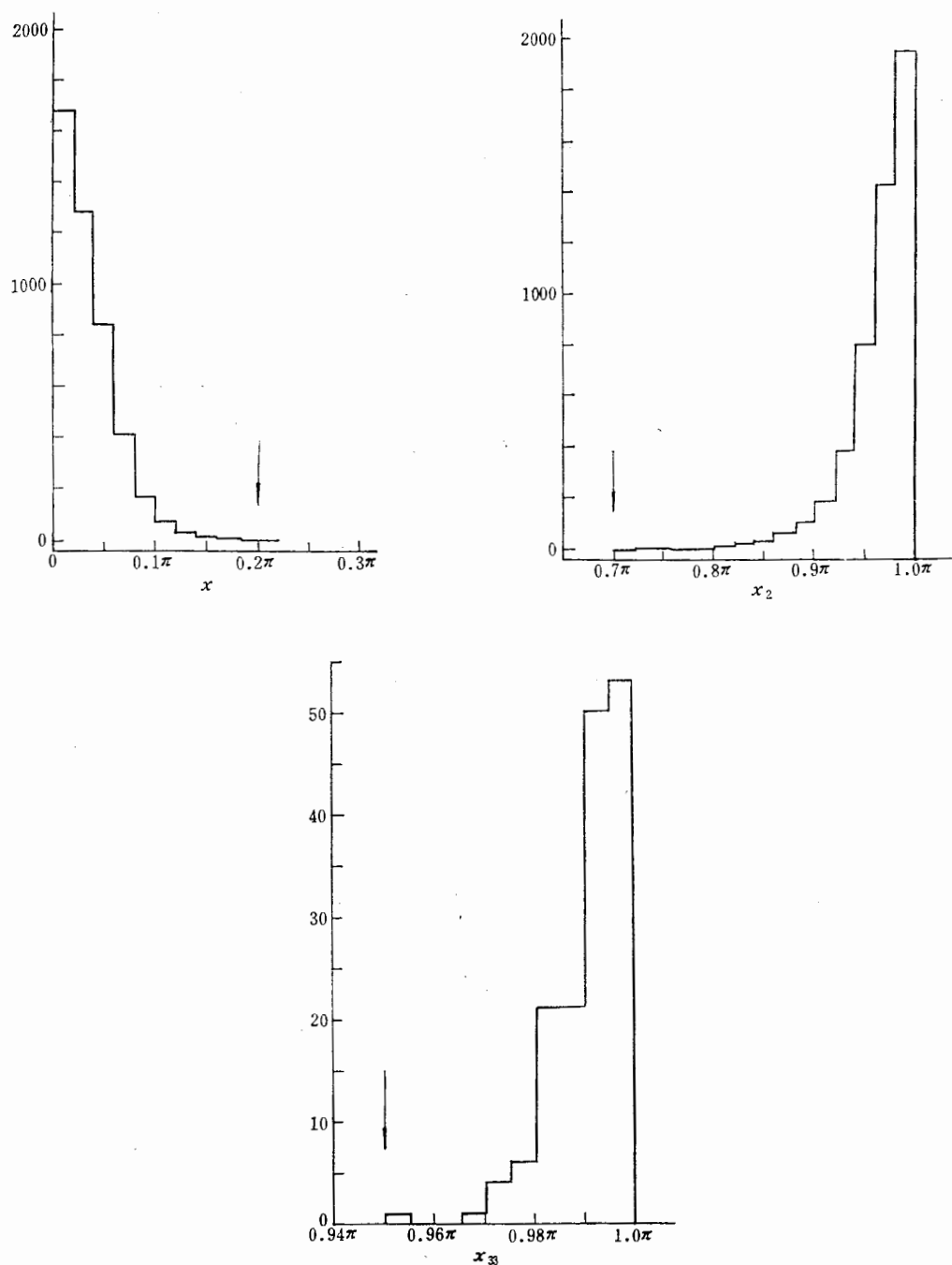
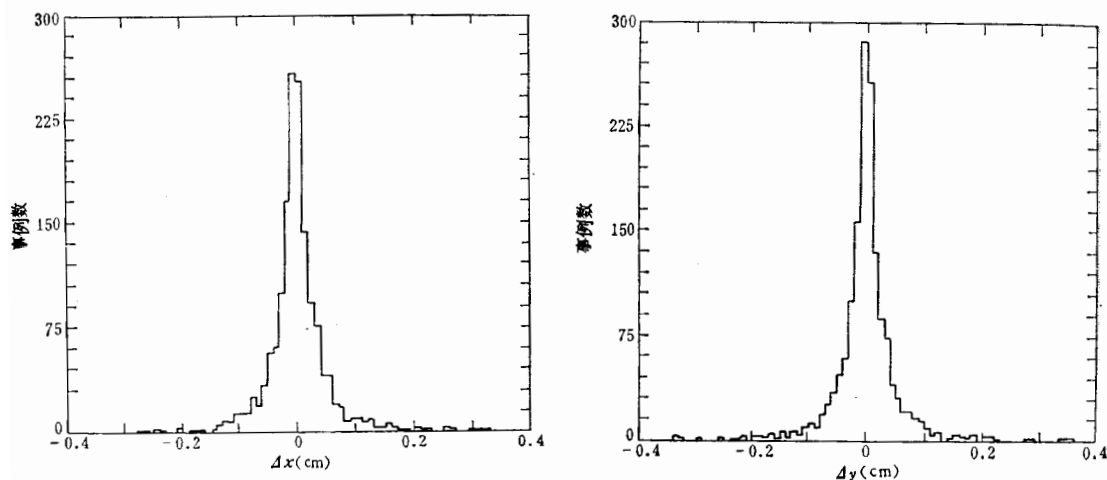


