第 19 卷 第 4 期　　高能物理与核物理　　Vol. 19, No. 4
1995 年 4 月　　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　　Apr., 1995

正则形式的 $SU(N)$ 规范理论的约束关联动力学*

(II) 规范理论的约束条件

王顺金　　　郭华
(兰州大学现代物理系　兰州　730000)　(北京大学物理系　北京　100871)

1994-01-20 收稿

摘　要

用 Dirac 理论分析 $SU(N)$ 规范理论的约束及量子化问题. 用代数动力学观点处理规范不变性、高斯定律与 Ward 恒等式. 并运用关联动力学中的守恒定律思想,把与剩余规范不变性相联系的高斯定律和 Ward 恒等式转化成守恒定律与初值问题.

关键词　规范约束条件,代数动力学,高斯定律, Ward 恒等式.

1 引　言

在一些基本的物理理论中,特别是规范理论,诸如广义相对论、量子电动力学以及非阿贝尔的 Yang-Mill 理论,其拉氏函数常表现出奇异性[1-3]. 拉氏函数的这种奇异性,隐含着动力系统具有某种对称性以及与此有关的非物理自由度的存在. 对规范理论而言,拉氏函数的奇异性正体现理论规范不变性以及与此相联系的非物理的规范自由度. 为了消除系统的非物理自由度,必须在运动学变量之间建立约束,这使得物理系统的动力学理论成为约束动力学。这些强加在动力学系统上的约束,给理论的量子化带来新的问题与困难.

Dirac 提供了一套系统地处理约束问题的方法[4-6]. 根据约束函数之间的 Poisson 括号的性质,可把约束分成两类:第一类约束定义为,在约束成立的子空间内,它与其他所有约束的 Poisson 括号全为零;而不满足这个条件的约束为第二类约束. 由于拉氏函数的奇异性,人们不能直接从拉格朗日力学变换成哈密顿力学[7]. 在对这样的系统进行正则量子化时,必须按 Dirac 程序,建立广义的哈密顿力学,把约束纳入哈密顿量和运动方程之中,从而确定系统的独立的自由度. 对于第一类约束,需直接把 Poisson 括号

* 国家自然科学基金、教委博士点基金和核工业科学基金资助.

换成 $-i$ 乘以对易子；对于第二类约束，则需先用 Dirac 括号代替 Poisson 括号，然后把 Dirac 括号换成 $-i$ 乘以对易子。因此，约束的处理是 Dirac 量子化方法的关键。对于规范理论来说，第一类约束通常对应着理论的规范对称性，与规范变换群的生成元相联系[8]，并决定规范条件的数目和系统的物理子空间[9]。

本文运用 Dirac 方法和关联动力学思想讨论 $SU(N)$ 规范理论的约束问题。在第二节中讨论 $SU(N)$ 规范理论的约束与量子化。第三节用代数动力学方法处理 Gauss 定律与 Ward 恒等式，指明高斯定律与 Ward 恒等式在关联动力学中成为守恒律问题与初值问题。最后给出总结与讨论。

2　$SU(N)$ 规范理论的约束及量子化

$SU(N)$ 规范理论的拉氏密度为，

$$\mathscr{L} = -\bar{\psi}\gamma_\mu D_\mu \psi - \frac{1}{4} F^a_{\mu\nu} F^a_{\mu\nu}, \tag{1}$$

式中协变微分 D_μ 定义为

$$D_\mu = \partial_\mu - igT^a A^a_\mu, \tag{2}$$

其中 A^a_μ 为规范势，T^a 为 $SU(N)$ 规范群的生成元且满足

$$T^{a\dagger} = T^a, \tag{3}$$

$$\mathrm{Tr}\{T^a T^b\} = K\delta^{ab}, \tag{4}$$

$$[T^a, T^b] = if^{abc}T^c. \tag{5}$$

规范场为

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + gf^{abc}A^b_\mu A^c_\nu. \tag{6}$$

根据(6)式，色电场和色磁场分别定义为

$$E^a_j = iF^a_{j0} = -\dot{A}^a_j + \mathrm{i}\partial_j A^a_0 - \mathrm{i}gf^{abc}A^b_0 A^c_j, \tag{7}$$

$$B^a_k = \frac{1}{2}\epsilon^{ijk}F^a_{ij} = \frac{1}{2}\epsilon^{ijk}(\partial_i A^a_j - \partial_j A^a_i + gf^{abc}A^b_i A^c_j). \tag{8}$$

把 Dirac 的有限维动力系统的约束理论，推广到无限维的场论是直截了当的[6]。一般地说，经典场论的拉氏密度可以表示成广义坐标和广义速度的函数，$\mathscr{L} = \mathscr{L}(A_\mu, \dot{A}_\mu)$，其中 $A_\mu(\mu = 0, 1, 2, 3)$ 是广义坐标。广义速度 $\dot{A}_\mu$ 是 A_μ 对时间的微分。Euler-Lagrange 运动方程为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \dot{A}_\mu} - \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial A_\mu} = 0, \quad (\mu = 0,1,2,3) \tag{9}$$

