第13卷 第8期 高能物理与核物理 Vol. 13, No. 8
1989年8月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Aug., 1989

π 介子单电荷交换对无中微子双 β 衰变的贡献

吴慧芳
(中国科学院高能物理研究所，北京)

宋宏秋
(中国科学院上海原子核研究所)

摘　　要

本文计算了 π 介子单电荷交换机制对传递重中微子的 $0\nu\beta\beta$ 衰变振幅的贡献，并与以前的 π 介子双电荷交换机制下的计算结果进行了比较，我们发现：对此衰变有重要贡献的 π 介子自由度只是 π 介子双电荷交换机制.

由于核的无中微子双 β 衰变（$0\nu\beta\beta$）将揭示自然界中轻子数不守恒规律，对 $0\nu\beta\beta$ 衰变的研究引起了人们极大的兴趣. 这就促使人们从实验上去测定其衰变几率；并从理论上探讨如何精确地计算其衰变几率以便与实验比较. 而 $0\nu\beta\beta$ 衰变几率的计算取决于两部分：核的跃迁矩阵元和发生 $0\nu\beta\beta$ 衰变的机制.

产生 $0\nu\beta\beta$ 衰变的传统机制是双核子机制[1]，即发生在二个核子之间的二级弱衰变过程(见图1). 然而我们知道在原子核中 π 介子自由度是很重要的，它可能参与 $0\nu\beta\beta$ 衰变，例如 Vergedos[2] 首先指出两核子间的虚 π 介子双电荷交换（见图2）对传递重中微子的 $0\nu\beta\beta$ 衰变给出附加的重要贡献. 具体计算结果表明[2,3]：相对于双核子机制来讲，π 介子（引入了双极点形式的形状因子）双电荷交换机制对传递重中微子的 $0\nu\beta\beta$ 衰变振幅的贡献约为 20%. 因而人们很自然地要问，既然 π 介子双电荷交换机制的贡献不可忽略，那么由 π 介子自由度引起的其他机制的贡献是否也要考虑呢？

本文考虑 π 介子单电荷交换机制（见图3）对传递重中微子的 $0\nu\beta\beta$ 衰变的影响.

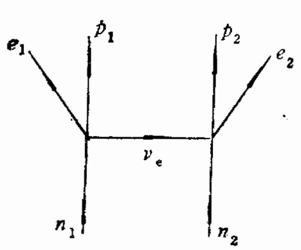

图1　$0\nu\beta\beta$ 衰变的双核子机制

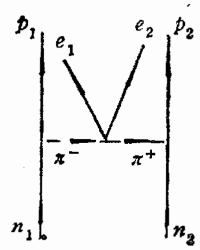

图2　$0\nu\beta\beta$ 衰变的 π 介子双电荷交换机制

* 国家自然科学基金资助项目.
本文1988年6月28日收到.

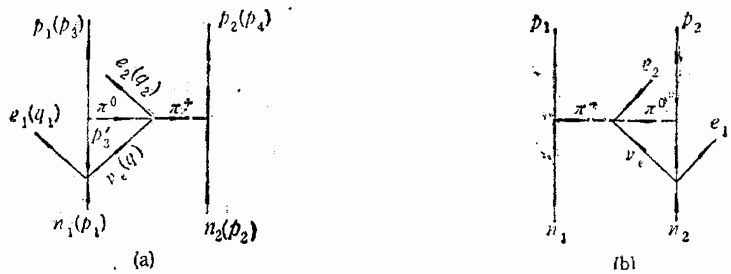

图 3　$0\nu\beta\beta$ 衰变的 π 介子单电荷交换机制

直观地看，相对于 π 介子双电荷交换机制而言，π 介子单电荷交换机制也是应该考虑的[4]。

显然，π 介子单电荷交换机制是由下列三个顶角构成，即

$$n \to p + e^- + \bar{\nu}_e, \tag{1}$$

$$\bar{\nu}_e + \pi^0 \to \pi^+ + e^- \quad (\text{如果 } \nu_e = \bar{\nu}_e), \tag{2}$$

$$\pi^+ + n \to p. \tag{3}$$

第一个顶角是通常的中子 β 衰变过程，第二个顶角是 π 介子的一级弱作用顶角，第三个顶角是强相互作用顶角．下面分别讨论它们．

相应于第一个顶角的弱哈密顿量为

$$\frac{G}{\sqrt{2}} \sum_i \int J_{\mu i}(\boldsymbol{x}) L_\mu(\boldsymbol{x}) d^3x, \tag{4}$$

