第 17 卷 第 7 期
1993 年 7 月

高能物理与核物理
HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS

Vol. 17, No. 7
July, 1993

# 不同特点的禁闭位和高组态混合效应对 N、Δ 能谱的影响*

董宇兵　余友文
（中国科学院高能物理研究所，北京　100039）

**摘　要**

本文讨论了具有色屏蔽效应的禁闭位、高组态的混合，选用具有不同宽度参数 $b$ 的基以及禁闭位中的矢量耦合成份等效应对 N、Δ 能谱的影响．结果表明这些效应将从不同角度改进理论与实验的符合程度，从而给出 N、Δ 体系较好的描述．

## 一、引　言

在用夸克势模型来描述重子谱的研究中，虽然已取得了很大的成功，但也存在着一些问题．例如，从重子谱的实验数据中可以看到，其第一轨道激发态 $[70, 1^-]_1$ 和第一径向激发态 $[56, 0^+]_2$ 的能量是靠得很近的．人们采用了多种唯象的禁闭位，如线性位[1]、谐振子位[2]、对数位[3]、幂次方位[4]、线性位和谐振子组合的禁闭位[5]来解释重子谱，在这些计算中都存在着这样或那样的问题，并且，理论的结果也不能很好地解释重子谱．

近年来，从 QCD 理论对禁闭位的研究取得了一些进展．例如，通过胶子凝聚的考虑[6]，在理论上可以对禁闭位给出一个描述．又如，E. Laermann 等人[7]在格点规范计算中考虑了费米子圈图的贡献后，发现在夸克之间距离 $r$ 较大时的位势比线性位势明显地低．这一结果表现了夸克海所提供的色屏蔽效应．当价夸克之间的距离较大时，夸克海与夸克之间的相互作用明显增强，并压低了价夸克之间的色禁蔽作用．从量子力学的计算中知道，这一特性将使重子谱中高激发能级的能量降低，从而有利于解释在重子谱中 $N=2$ 的某些能级与 $N=1$ 能级的能量很靠近的问题．

正如文献［7］和［8］所指出的那样，指数型和误差函数型（具体形式将在下节中给出）的禁闭位具有色屏蔽效应的特点，即在 $r$ 小的区域内表现为近于线性的形式，而在 $r$ 大的时候趋向于一个常数．文献［8］在 $N\leqslant 2$ 的组态空间中初步计算了色屏蔽效应对 N、Δ 能谱的作用．本文的目的是分析各种效应对 N、Δ 能谱的影响．第一，通过比较不同形式的禁闭位的计算结果以及与参数的变化关系，进一步考察具有色屏蔽效应特性的

* 国家自然科学基金资助．

本文 1992 年 4 月 1 日收到．

禁闭位对 N、Δ 能谱理论值的作用．第二、分析高组态对 N、Δ 能谱的影响．以前的计算只是在同一个大壳或只考虑了 $N\leqslant 3$ 组态空间混合下完成的．在这里我们选取了所有 $N\leqslant 4$ 组态空间的混合，以考察高组态对重子谱的影响．第三，从多胶子过程和海夸克效应中我们知道，禁闭势除了标量耦合项外，还应有矢量耦合项．矢量耦合项的考虑已被 S. Deaghuria[9]在解释 $\pi$-$\rho$ 劈裂以及 $c\bar{c}$ 和 $b\bar{b}$ 的 $^1P'_1$ 能级与 $^3P_{\mathrm{cog}}$ 能级差而讨论过．在本工作中我们也讨论了禁闭位矢量耦合效应对 N、Δ 能谱的影响．