图 1 3+1 和 3+3 拓扑的 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反应事例中 x , x_2 和 x_{33} 的分布
 $E_b = 20\text{GeV}$, 积分亮度 100Pb^{-1} 带电粒子径迹都落在 $|\cos\theta| < |\cos\theta_0|$ 内
 箭头表示拟合程序中所取的切断值

的误差如图 2 所示. 衰变顶点拟合误差的方均根值 Δ 为

$$\Delta \approx (\Delta x^2 + \Delta y^2)^{1/2} = (0.44^2 + 0.42^2)^{1/2} = 0.61\text{mm}$$

(8)

图2 τ 衰变顶点位置的拟合误差

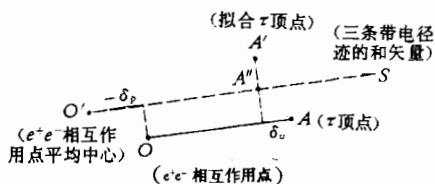
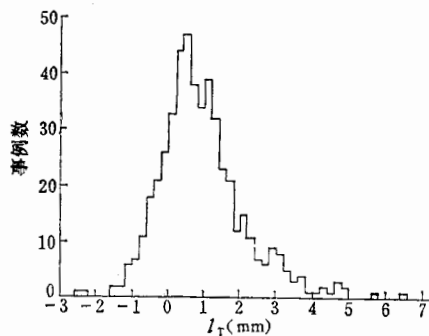
$$E_b = 20 \text{ GeV}, \int L dt = 100 \text{ Pb}^{-1}$$

对 $E_b = 20 \text{ GeV}$ 的 2500 个 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事例的分析表明, 考虑双径迹分辨效应后带电径迹落在 $|\cos\theta| < |\cos\theta_0|$ 范围内的 $3+1$ 和 $3+3$ 事例分别为 480 和 55 个. 我们的“拟合程序”分析得到的事例数分别为 474 和 55 个, 拟合出的 τ 衰变顶点数为实际个数的 $\approx 99\%$.

