第10卷 第2期　高能物理与核物理　Vol. 10, No. 2
1986年3月　PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS　Mar., 1986

禁闭弱作用亚夸克大统一理论

张　新　民
（新　乡　师　院）

摘　　要

本文讨论了禁闭弱作用亚夸克大统一模型。在合理的统一能标和禁闭标度条件下，利用重整化群方法得到超色规范群 $SU(n)$ 满足 $n\leqslant 3$，大统一规范群是 $SU(7)$、$SU(8)$ 和 $SO(14)$。

一、引　言

虽然大统一取得了一些成就，但仍存在着一些困难，如规范等级问题，夸克和轻子代的问题及过多的自由参数等问题[1]. 解决这些问题的一种可能的途径是大统一复合模型[2]. 在这些模型中，我们很感兴趣于禁闭弱作用亚夸克大统一模型，此模型中亚夸克所具有的基本相互作用由不破缺的规范群

$$SU_{HC}(n)\times SU_C(3)\times U_{\mathrm{e.m}}(1)$$

描述 $SU_{HC}(n)$ 是束缚亚夸克的超色规范群，它具有渐近自由性质和大距离时的禁闭性质. 夸克和轻子是 $SU_{HC}(n)$ 单态.

这类模型的基本特征如下：

1. 夸克和轻子是复合的粒子.

2. $W^{\pm}$ 和 W^3 是复合的矢量粒子，弱作用作为一种超色作用的剩余作用仅仅出现在复合态层次即夸克和轻子层次. 包括 $W^{\pm}$，W^3，夸克和轻子的低能有效弱作用具有整体的 $SU(2)$ 对称性.

3. 电磁作用破坏 $SU(2)$ 整体对称性，γ-W^3 混合形成 Z^0 粒子，其混合参数 λ（它由超色动力学决定）联系到 $\sin^2\theta_W$，满足 $\sin^2\theta_W=\frac{e}{g}\lambda$[3]. 色作用不破坏 $SU(2)$ 对称性.

本文将讨论可能的亚夸克大统一模型.

二、模 型 分 析

设大统一群由 G 表示，在统一能标 M_U，通过 Higgs 机制 G 被破缺如下：

本文 1985 年 5 月 2 日收到.

$$G \xrightarrow{M_L} SU_{HC}(n) \times SU_C(3) \times U_{e.m}(1) \tag{2.1}$$

现在利用重整化群方法[4] 讨论可能的 $SU_{HC}(n)$.

一个成功的模型将给出

$$10^{14}\text{GeV} \leqslant M_U \leqslant 10^{19}\text{GeV},\ 300\text{GeV} \leqslant \Lambda_{HC} \leqslant 10^3\text{GeV}. \tag{2.2}$$

因为当不考虑引力时，由于质子稳定性的限度要求：$10^{14}\text{GeV} \leqslant M_U \leqslant 10^{19}\text{GeV}$；同时在禁闭弱作用复合模型里，为了得到复合的矢量粒子 $W^{\pm}$ 和 Z^0 质量的合理值，禁闭标度 Λ_{HC} 不能比弱作用费米常数（$G_F^{-1/2} = 300\text{GeV}$）大很多，而且为了能够很快地得到实验的检验，人们也希望 $\Lambda_{HC} \lesssim 1\text{TeV}$，所以一般来说要求 $300\ \text{GeV} \leqslant \Lambda_{HC} \leqslant 10^3\text{GeV}$(实际上本文的结论主要依赖于 Λ_{HC} 的上限，如使 Λ_{HC} 的下限稍低于 300 GeV，结论仍不变.).

本文的讨论是基于上面二个条件 (2.2).

在单圈图近似下

$$1/\alpha_i(M_1) - 1/\alpha_i(M_2) = \frac{b_i}{4\pi}\ln\frac{M_1^2}{M_2^2} \tag{2.3}$$

其中

$$b_i = \frac{1}{3}\left[11C_2(SU(i)) - 2\sum_{\text{费米子}} T(R)\right]$$

$C_2(SU(N)) = N$，$T(R)$ 依赖于费米子的表示，它的值见[5].