## 二、计算和讨论

在组份夸克模型中，重子由三个夸克构成．对 u、d 夸克体系，系统的哈密顿量可写为

$$H=H_0+V+V^{\mathrm{hyp}} \tag{2.1}$$

$$H_0=\sum_{i=1}^{3}\frac{\boldsymbol{p}_i^2}{2m}+\sum_{i<j}\frac{1}{6}m\omega^2r_{ij}^2-T_G+B_0+3m. \tag{2.1a}$$

$$V=\sum_{i<j}\left(v_{ij}^{\mathrm{Conf}}-\frac{1}{6}m\omega^2r_{ij}^2+\frac{1}{4}\alpha_s\lambda_i\cdot\lambda_j\frac{1}{r_{ij}}\right). \tag{2.1b}$$

$$V^{\mathrm{hyp}}=\sum_{i<j}\frac{1}{4}\alpha_s\lambda_i\cdot\lambda_j\Big[-\frac{2\pi}{3m^2}\delta^3(\boldsymbol{r}_{ij})\boldsymbol{\sigma}_i\boldsymbol{\sigma}_j-\frac{3}{4m^2r_{ij}^3}\Big[\frac{\boldsymbol{\sigma}_i\boldsymbol{r}_{ij}\boldsymbol{\sigma}_j\boldsymbol{r}_{ij}}{r_{ij}^2}-\frac{1}{3}\boldsymbol{\sigma}_i\cdot\boldsymbol{\sigma}_j\Big]\Big]. \tag{2.1c}$$

其中 $B_0$ 为零点能量，$m$ 为夸克质量，$T_G$ 是质心动能，$V^{\mathrm{hyp}}$代表 Fermi-Breit 公式中精细结构的部分，如很多计算中那样，在此只考虑色磁力和张量力，$V^{\mathrm{Conf}}$为色禁闭势，一般可写为

$$V^{\mathrm{Conf}}=V_S^{\mathrm{Conf}}+\eta V_V^{\mathrm{conf}}, \tag{2.2}$$

其中 $V_S^{\mathrm{Conf}}$ 为自旋无关项，$V_V^{\mathrm{Conf}}$ 是由矢量耦合提供的自旋相关项，$\eta$ 为参数．当 $\eta=0$ 时，就是通常所选用的禁闭位．在本文中，我们将 $V^{\mathrm{Conf}}$ 选取了两种包含色屏蔽效应的指数位和误差函数位以及三种不含色屏蔽效应的对数位、线性位和谐振子位．其具体形式为

$$V_{ij}^{\mathrm{Conf}(1)}(\boldsymbol{r}_{ij})=-\lambda_i\cdot\lambda_ja_1(1-\mathrm{e}^{-\mu_1r_{ij}}). \tag{2.3a}$$

$$V_{ij}^{\mathrm{Conf}(2)}(\boldsymbol{r}_{ij})=-\lambda_i\cdot\lambda_ja_2\mathrm{erf}(\mu_2r_{ij}). \tag{2.3b}$$

$$V_{ij}^{\mathrm{Conf}(3)}(\boldsymbol{r}_{ij})=-\lambda_i\cdot\lambda_ja_3\ln(\mu_3r_{ij}). \tag{2.3c}$$

$$V_{ij}^{\mathrm{Conf}(4)}(\boldsymbol{r}_{ij})=-\lambda_i\cdot\lambda_ja_4r_{ij}. \tag{2.3d}$$

$$V_{ij}^{\mathrm{Conf}(5)}(\boldsymbol{r}_{ij})=-\lambda_i\cdot\lambda_ja_5r_{ij}^2. \tag{2.3e}$$

从（2. 1）式到（2. 3e）中的参数将由一定的物理条件来确定．

当只考虑 u、d 夸克体系时，其内部坐标可选为

$$\boldsymbol{\rho}=\frac{1}{\sqrt{2}}(\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2),\qquad \boldsymbol{\lambda}=\frac{1}{\sqrt{6}}(\boldsymbol{r}_1+\boldsymbol{r}_2-2\boldsymbol{r}_3). \tag{2.4}$$

则

$$H_0=3m+B_0+\frac{1}{2m}(\boldsymbol{p}_\rho^2+\boldsymbol{p}_\lambda^2)+\frac{1}{2}m\omega^2(\boldsymbol{\rho}^2+\boldsymbol{\lambda}^2). \tag{2.5}$$

