

快报

在较弱耦合下用 Monte Carlo 方法计算 胶球质量的另一种途径*

董绍静 应和平

(浙江大学, 杭州)

摘 要

本文提出了通过改换格点作用量来实现在较弱耦合下计算胶球质量的一种途径. 采用 EXP 作用量在 $\beta = 4.4$ 处用 Monte Carlo 方法计算了 $SU(2)$ 格点规范理论的胶球质量. 初步的结果是 $m(0^+) \approx (1.38 \pm 0.26) \text{ GeV}$, $m(2^+) \lesssim (1.39 \pm 0.41) \text{ GeV}$, 且 $m(2^+)/m(0^+) \sim 1.0$ 甚至更小些. 为便于比较, 计算是在 $4^3 \times 8$ 格点上完成的.

对仅由规范场组成的强子——胶球的预言也许是非微扰格点量子色动力学最重要的成果之一. 近几年来发表了很多出色的关于胶球质量谱的数值计算的预言. 但迄今为止, 实验的搜索仍未给出胶球存在的确证, 理论的研究也还存在一些问题, 迫切要求在更弱的耦合下作计算以检验一些重要结果^[5,9].

关于胶球质量谱的 Monte Carlo 计算的基本步骤是这样的^[1,2]. 先用格点规范理论的链变量构造一个规范不变的, 零动量的, 具有确定的自旋, 宇称和电荷共轭数 J^{CP} 的胶球波函数 ϕ . 然后用 Monte Carlo 模拟(或其它方法)计算该波函数在时间方向的相关函数 $\Gamma(t)$. 在欧氏空间中的演化矩阵是 $\exp(-Ht)$. 所以, 对一个禁闭的理论我们有

$$\begin{aligned} \Gamma(t) &= \langle \phi(t)\phi(0) \rangle - \langle \phi(0) \rangle^2 \\ &= \sum_n |\langle E_n | \phi(0) | 0 \rangle|^2 \exp(-E_n t) - \langle \phi(0) \rangle^2 \\ &\xrightarrow{t \rightarrow \infty} |\langle E_0 | \phi(0) | 0 \rangle|^2 \exp(-E_0 t). \end{aligned} \quad (1)$$

于是, 对于零动量波函数可得胶球质量 M 为

$$M = \frac{1}{a} \ln \left(\frac{\Gamma_{(n-1)a}}{\Gamma_{na}} \right), \quad (2)$$

这里 a 是 t 方向上的格点间隔. 然后, 人们采用重整化群的两圈微扰结果把格点上人为的量纲参数 a 转换成物理的标度参数

* 中国高等院校科学技术基金资助的课题
本文 1987 年 6 月 24 日收到.

$$a^2 = \frac{1}{A^2} (b_0 g^2)^{-b_1/b_0^2} \exp\left(-\frac{1}{b_0 g^2}\right), \quad (3)$$

其中

$$b_0 = \frac{11}{3} \frac{N}{16\pi^2}; \quad b_1 = \frac{34N^2}{3(16\pi^2)^2}. \quad (4)$$

最近的 Monte Carlo 重整化群的研究结果表明,存在对(3)的偏差,格点理论趋向于连续极限远不是很平滑的^[3]. 有必要在更弱的耦合区进行计算^[9]. 此外,关于 2^{++} 胶球质量的争议^[5,8]也要求有更弱耦合下的计算. 然而,因为(2)式所显示的相关函数之比,以及胶球波函数向最低能态的投影值都随着耦合常数 g^2 的减小而很快地下降,被噪声所淹没^[5]. 故较弱耦合下的计算遇到了极大的困难^[4]. 正如 M. Teper 在文献[5]中所说,现在的胶球计算方法随着 β 的增大很快就失效了,对 $\beta > 6$ (指 $SU(3)$, $\beta = 6/g^2$) 区域内的计算目前基本上是不可能的^[5].