其中 $L_\mu(\boldsymbol{x}) = \bar{e}\gamma_\mu(1+\gamma_5)\nu_e$ 是轻子流，$J_{\mu_i}(\boldsymbol{x})$ 是第 i 个核子 N_i 的核子流

$$J_{\mu_i}(\boldsymbol{x}) = \bar{N}_i \gamma_\mu (F_V + F_A \gamma_5) \tau_+ N_i, \tag{5}$$

$F_V = 1$，$F_A = 1.25$．

相应于第三个顶角的强相互作用赝标形式为

$$i\sqrt{4\pi}\, \frac{2m_p}{m_\pi} f_{\pi NN} \bar{N} \gamma_5 \tau_+ N \varphi_\pi, \tag{6}$$

其中 $f_{\pi NN}$ 是 πNN 顶角耦合常数，$f_{\pi NN}^2 = 0.08$．

图　4

(a)　π 介子一级弱作用顶角

(b)　在弱电统一规范理论中的 π 介子一级弱作用顶角

下面所需仔细分析的是 π 介子一级弱作用顶角(见图 4(a))，在弱电统一规范理论中它等价于图 4(b)．对于 $\pi\pi w$ 顶角，按照文献[2]中的考虑，引入双极点形状因子 $F(k^2)=$

$1\Big/\left(1+\frac{k^2}{m_A^2}\right)^2$，其中 m_A 是截断参量，我们取 $m_A=0.9\mathrm{GeV}$。相应于图 4(b) 的顶角函数为

$$F(k^2)\sqrt{2}\,g_w k_{\nu'}\,\frac{\delta_{\nu'\nu}+k_{\nu'}k_\nu/m_w^2}{k^2+m_w^2}\,g_w L_\nu, \tag{7}$$

其中 $g_w^2/m_w^2=G/\sqrt{2}$，m_w 是中间玻色子质量，在低动量转移下图 4(b) 就等价于图 4(a)，式(7)也化简为

$$iGF(q^2)q_\nu[\bar{e}(q_2)\gamma_\nu(1+\gamma_5)c\bar{\bar{\nu}}_e(q)], \tag{8}$$

其中已忽略了外部电子动量，而 c 是电荷共轭算符。

综合以上三个顶角，对图 3(a) 可获得动量表象中 π 介子单电荷交换机制所贡献的 T 矩阵元为

$$\begin{aligned}T=iG^2\iint&\frac{d^4P_3'}{(2\pi)^4}\cdot\frac{d^4q}{(2\pi)^4}\left[\sqrt{4\pi}\,\frac{2m_p}{m_\pi}f_{\pi NN}\bar{N}(P_3)\gamma_5\tau_+\dot{N}(P_3')\right]\\&\cdot\left[\sqrt{4\pi}\,\frac{2m_p}{m_\pi}f_{\pi NN}\bar{N}(P_4)\gamma_5\tau_+N(P_2)\right][\dot{\bar{N}}(P_3')\gamma_\mu(F_V+F_A\gamma_5)\\&\cdot\tau_+N(P_1)\cdot\bar{e}(q_1)\gamma_\mu(1+\gamma_5)\ddot{\nu}_e(q)]F(q^2)q_\nu[\bar{e}(q_2)\gamma_\nu(1+\gamma_5)\\&\cdot c\ddot{\bar{\nu}}_e(q)]\cdot\frac{1}{(P_3'-P_3)^2+m_\pi^2}\cdot\frac{1}{(P_4-P_2)^2+m_\pi^2}\\&\cdot(2\pi)^4\delta^4(P_1-P_3'-q_1-q)\cdot(2\pi)^4\delta^4(P_3'-P_3+q-q_2-P_4+P_2).\end{aligned} \tag{9}$$