在此定义波函数的宽度参数 $b$，其与 $m$、$\omega$ 的关系是

$$b = \frac{1}{\sqrt{m\omega}}. \tag{2.6}$$

将 $H_0$ 的本征态记为 $\Phi^\alpha(\rho, \lambda; b)$，其中 $\alpha = N, l$，分别为谐振子的能量和角动量量子数．因此，重子空间部分的内部波函数 $\psi(\rho, \lambda)$ 可用 $H_0$ 的本征态作展开

$$\psi(\rho,\lambda) = \sum_\alpha C_\alpha \Phi^\alpha(\rho,\lambda;b). \tag{2.7}$$

由 $\psi$ 所满足的 Schrödinger 方程，在一定的组态空间中经过对角化则可求得重子谱．

关于谐振子波函数 $\Phi^\alpha(\rho,\lambda;b)$ 的表达式在 G. Karl 以及 M. Böhm 等的工作中[10]已分别给出．但是要注意由 G. Karl 等的工作中所给出的不同壳的具有相同对称性和角动量量子数的波函数有些是不正交的．我们选 用的是一组具有一定对称群对称性的正交归一的谐振子基．

在具体的计算中，我们要求夸克质量 $m$ 以及波函数宽度参数 $b$ 在一定的合理范围内，并且要求满足下列物理条件

$$M_\Delta - M_N = 0.292\ \mathrm{GeV}, \tag{2.8a}$$

$$E_{[56,0^+]_1} = 1.085\ \mathrm{GeV}, \tag{2.8b}$$

$$E_{[70,1^-]_1} - E_{[56,0^+]_1} \simeq 0.5\ \mathrm{GeV}, \tag{2.8c}$$

$$\frac{\partial}{\partial b} E_{[56,0^+]_1} = 0 \tag{2.8d}$$

来确定其它参数．其中 $[\Sigma, L^P]_n$ 表示轨道角动量为 $L$，宇称是 P，自旋和味的联合空间 $SU(6)_{SF}$ 的对称性是 $\Sigma$ 的状态，$n$ 代表该状态按能量顺序出现的次数．

为了考察各种效应的影响，我们先做一个简单的分析．先取 $\eta = 0$，表 1 是 $M = 0.3\mathrm{GeV}$，宽度参数 $b = 0.5\mathrm{fm}$ 时，由 (2.8) 所定出的参数．表 2 是在不考虑组态混合时，由这组参数所求得的 $E_{[56,0^+]_1}$，$E_{[70,1^-]_1}$ 和 $E_{[56,0^+]_2}$ 值．

**表 1　五种禁闭位的参数**

| | 指数位 | 误差函数位 | 对数位 | 线性位 | 谐振子位 |
|---|---|---|---|---|---|
| $m$(GeV) | 0.3 | 0.3 | 0.3 | 0.3 | 0.3 |
| $b$(fm) | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 |
| $\alpha_s$ | 0.807 | 0.807 | 0.807 | 0.807 | 0.807 |
| $a_i$ | 0.389GeV | 0.318GeV | 0.131GeV | 0.164GeV/fm | 0.0871GeV/fm$^2$ |
| $\mu_i$(fm$^{-1}$) | 1.26 | 0.897 | 2.0 | 0 | 0 |
| $B_0$(GeV) | −1.054 | −0.831 | −0.899 | −0.228 | −0.295 |

**表 2　纯态计算下的能级(GeV)**

| | 指数位 | 误差函数位 | 对数位 | 线性位 | 谐振子位 |
|---|---|---|---|---|---|
| $E_{[56,0^+]_1}$ | 1.085 | 1.085 | 1.085 | 1.085 | 1.085 |
| $E_{[70,1^-]_1}$ | 1.602 | 1.602 | 1.602 | 1.602 | 1.602 |
| $E_{[56,0^+]_2}$ | 1.818 | 1.806 | 1.838 | 1.906 | 1.993 |

此外，我们还计算了当 $b$ 值改变时参数对谱值的影响．当 $b$ 值增大时，由于条件 (2.8) 的约束，$m$ 值将变小，其它参数也将改变，但谱值的定性结果不变．总的看来，与