本文的目的就是提出解决这一问题的另一种途径. Monte Carlo 计算总是在过渡区附近能获得较高的信噪比,而过渡区的位置并不是一个普适量^[3]. 这意味着我们可以通过改变格点规范理论的作用量来移动 Monte Carlo 模拟的“观察窗口”. 不需要增加很多额外的计算机时间,就能够在更弱的耦合区域内计算胶球质量. 本文以国内早已提出并研究过的单元格非线性函数型作用量^[6]为例来做一个尝试性计算. 我们取

$$S = \sum_p \left\{ 1 - \exp \left[\frac{1}{N} \text{ReTr} U_p - 1 \right] \right\}, \quad (5)$$

格点规范的路径积分成为

$$Z = \int \Pi dU \exp\{-\beta S\}, \quad (6)$$

其中 $\beta = 2N/g^2$. 由比热峰标记的过渡区对于 $SU(2)$ 规范 $\beta \approx 4.1$, 对于 $SU(3)$ 规范 $\beta \approx 8.8$, 都远大于 Wilson 作用量的相应值. 我们已算得 $SU(2)$ 规范的 Λ -参数为

$$\Lambda = (1.02 \pm 0.05) \times 10^{-4} \sqrt{\sigma}. \quad (7)$$

解除禁闭的相变温度是^[6]

$$T_c = (201 \pm 28) \text{MeV}, \quad (8)$$

这与 Wilson 作用量的相应结果一致.

本文用 Monte Carlo 变分方法来计算胶球质量. 我们采用与文献[1]相同的 Wilson 圈来构造具有确定的 J^{CP} 值的胶球波函数,见图1. 并在同样大小的周期性边界的 $4^3 \times 8$ 格点上对 $SU(2)$ 规范群进行计算. 对 $SU(2)$ 而言,电荷共轭数 $C \equiv +1$. 我们计算 $\Gamma_{na}/\Gamma_{(n-1)a}$ 直到 $n=3$, 并取 $\beta=4.4$. 对于 $J^P=0^+$ 和 2^+ 的胶球计算结果见表1. 我们用2000次迭代来使格点达到平衡组态,然后用20000次迭代来求相关函数的平均值. 表中 Γ_{3a}/Γ_{2a} 则是由后16000个迭代得到的. 我们估算了此时的格点间隔 a 大约是文献[1]中 Wilson 作用量在 $\beta=2.3$ 时的0.6倍. 为使(1)式的渐近程度达到与文献[1]差不多,有必要使用 Γ_{3a}/Γ_{2a} . 当然,这样一来统计涨落就大多了,有限边界效应也有不同了^[9]. 图2表示了这种涨落情况. 我们用 (B, C, H) 三种圈的线性组合来执行变分过程,得到 0^+ 胶球的质量为

$$m(0^+) \approx (1.38 \pm 0.26) \text{GeV}. \quad (9)$$

表 1 $P=0, J^P=0^+, 2^+$ 的胶球在 $4^3 \times 8$ 格点上的相关函数值

	$0^+\Gamma_a/\Gamma_0$	$0^+\Gamma_{2a}/\Gamma_a$	$0^+\Gamma_{3a}/\Gamma_{2a}$	$2^+\Gamma_a/\Gamma_0$	$2^+\Gamma_{2a}/\Gamma_a$	$2^+\Gamma_{3a}/\Gamma_{2a}$
A	0.119	0.135	—	0.032	0.080	—
B	0.137	0.168	0.361	0.047	0.161	0.394
C	0.136	0.178	0.311	0.055	0.187	0.244
D	0.102	0.153	—	0.025	0.022	—
E	0.110	0.144	—	0.029	0.128	—
F	0.116	0.142	—	0.026	0.129	—
G	0.115	0.150	—	0.025	0.013	—
H	0.145	0.165	0.392	0.025	0.168	—

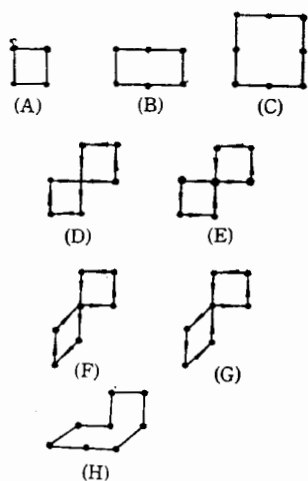
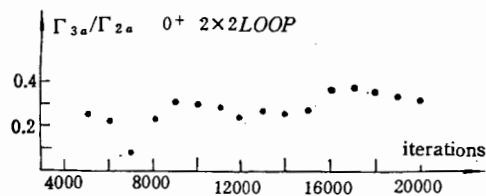