我们这里讨论的中间中微子是重中微子，其质量 m_ν 很大，在忽略外部动量的情况下，式(9)化简为

$$\begin{aligned}T=&-(2\pi)^4\delta^4(P_1+P_2-P_3-P_4-q_1-q_2)\\&\cdot 32\pi G^2\eta\frac{m_p}{m_\pi^2}f_{\pi NN}^2[\bar{N}(P_3)\gamma_5 I_\nu\gamma_\mu(F_V+F_A\gamma_5)\tau_+N(P_1)]\\&\cdot[\bar{N}(P_4)\gamma_5\tau_+N(P_2)]\frac{1}{(P_4-P_2)^2+m_\pi^2}[\bar{e}(q_1)\gamma_\mu\gamma_\nu(1-\gamma_5)c\bar{e}(q_2)],\end{aligned} \tag{10}$$

其中 $\eta=\beta^2m_p/m_\nu$，β 是不同类中微子之间的混合参量，I_ν 是圈积分

$$\begin{aligned}I_\nu&\equiv\int\frac{d^4q}{(2\pi)^4}\,m_A^4\,\frac{-q_\nu q_\lambda\gamma_\lambda+im_pq_\nu}{(q^2+m_A^2)^2(q^2+m_p^2)}\cdot\frac{1}{q^2+m_\pi^2}\\&\cong\frac{-im_A^2}{128\pi^2}\gamma_\nu.\end{aligned} \tag{11}$$

注意到

$$T=i(2\pi)^4\delta^4(P_1+P_2-P_3-P_4-q_1-q_2)m, \tag{12}$$

其中 m 是衰变振幅。做非相对论近似及富里叶变换，并考虑到两个电子的置换，以及图 3 中(a)和(b)的贡献，可得到在 π 介子单电荷交换机制下 $0^+\longrightarrow0^+$ 的 $0\nu\beta\beta$ 衰变的振幅

$$M_\pi^s=4m=D\eta\langle\psi_f|x_\pi^s|\psi_i\rangle\bar{e}(q_1)(1-\gamma_5)c\bar{e}(q_2), \tag{13}$$

其中 ψ_i 和 ψ_f 分别是原子核的初态和末态波函数，而

$$D=\frac{G^2F_A^2m_e}{2\pi R_0}, \tag{14}$$

$$X_\pi^s = \alpha_\pi^s \frac{m_p}{m_e} \Omega_\pi^s. \tag{15}$$

在式(15)中

$$\Omega_\pi^s = \sum_{i>j} \frac{R_0}{r_{ij}} e^{-m_\pi r_{ij}} \left\{ \boldsymbol{\sigma}(i) \cdot \boldsymbol{\sigma}(j) + S_{ij}\left(1 + \frac{3}{m_\pi r_{ij}} + \frac{3}{(m_\pi r_{ij})^2}\right)\right\} \cdot \tau_+(i)\tau_+(j), \tag{16}$$

$$\alpha_\pi^s = \frac{1}{6\pi}\left(\frac{m_A}{m_p}\right)^2 \frac{f_{\pi NN}^2}{F_A^2} F_V, \tag{17}$$

其中 R_0 是原子核半径，$R_0 = r_0 A^{1/3}$；而 S_{ij} 是张量力算符，$S_{ij} \equiv 3(\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \hat{\boldsymbol{r}}_{ij})(\boldsymbol{\sigma}_j \cdot \hat{\boldsymbol{r}}_{ij}) - \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j$，$\hat{\boldsymbol{r}}_{ij} \equiv \boldsymbol{r}_{ij}/|\boldsymbol{r}_{ij}|$.