线性位和谐振子位相比，色屏蔽效应的考虑将使纯组态的 $E_{[56,0^+]_2}$ 值下降约 100—200MeV，并且误差函数的禁闭位把该态的能量压低得最多．因此在下面我们仅给出由表 1 中参数的误差函数禁闭位的计算结果，并讨论其它一些效应对重子谱的影响．

为了察看高组态效应对重子谱的影响，在表 3 中分别给出了组态空间取为 $N\leqslant 3$ 和 $N\leqslant 4$ 的计算结果．从表 3 中可以看到 $N\leqslant 4$ 空间的计算对重子谱将会有明显地改进．在计算中还发现含色屏蔽效应的位势的组态混合效应要比不含色屏蔽效应位势的组态混合效应更大一些．

**表 3. 组态空间分别取为 $N\leqslant 3$ 和 $N\leqslant 4$ 时，计算结果的比较[*]**

| | 误差函数位 | | |
|---|---|---|---|
| | $N\leqslant 3$ | $N\leqslant 4$ | $SR$(fm) |
| $E_{[56,0^+]_1}$(GeV) | 1.085 | 1.085 | 0.544 |
| $E_{[70,1^-]_1}$(GeV) | 1.531 | 1.571 | 0.658 |
| $E_{[56,0^+]_2}$(GeV) | 1.769 | 1.720 | 0.722 |

[*] 表中能级的计算值是由选择参数 $B_0$，使得 $E_{[56,0^+]_1}$ 为 1.085GeV 而得到的．$SR$ 代表了考虑 $N\leqslant 4$ 组态空间混杂而求得的该能级的均方根半径．

上面的计算只用了稳定条件（2.8d），不同的 $[\Sigma,L^P]_n$ 的 $b$ 值均相同，因而其它的能级不处于稳定的状态．为了在有限的空间中选取更合理的基进行展开，我们对不同的 $[\Sigma,L^P]_n$ 态分别对 $b$ 变分由稳定条件定出 $b$ 值．因而对不同的基其 $b$ 值是不同的，各个 $\Phi^\alpha(\rho,\lambda,b_\alpha)$ 也不再彼此正交了，经过一定的线性组合，我们仍能得到一组正交、归一的基．表 4 是这组基在 $N\leqslant 4$ 组态空间中对重子谱的计算结果，与表 3 中 $N\leqslant 4$ 的计算值的比较，可知基选得合理，将会使理论值有明显的改进，使 $E_{[56,0^+]_2}$ 更接近实验值．

**表 4　组态空间为 $N\leqslant 4$，两组不同基计算结果的比较．**

| | 各组态 $b$ 值均相同 | 各组态 $b$ 值不同 |
|---|---|---|
| $E_{[56,0^+]_1}$ (GeV) | 1.085 | 1.085 |
| $E_{[70,1^-]_1}$ (GeV) | 1.571 | 1.568 |
| $E_{[56,0^+]_2}$ (GeV) | 1.720 | 1.665 |

**表 5　N、Δ 能谱的理论值与实验值[11]比较．**

| $J^P$ | 标量势(GeV) | 含矢量成分势(GeV) | 实验值(GeV) |
|---|---|---|---|
| $N\frac{1}{2}^+$ | 0.936 | 0.936 | 0.938 |
| | 1.496 | 1.460 | 1.400÷1.480 |
| | 1.736 | 1.723 | 1.680÷1.740 |
| | 1.958 | 1.997 | — |
| | 2.017 | 2.028 | — |
| $N\frac{3}{2}^+$ | 1.777 | 1.769 | 1.690÷1.800 |
| | 1.893 | 1.948 | — |
| | 1.947 | 1.946 | — |
| | 1.974 | 2.013 | — |
| | 2.026 | 2.037 | — |
| $N\frac{5}{2}^+$ | 1.724 | 1.716 | 1.670÷1.690 |
| | 1.943 | 1.944 | 1.880÷2.175 |