(3) τ 粒子衰变长度及其误差的确定

拟合出 τ 的衰变顶点位置后, 欲求 τ 的衰变长度, 须知道该事例的 e^+e^- 相互作用点位置. 但在实验中, 每个单独的 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事例的 e^+e^- 相互作用点位置是无法知道的, 我们用大量 e^+e^- 事例中的相互作用点空间位置分布的平均中心来代替, 后者可由 $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ 和 $e^+e^- \rightarrow$ 多强子事例中的径迹重建求出. 这一替代导致的衰变长度的误差将在后面讨论.

设某一 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事例中, 用前述的方法拟合出 τ 衰变顶点位置为图 3 中的 A' 所示, e^+e^- 相互作用点平均中

图3 拟合衰变长度 $O'A'$ 及其误差 $\delta = \delta_p + \delta_s$ 图4 拟合衰变长度 l_T 的分布 $f(l_T)$

$$E_b = 20 \text{ GeV}, \int L dt = 40 \text{ Pb}^{-1},$$

$$\tau_\tau = 3.2 \times 10^{-13} \text{ 秒}$$

心为 O' . 由于确定 O' 的随意性和 A' 点的拟合误差, $\overrightarrow{O'A'}$ 的方向与 τ 的实际飞行方向可能有相当大的偏离, 因而将 $O'A'$ 视为 τ 的衰变长度是不合适的. 用蒙特卡洛方法我们发现, 在 τ 粒子衰变为三条带电径迹的情况下, 这三条径迹的和矢量 \mathbf{S} 与 τ 实际飞行方向的偏离很小, 两者之间的夹角 Δx 的平均值为 1.154° , 用 \mathbf{S} 代替 τ 实际飞行方向导致的衰变长度误差 $\sim 2 \times 10^{-4}$, 可以忽略不计. 在我们的程序中, τ 衰变长度拟合值定义为 l'_τ :

$$l'_\tau = O'A' \cdot \cos(\overrightarrow{O'A'}, \mathbf{S}) = O'A'' \quad (9)$$

将 $E_b = 20 \text{ GeV}$, 积分亮度 40 Pb^{-1} 的 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事例的蒙特卡洛文件作为我们拟合程序的输入, τ 寿命取为 $\tau_\tau = 3.2 \times 10^{-13}$ 秒, 分析得到的 τ 衰变长度 l'_τ 的分布 $f(l'_\tau)$ 如图 4 所示.

现在来分析 l'_τ 的误差. 图 3 所示的 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事例中, τ 的实际衰变点为 A , e^+e^- 相互作用点为 O , 因此实际衰变长度为 $l_0 = OA$. 作为近似, 可认为和矢量 \mathbf{S} 的方向与 τ 实际飞行方向 \overrightarrow{OA} 相同. 实际 τ 衰变长度 l_0 与拟合值 l'_τ 之间的差别 δ 即为拟合衰变长度的误差:

$$\delta = l_0 - l'_\tau = \delta_p + \delta_v \quad (10)$$

若 A 和 A' 重合, 即 τ 衰变点位置拟合无误差, 则 $\delta_v = 0$; 同样若 e^+e^- 相互作用点 O 与 O' 重合, 则 $\delta_p = 0$. 可见 δ_v 是 τ 衰变点位置拟合误差对衰变长度误差的贡献, δ_p 是 e^+e^- 作用点位置误差对衰变长度误差的贡献.

显然对于大量的 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事例, δ_v , δ_p 和 δ 都是一个分布. 我们定义误差函数 $R_v(\delta_v)$ 为: 由于程序确定的 τ 顶点位置的误差, 使求得的 τ 衰变长度与实际值的差别为 δ_v 的归一概率分布. $R_p(\delta_p)$ 则对应于 e^+e^- 相互作用点的误差导致衰变长度误差为 δ_p 的归一概率分布. $R(\delta)$ 为考虑此两项因素后衰变长度误差为 δ 的归一概率分布. 对于积分亮度 40 Pb^{-1} 的情况, $R_v(\delta_v)$, $R_p(\delta_p)$ 和 $R(\delta)$ 的样式如图 5 所示 (没有归一化). 这里用 \mathbf{S} 代替 τ 实际飞行方向所产生的误差已经作了修正. δ 的平均值为 -15μ , 而其标准偏差为 35μ , 所以实际上 δ 的平均值 $\langle \delta \rangle$ 应认为是零.