我们分成二个能区（$M_U \geqslant \mu \geqslant \Lambda_{HC}$ 和 $\Lambda_{HC} \geqslant \mu$）进行计算。在 $M_U \geqslant \mu \geqslant \Lambda_{HC}$ 能区，所有的费米子是亚夸克，而在 $\mu \leqslant \Lambda_{HC}$ 能区则所有的费米子是夸克和轻子.

$$\begin{aligned}
&M_U \geqslant \mu \geqslant \Lambda_{HC}: \\
&1/\alpha_{HC}(\Lambda_{HC}) - 1/\alpha_{HC}(M_U) = \frac{b_{HC}}{4\pi}\ln\frac{\Lambda_{HC}^2}{M_U^2} \\
&1/\alpha_C(\Lambda_{HC}) - 1/\alpha_C(M_U) = \frac{b_C}{4\pi}\ln\frac{\Lambda_{HC}^2}{M_U^2} \\
&1/\alpha_{e.m}(\Lambda_{HC}) - 1/\alpha_{e.m}(M_U) = \frac{b_{e.m}}{4\pi}\ln\frac{\Lambda_{HC}^2}{M_U^2}
\end{aligned} \tag{2.4}$$

$$\begin{aligned}
&\mu \leqslant \Lambda_{HC}: \\
&1/\alpha_C(\mu) - 1/\alpha_C(\Lambda_{HC}) = \frac{b'_C}{4\pi}\ln\frac{\mu^2}{\Lambda_{HC}^2} \\
&1/\alpha_{e.m}(\mu) - 1/\alpha_{e.m}(\Lambda_{HC}) = \frac{b'_{em}}{4\pi}\ln\frac{\mu^2}{\Lambda_{HC}^2}
\end{aligned} \tag{2.5}$$

其中 b_{HC}. b_C. $b_{e.m}$ 分别对应于规范群 $SU_{HC}(n)$. $SU_C(3)$. $U_{e.m}(1)$，而且他们表达式中的 $\sum_{\text{费米子}} T(R)$ 是对亚夸克求和；b'_C. $b'_{e.m}$ 分别对应于规范群 $SU_C(3)$. $U_{e.m}(1)$，他们表达式中的 $\sum_{\text{费米子}} T(R)$ 是对夸克和轻子求和.

我们有：

$$\alpha_C^{-1}(M_U) = \alpha_{HC}^{-1}(M_U) = C_{e.m}\alpha_{e.m}^{-1}(M_U)$$

$$\alpha_{HC}(\Lambda_{HC}) = 1,\quad b_{HC} = \frac{1}{3}[11n - F_{HC}],$$

$$b_C = \frac{1}{3}[33 - F_C], \quad b'_c = \frac{1}{3}[33 - 4n_g]$$

其中 F_C 和 F_{HC} 分别是质量小于 M_U 的亚夸克对 b_C 和 b_{HC} 的贡献，n_g 是低质量复合费米子的代数.

由 α_C 和 α_{HC} 的演化得:

$$n_g = \frac{1}{4\ln\frac{\mu^2}{\Lambda_{HC}^2}}\left\{33\ln\frac{\mu^2}{\Lambda_{HC}^2} + 12\pi\left(1 - \frac{1}{\alpha_C(\mu)}\right) + \ln\frac{\Lambda_{HC}^2}{M_U^2}[33 - 11n + (F_{HC} - F_C)]\right\} \tag{2.6}$$

由实验知 $n_g \geqslant 3$，所以，

$$\frac{1}{4\ln\frac{\mu^2}{\Lambda_{HC}^2}}\left\{33\ln\frac{\mu^2}{\Lambda_{HC}^2} + 12\pi\left(1 - \frac{1}{\alpha_C(\mu)}\right) + \ln\frac{\Lambda_{HC}^2}{M_U^2}[33 - 11n + (F_{HC} - F_C)]\right\} \geqslant 3 \tag{2.7}$$

在条件 (2.2) 下，上不等式说明了超色群 $SU_{HC}(n)$ 对 F_{HC}-F_C 的依赖.

基于复合模型的基本思想，假设没有重质量的亚夸克是合理的，所以我们认为 $F_{HC} = F_C$.

取 $\alpha_C(0.1\text{GeV}) = 1$ 并且考虑条件(2.2)，我们得到不等式 $n \leqslant 3.40 \sim 3.70$，取其整数解为 $n \leqslant 3$. 由此我们得到 $SU_{HC}(n)$ 只能是 $SU(3)$ 和 $SU(2)$.