**续表 5**

| $J^P$ | 标量势(GeV) | 含矢量成分势(GeV) | 实验值(GeV) |
|---|---|---|---|
| | 1.986 | 2.025 | $N$(2.000) |
| $N\frac{7}{2}+$ | 1.951 | 1.982 | 1.950÷2.050 |
| $N\frac{1}{2}-$ | 1.572 | 1.558 | 1.520÷1.560 |
| | 1.608 | 1.662 | 1.620÷1.680 |
| | 2.089 | 2.109 | $N$(2.090) |
| $N\frac{3}{2}-$ | 1.520 | 1.506 | 1.510÷1.530 |
| | 1.672 | 1.724 | 1.670÷1.730 |
| | 2.037 | 2.021 | $N$(2.080) |
| $N\frac{5}{2}-$ | 1.630 | 1.684 | 1.660÷1.690 |
| | 2.178 | 2.212 | 1.900÷2.230 |
| $N\frac{7}{2}-$ | 2.193 | 2.192 | 2.120÷2.250 |
| $N\frac{9}{2}-$ | 2.233 | 2.274 | 2.100÷2.270 |
| $\Delta\frac{1}{2}+$ | 1.907 | 1.941 | 1.850÷1.950 |
| | 1.923 | 1.955 | — |
| $\Delta\frac{3}{2}+$ | 1.206 | 1.230 | 1.230÷1.240 |
| | 1.774 | 1.850 | 1.500÷1.900 |
| | 1.856 | 1.904 | 1.860÷2.160 |
| | 1.978 | 1.999 | — |
| $\Delta\frac{5}{2}+$ | 1.933 | 1.969 | 1.890÷1.920 |
| | 1.975 | 2.009 | $\Delta$(2.000) |
| $\Delta\frac{7}{2}+$ | 1.924 | 1.994 | 1.910÷1.960 |
| | 2.387 | 2.418 | $\Delta$(2.390) |
| $\Delta\frac{9}{2}+$ | 2.341 | 2.360 | $\Delta$(2.300) |
| $\Delta\frac{1}{2}-$ | 1.652 | 1.623 | 1.600÷1.650 |
| | 1.989 | 2.002 | 1.850÷2.010 |
| $\Delta\frac{3}{2}-$ | 1.653 | 1.689 | 1.630÷1.740 |
| | 1.988 | 2.001 | $\Delta$(1.940) |
| $\Delta\frac{5}{2}-$ | 1.925 | 1.928 | 1.890÷1.960 |
| | 2.341 | 2.366 | $\Delta$(2.350) |
| $\Delta\frac{7}{2}-$ | 2.341 | 2.387 | $\Delta$(2.200) |
| $\Delta\frac{9}{2}-$ | 2.386 | 2.412 | $\Delta$(2.400) |

对 N、Δ 体系的能谱的计算结果由表 5 给出（其中只列出了能量小于 2.5GeV 的谱

值）. 其中第二列是考虑了色屏蔽效应、高组态的混杂以及新展开基的选用这些因素后，并在（2.2）式中令 $\eta=0$ 时所得到的结果. 与实验值[11]（第四列）相比，理论值与实验值大致相符. 特别是 $N_{\frac{1}{2}^+}(1480)$, $N_{\frac{1}{2}^-}(1520)$, $N_{\frac{5}{2}^-}(1660)$ 这些能级在本计算中得到了较大的改进. 但是也可看到，只考虑由 $V^{\rm hyp}$ 所给出的精细劈裂尚不能完全解释 $N_{\frac{1}{2}^+}$，$N_{\frac{1}{2}^-}$，和 $N_{\frac{5}{2}^-}$ 这些较低的能级. 与 D. Gromes 的观点相一致，这是由于精细劈裂中自旋-自旋相互作用不够强之故[12]. 类似于 S. Deaghuria 等人在计算重介子谱所考虑的那样，在这里也假设禁闭位中还含有一定的矢量耦合成分. 已知由矢量耦合引起的自旋-自旋相互作用和张量力分别为

$$V_{ij}^{SiSj}=\eta\sum_{i<j}\frac{\boldsymbol{\sigma}_i\cdot\boldsymbol{\sigma}_j}{6m_im_j}\nabla^2V_{ij}^{\rm Conf}. \tag{2.9a}$$