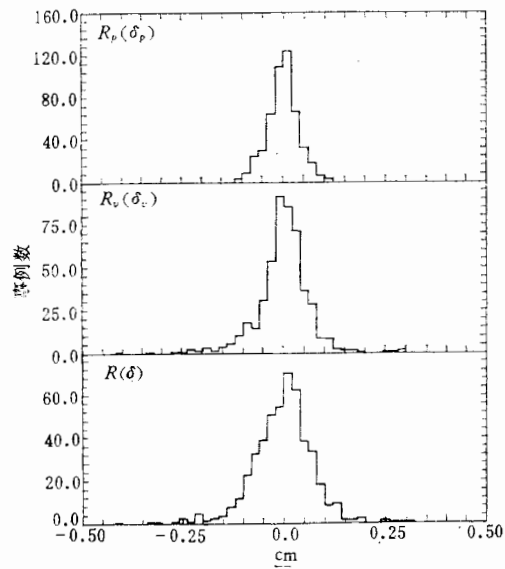


图 5 误差函数 $R(\delta)$, $R_p(\delta_p)$, $R_v(\delta_v)$.

$$E_b = 20 \text{ GeV}, \quad \int L dt = 40 \text{ Pb}^{-1}$$

四、 τ 粒子寿命及其统计误差的确定

τ 粒子寿命与平均衰变长度有一一对应的关系. 为了估计最可几的平均衰变长度,

表 2 不同 τ 粒子寿命值时,拟合的平均衰变长度 l_T 及其误差 σ_T ,
以及实际的平均衰变长度值 l_0 .

$$E_b = 20\text{GeV}, \int Ldt = 40\text{pb}^{-1}.$$

τ_τ $10^{-13} \cdot \text{s}$	l_0 mm	l_T mm	σ_T mm
2.0	0.553	0.536	0.038
2.3	0.636	0.617	0.035
2.6	0.719	0.718	0.037
2.9	0.802	0.787	0.038
3.2	0.885	0.922	0.037
3.5	0.968	0.989	0.034
3.8	1.051	1.088	0.039
4.1	1.134	1.133	0.038
4.4	1.217	1.182	0.036
4.7	1.300	1.265	0.037
5.0	1.383	1.414	0.034
5.3	1.466	1.433	0.038
5.6	1.549	1.507	0.036

对图 4 所示的衰变长度分布作极大似然估计. 测量到的衰变长度分布可认为是指数衰减函数与误差函数 $R(\delta)$ 的卷积, 这时衰减长度的极大似然估计值 l_T 为

$$l_T = \langle l'_T \rangle + \langle \delta \rangle. \quad (11)$$

而 l_T 的误差为

$$\sigma_T^2 = (\sigma_{l'_T}^2 - l_T^2)/N, \quad (12)$$

其中 $\langle l'_T \rangle$ 和 $\langle \delta \rangle$ 为 l'_T 和 δ 的平均值, $\sigma_{l'_T}^2$ 为分布 $f(l'_T)$ 的方差, N 为拟合出的 τ 顶点数.