然而，当所有的亚夸克都是费米子时，由 $SU_{HC}(2)$ 形成的束缚态不可能是费米子，所以如果选 $SU(2)$ 作为超色群时，必有一部分的亚夸克是玻色子. 但是如果我们选择 $SU(2) \times SU(2)$ 作为超色群，这样费米型亚夸克可以形成费米型的复合粒子. 例如有三类亚夸克其在 $SU(2) \times SU(2)$ 的表示分别为: $F(\cdot,\square)$，$P(\square,\cdot)$，$T(\square,\square)$. 这样，FPT 形成的超色单态是费米子. 下面我们将清楚地看到 $SU(2) \times SU(2)$ 自然地被包括在大统一群中.

现在我们讨论可能的大统一群 G 及其表示.

由前知超色群 $SU_{HC}(n)$ 满足 $n \leqslant 3$，但是由于实验的限制 $\Lambda_{HC} \gg \Lambda_C$，我们知道在条件 $F_{HC} = F_C$ 下，简单的破缺过程 (2.1) 是不可能的，所以必须采取新的破缺步骤:

$$\begin{aligned} G &\xrightarrow{M_U} SU(M) \times SU_C(3) \times U(1) \\ &\xrightarrow{\Lambda_M} SU_{HC}(n) \times SU_C(3) \times U_{\text{e.m}}(1) \end{aligned} \tag{2.8}$$

这里，$M > 3, n \leqslant 3$.

假设不存在超重的亚夸克，计算表明: 在条件 $M_U \geqslant \Lambda_M \geqslant \Lambda_{HC}$ 和条件 (2.2) 下，$M \geqslant 4$，所以可能的大统一群是 $SU(n)(n \geqslant 7)$ 和 $SO(4m + 2)(m \geqslant 3)$.

例如: 最小的大统一群 $SU(7)$ 的破缺机制为:

$$\begin{aligned} SU(7) &\to SU(4) \times SU_C(3) \times U(1) \\ &\to G_m \times SU_C(3) \times U_{\text{e.m}}(1) \end{aligned} \tag{2.9}$$

其中 $G_m = SU(3)$ 或 $SU(2) \times SU(2)$，$G_m \subset SU(4)$.

亚夸克在 G 中的表示满足以下条件:

1. 其表示是反常相消的复表示；

2. 超色力具有渐近自由性质；

3. G 中亚夸克的表示没有重复的不可约表示.

这个条件要求亚夸克没有代的存在. 如果存在由于重复表示形成的整体对称性，则将遇到不希望的无质的 Goldstone 玻色子.

考虑这些条件，我们讨论大统一群 $SU(n)(N \geqslant 7)$ 和 $SO(4m+2)(m \geqslant 3)$.

1. $SU(n)$ $(N \geqslant 7)$

当模型基于 $SU(3)$ 作为超色力时，仅有二个表示满足上面的所有条件.

$SU(7)$: $7 \oplus 21^* \oplus 35$

$SU(8)$: $8 \oplus 28 \oplus 56^*$

当选 $SU(2) \times SU(2)$ 作为超色群时，仅一个表示满足上面所有的条件.

$SU(7)$: $7 \oplus 21^* \oplus 35$

2. $SO(4m+2)$[6]$(m \geqslant 3)$

无论超色群是 $SU(3)$ 还是 $SU(2) \times SU(2)$，仅有 $SO(14)$ 群的旋量表示满足上面所有的条件.

感谢杜东生教授、薛晓舟教授的有益讨论；感谢鲁公儒、万陵德老师的有益讨论.

参　考　文　献

[1] P. Langacker, *Phys. Rep.*, **72**(1981), 185.
[2] Kuang Y-P and S.-H. H. Tye, *Phys. Rev.*, **D26**(1982), 1718; D. Gonzales, *Phys. Lett.*, **129B**(1983), 213.
[3] P. Chen and J. J. Sakurai, *Phys. Lett.*, **110B**(1982), 481.
[4] H. Georgi, H. Quinn and S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.*, 33(1974), 451; J. E. Kim, *Phys. Rev.*, D22(1980), 1753.
[5] N. P. Chang, A. Das, and J. Perez-Mercador, *Phys. Rev.*, **D22**(1980), 1414.
[6] R. Slansky, *Phys. Rep.*, **79(1981), 1.**

THE THEORY OF GRAND UNIFICATION OF PREON WITH CONFINING WEAK INTERACTION

Chang Xin-min
(Xinxiang Teacher's College)

Abstracts

This paper deals with the models of grand unification of preon with confining weak interaction. Under the conditions of appropriate mass scales of unification and confinement, it is found that the hypercolor gauge group is $SU(n)$ $(n \leqslant 3)$ and satisfactory gauge groups of unification are $SU(7)$, $SU(8)$ and $SO(14)$ by using the renormalization group method.