图 1 构造各种胶球波函数的圈

图 2 $0^+\Gamma_{3a}/\Gamma_{2a}$ 随迭代数变化的情况

2^+ 胶球未获足够多的数据来作变分处理, 仅由 (B) 圈得到其上限为

$$m(2^+) \leq (1.39 \pm 0.41) \text{ GeV}. \quad (10)$$

十分有意思的是, 我们看到

$$m(2^+)/m(0^+) \sim 1.0. \quad (11)$$

考虑到 $m(2^+)$ 未作变分处理, 此值可能更小些. 这与 B. Berg 等对较弱耦合做的预言一致, 而与大量较强耦合下数值计算的结果不同^[1,5,8].

我们的计算使我们相信, 我们确实找到了在较弱耦合下进行胶球质量的 Monte Carlo 计算的另一种途径. 可以期望, 采用更精确的计算方法, 考虑各种修正效应后^[9], 按此途径能获得较弱耦合下胶球相关函数的更精细的图象和更精确的数据, 尤其是 $m(2^+)/m(0^+)$ 值.

感谢李文铸教授和我们作的有益的讨论.

参 考 文 献

- [1] K. Ishikawa, G. Schierholz and M. Teper, *Z. Phys.*, **C19**(1983), 327.
 K. Ishikawa, M. Teper and G. Schierholz, *Phys. Lett.*, **B110**(1982), 399.
 [2] M. Greutz, L. Jacobs and C. Rebbi, *Phys. Rep.*, **95**(1983), 201; J. Hock, *Phys. Lett.*, **B174**(1984), 339;

- B. Berg and A. Billoire *Phys. Lett.*, **B166**(1986), 203; B. Berg, A. Billoire and C. Vohlwinkel, *Phys. Rev. Lett.*, **57**(1986), 400.
- [3] S. R. Das and J. B. Kogut, *Phys. Lett.*, **B179**(1986), 130.
- [4] Ph. De. Focrand, G. Schierholz, H. Schneider and M. Teper, *Phys. Lett.*, **B152**(1985), 107.
- [5] M. Teper *Phys. Lett.*, **B183**(1987), 345.
- [6] Li Wei-zhu, Dong Shao-jing, *Acta Phys. Sin.*, **33**(1984), 1459.
(in Chinese, trans. by Chinese J. Phys.); Dong Shaojing, *Chinese Phys. Lett.*, **2**(1985), 489.
- [7] He-ping Ying and Shao-jing Dong, Zhejiang University preprint, ZUP-TH-8741.
- [8] M. Lüscher and G. Münster, *Nucl. Phys.*, **B232**(1984), 445; H. Kamenzki and B. Berg, *Phys. Rev.*, **D33**(1986), 596.
- [9] R. Gupta, lecture on The Glueball Mass Calculations, Symposium/Workshop Lattice Gauge Theory Using Parallel Processors (Beijing, China, May 21-June 2, 1987).

AN ALTERNATIVE WAY OF CALCULATING GLUEBALL MASSES AT WEAKER COUPLING

DONG SHAOJING YING HEPING

(Zhejiang University, Hangzhou)

ABSTRACT

An alternative way through changing lattice action to calculate glueball masses at weaker coupling is proposed. Using EXP action we calculate glueball masses in $SU(2)$ lattice gauge theory on a $4^3 \times 8$ lattice at $\beta=4.4$. The preliminary upper bounds are obtained $m(0^+) \approx (1.38 \pm 0.26)$ GeV, $m(2^+) \lesssim (1.39 \pm 0.41)$ GeV, the ratio $m(2^+)/m(0^+)$ is near 1.0 or a little small.

得到玻带方上对6和