$$V_{ij}^{T}=\eta\sum_{i<j}\frac{1}{4m_im_j}\left(\frac{1}{r_{ij}}\frac{\rm d}{{\rm d}r_{ij}}V_{ij}^{\rm Conf}-\frac{{\rm d}^2}{{\rm d}r_{ij}^2}V_{ij}^{\rm Conf}\right)\$_{ij}. \tag{2.9b}$$

$$\$_{ij}=\frac{1}{r_{ij}^2}\boldsymbol{\sigma}_i\cdot\boldsymbol{r}_{ij}\boldsymbol{\sigma}_j\cdot\boldsymbol{r}_{ij}-\frac{1}{3}\boldsymbol{\sigma}_i\cdot\boldsymbol{\sigma}_j. \tag{2.9c}$$

在（2.9）中将 $V_{ij}^{\rm Conf}$ 选为误差函数禁闭位. $\eta$ 值如文献［9］那样，也取为 $\eta=0.2$. 考虑了（2.9）式后，N、Δ 能谱的计算值列于表 5 中第三列. 可见矢量耦合项的考虑对 $N_{\frac{1}{2}^+}(936)$ 的理论值相同. 可见，矢量耦合项的考虑对 $N_{\frac{1}{2}^-}(1520)$, $\Delta_{\frac{3}{2}^+}(1232)$, $N_{\frac{5}{2}^-}(1660)$ 等能级又可进一步改进理论与实验的符合程度.

从上述的分析可知，色屏蔽效应，高组态混合，改进展开基的宽度参数以及矢量耦合禁闭位的考虑将从不同角度改进理论与实验符合的程度，从而得到了较好的 N、Δ 理论值. 我们认为一个认真的理论计算是应该顾虑到这些效应的.

最后需要指出，从上面的重子谱计算中，可以看到改进禁闭位势，包括考虑色屏蔽效应及矢量耦合效应，对于改进重子谱的理论结果起了明显的作用. 因而，十分有必要用改进的禁闭势进一步研究 N-N 相互作用. 尤其是色屏蔽效应，它将有可能解决不合理的长程色 Van der Waals 力的问题.

作者谨向张宗烨，何祚庥及庆承瑞三位教授有益的讨论表示感谢.

## 参 考 文 献


[1] E. Eichten et al., *Phys. Rev.*, **D21** (1980), 203.

[2] A. N. Mitra et al., *Z. Phys.*, **C1** (1981), 33.

[3] D. Gromes, *Nucl. Phys.*, **B130** (1972), 82.

[4] S. Ono et al., *Phys. Lett.*, **B118** (1982), 419.

[5] C. Kalman et al., *Nuovo Cimento*, **A102** (1982), 835.

[6] W. Lucha, F. F. Schrobel and D. Gromes, *Phys. Rept.*, **200** (1991), 124.

[7] E. Learmann et al., *Phys. Lett.*, **B173** (1986), 437.

[8] 杨桦、邓卫真和张宗烨，"高能物理与核物理"，**16** (1992)，241.

[9] S. Deaghuria et al., *J. Phys.*, **G16** (1990), 1825.

[10] G. Karl et al., *Nucl. Phys.*, **B8** (1968), 609.
M. Bohm, *Z. Phys.*, **C3** (1981), 321.
K. C. Bowler et al., *Phys. Rev.*, **D24** (1981), 197.

[11] Particles Data Group, *Phys. Lett.*, **B204** (1988), 1.

[12] D. Gromes et al., *Z. Phys.*, **C3** (1981), 43.


# The Effects of Different Kinds of Confinements and Configuration Space on N, Δ Spectra


DONG YUBING　YU YOUWEN

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing* 100039)



ABSTRACT

In this paper, the confinement potential with colour screening effect as well as the mixing of configuration space, the basis functions with different size parameter $b$ and the vector coupling component of confining potential have been considered to study the N, Δ spectra. The results show that these effects can improve theoretical calculations and give a more reasonable and better description for N, Δ systems.