从衰变振幅 M_π^s，可以很容易得到衰变几率 λ，当考虑到出射电子的库仑修正时，几率 λ 为

$$\lambda = BA^{-2/3}\eta^2 |F^{PR}(z)|^2 \cdot 2f(T_0)|\langle \phi_f | x_\pi^s | \phi_i \rangle|^2, \tag{18}$$

其中 $F^{PR}(z)$ 是电荷为 Ze 的终态核对电子的非相对论库仑修正因子

$$F^{PR}(Z) = \frac{2\pi\alpha Z}{1 - \exp(-2\pi\alpha Z)}, \tag{19}$$

α 是精细结构常数，以及

$$B = \frac{G^4 F_A^4 m_e^7}{(2\pi)^5 \gamma_0^2}, \tag{20}$$

$$f(T_0) = \frac{T_0^5}{15} + \frac{2T_0^4}{3} + \frac{8T_0^3}{3} + 4T_0^2 + 2T_0, \tag{21}$$

这里 $T_0 = \frac{1}{m_e}(E_i - E_f - 2m_e)$ 是以电子质量为单位的出射轻子的总动能.

用文献[5]中所给出的 ^{48}Ca$(0^+; g \cdot s \cdot)$ 及 ^{48}Ti$(0^+; g \cdot s \cdot)$ 的壳模型波函数，我们计算了在 π 介子单电荷交换机制下的核的跃迁矩阵元

$$\langle \phi_f | x_\pi^s | \phi_i \rangle = -0.39. \tag{22}$$

以前我们曾给出了在 π 介子双电荷交换机制下的 $0\nu\beta\beta$ 衰变振幅[3]

$$M_\pi^D = D\eta \langle \phi_f | x_\pi^D | \phi_i \rangle \bar{e}(q_1)(1 - \gamma_5) c \bar{\bar{e}}(q_2). \tag{23}$$

在文献[3]中，计算了

$$\langle \phi_f | x_\pi^D | \phi_i \rangle = 8.9, \tag{24}$$

因此，很容易得到比率 R_{SD}

$$R_{SD} \equiv \left| \frac{M_\pi^s}{M_\pi^D} \right| = \left| \frac{\langle \phi_f | x_\pi^s | \phi_i \rangle}{\langle \phi_f | x_\pi^D | \phi_i \rangle} \right| = 4.4\%. \tag{25}$$

可见相对于 π 介子双电荷交换机制而言，π 介子单电荷交换机制对 $0\nu\beta\beta$ 衰变振幅的贡献是很小的，可不必考虑. 因此在传递重中微子的 $0\nu\beta\beta$ 衰变中有重要贡献的 π 介子自由度只是 π 介子双电荷交换机制.

参 考 文 献

[1] A. Halprin, P. Minkowski, H. Primakoff and S. F. Rosen, *Phys. Rev.*, **D13**(1976), 2567.
[2] J. D. Vergados, Phys. Rev., **D25**(1982) 914; *Nucl. Phys.* **B218**(1983), 109.
[3] Wu Hui-fang, *Chinese Phys. Lett.*, **2**(1985), 505.
[4] M. Doi, T. Kotani and E. Takasugi; *Progress of Theor. Phys. Supplement* **83**(1985), 1.
[5] H. F. Wu, H. Q. Song, T. T. S. Kuo, W. K. Cheng and D. Strotman, *Phys. Lett.*, **162B**(1985), 227.

PION-SINGLE-CHARGE-EXCHANGE CONTRIBUTION TO NEUTRINOLESS DOUBLE BETA DECAY

Wu Huifang

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing)

Song Hongqiu

(Institute of Nuclear Research, Academia Sinica, Shanghai)

Abstract

In this paper we calculate the contribution to the amplitude of $0\nu\beta\beta$ decay, which is mediated by the heavy neutrino, from the mechanism of pion-single-charge-exchange and compare it with the contribution from the mechanism of the pion-double-charge-exchange. We find that the substantial contribution of the pion degree of freedom to $0\nu\beta\beta$ decay in nuclei is only from the mechanism of the pion-double-charge-exchange.