将 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事例的蒙特卡洛文件模拟实验数据作为拟合程序的输入, 假定积分亮度 40 pb^{-1} (与 MARK II 实验中相同), 对于不同的 τ 粒子寿命, 分析得到的平均衰变长度及其对应的统计误差 l_T 和 σ_T 列于表 2 并画在图 6 中. 表 2 中亦列出了实际平均衰变长度值 l_0 以便于比较. 由表可见拟合值 l_T 与实际值 l_0 之间的差别小于或类似于估计的统计误差 σ_T . 用加权最小二乘法我们可以从“数据点”拟合出衰变长度 l_T 和 τ 粒子寿命关系的直线, 这条拟合

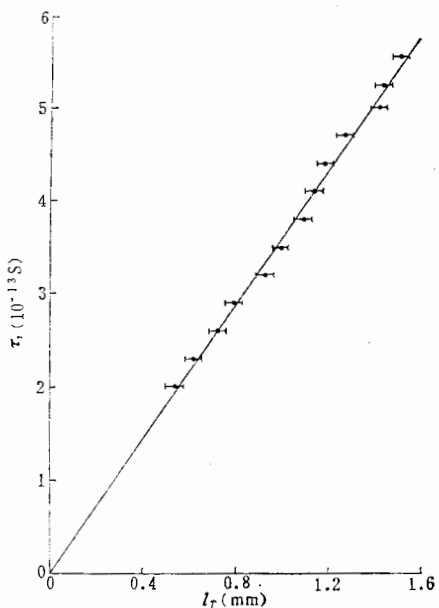


图 6 不同 τ 寿命值下拟合得到的衰变长度 l_T 及其统计误差的标绘. 直线代表 τ 寿命值与真实衰变长度 l_0 之间的关系.

$$E_b = 20\text{GeV}, \int Ldt = 40\text{pb}^{-1}$$

直线非常接近于图 6 中所示的直线, 后者是 τ 粒子寿命与实际衰变长度 l_0 之间的直线关系. 拟合得到的平均衰变长度误差的平均值 $\langle \sigma_T \rangle \approx 0.037 \text{ mm}$, 对应于 τ 粒子寿命统

参 考 文 献

- [1] C. A. Blocker et al., *Phys. Lett.*, **109B**, (1982), 119.
[2] X. LI and E. MA, *Phys. Rev. Lett.*, **47**, (1981), 1788.
D. Miller, *Phys. Rev.*, **D23**, (1981), 1158.
G. L. Kane, SLAC-PUB-2326 (1979);
D. Miller, SLAC-PUB-2713 (1981).
[3] J. Jaros SLAC-PUB-3044 (1983);
J. Jaros et al., SLAC-PUB-3164 (1983).
[4] H. J. Behrend et al., DESY 82-056 (1982).
[5] R. Brandelik et al., *Phys. Lett.*, **92B**, (1980), 199.
[6] W. T. Ford et al., SLAC-PUB-2913 (1982).
[7] G. J. Feldman et al., *Phys. Rev. Lett.*, **48**, (1982), 66.
[8] A. H. Walenta. IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-26, Nr. 1, (1979), 73.
[9] A. H. Walenta et al., Inter. Conf. on Instrumentation for Colliding Beam Physics, 1982, SLAC Stanford, California.

MONTE-CARLO CALCULATION ON ACHIEVABLE ACCURACY
OF TAU LIFETIME MEASUREMENT BY USING TEC TYPE
VERTEX CHAMBER IN e^+e^- INTERACTION AT
CENTER OF MASS ENERGY $\sqrt{S}=40$ GeV

ZHU YONG-SHENG

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

The most accurate tau lifetime measurement in e^+e^- experiments by now is reported by MARK II with the value $(3.20 \pm 0.41 \pm 0.35) \times 10^{-13}$ sec. wherein the second and the third terms are statistical and systematic errors respectively. By using TEC (Time Expansion Chamber) type vertex chamber with position resolution 40μ in r - ϕ plane at similar experimental condition ($\int L dt = 40 \text{ pb}^{-1}$), MONTE-CARLO calculation shows: at center of mass energy $\sqrt{S}=40$ GeV the statistical error of tau lifetime can be decreased to 0.13×10^{-13} sec. and the systematic error is in a comparable value.