对于 $SU(N)$ 规范理论来说，(9)式不能把“加速度” $\ddot{A}_\mu$ 表示成 A_μ、$\dot{A}_\mu$ 的函数；拉氏函数奇异，相应的 Hessian 矩阵为[10]

$$\|W_{rs}\| = \left\|\frac{\partial^2 \mathscr{L}}{\partial \dot{A}_r \partial \dot{A}_s}\right\| = \begin{pmatrix} 0 & & & \text{\Large 0} \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ \text{\Large 0} & & & 1 \end{pmatrix} \tag{10}$$

$\|W_{rs}\|$ 矩阵退化，其秩为 3，相应有一个初级约束函数。

虽然拉氏函数奇异，我们仍然可以定义广义动量密度

$$\Pi_0^a = \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \dot{A}_0^a} \approx 0, \tag{11}$$

$$\Pi_i^a = \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \dot{A}_i} = -iF_{i0}^a = -E_i^a, \quad (i = 1,2,3), \tag{12}$$

$$\Pi_\psi = \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \dot{\psi}} = i\psi^\dagger. \tag{13}$$

(11)式给出了 $SU(N)$ 规范理论的初级约束。"≈"表示弱等号[4–6]，其含义为：只有在计算了 Poisson 括号之后，弱等于零的函数才等于零。这样我们得到了非零经典 Poisson 括号的对易关系

$$\{\psi(\boldsymbol{x},t), \psi^\dagger(\boldsymbol{y},t)\}_+ = -i\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}), \tag{14}$$

$$\{A_\mu^a(\boldsymbol{x},t), \Pi_\nu^b(\boldsymbol{y},t)\} = \delta_{\mu\nu}\delta^{ab}\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}). \tag{15}$$

由(1),(11)—(13)得到 $SU(N)$ 规范理论的哈密顿量 H 及哈密顿密度 $\mathscr{H}$ 为

$$H = \int \mathscr{H}(x)\mathrm{d}^3x, \tag{16}$$

$$= \int \mathrm{d}^3x \left\{ \frac{1}{2}\Pi_i^a\Pi_i^a + \frac{1}{2}B_i^aB_i^a + \bar{\psi}\gamma_i\partial_i\psi - gI_i^aA_i^a - igA_0^a\left[\frac{1}{g}(\partial_i\delta^{ac} + gf^{abc}A_i^b)\Pi_i^c + \psi^\dagger T^a\psi\right]\right\}. \tag{17}$$

式中

$$I_i^a = i\bar{\psi}\gamma_iT^a\psi. \tag{18}$$

考虑到初级约束的作用，引入相应的拉氏乘子 v_0^a，则总哈密顿量写为

$$H_{\mathrm{T}} = H + \int v_0^a\Pi_0^a(x)\mathrm{d}^3x. \tag{19}$$

广义速度与广义力满足的方程为

$$\dot{A}_\mu^a = \{A_\mu^a, H_{\mathrm{T}}\}, \tag{20}$$

$$\dot{\Pi}_\mu^a = \{\Pi_\mu^a, H_{\mathrm{T}}\}. \tag{21}$$

若 f 为 A_μ^a, Π_μ^a 的任意函数，则其运动方程为，

$$\dot{f} = \{f, H_{\mathrm{T}}\}. \tag{22}$$

由(19)、(20)可以定出拉氏乘子为 $v_0^a = \dot{A}_0^a$。故

$$H_{\mathrm{T}} = \int \mathrm{d}^3x \left[\frac{1}{2}(\Pi_i^a\Pi_i^a + B_i^aB_i^a) + \bar{\psi}\gamma_iD_i\psi\right] + \int \mathrm{d}^3x[\dot{A}_0^a\Pi_0^a - igA_0^ag^a]. \tag{23}$$

其中高斯函数 $g^a(\boldsymbol{x})$ 为，

$$g^a(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{g}D_i^{ac}\Pi_i^c + \psi^\dagger T^a\psi, \tag{24}$$

$$D_i^{ac} = (D_i)^{ac} = \delta_{ac}\partial_i + gf^{abc}A_i^b. \tag{25}$$

由初级约束在任意时刻均成立的自洽条件，

$$\dot{\Pi}_0^a = \{\Pi_0^a, H_T\} = igg^a(x) \approx 0, \tag{26}$$

知 $g^a(x) \approx 0$ 是次级约束. 而次级约束在任意时刻均成立的条件为，

$$\dot{g}^a(x) = \{g^a(x), H_T\} = -igA_0^b f^{abc} g^c(x) \approx 0. \tag{27}$$

显然，(27)式并没有产生新的约束. 所以，$SU(N)$ 规范场系统只有两个约束条件(11)和(26)，约束函数 $\Pi_0^a(x), g^a(x)$ 满足，

$$\{\Pi_0^a(x), \Pi_0^b(y)\} = \{\Pi_0^a(x), g^b(y)\} = 0, \tag{28}$$

$$\{g^a(\boldsymbol{x}, t), g^b(\boldsymbol{y}, t)\} = f^{abc} g^c(\boldsymbol{x}, t)\delta(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y}). \tag{29}$$

所以 $SU(N)$ 规范理论的全部约束是第一类约束，而次级约束函数 $g^a(x)$ 是 $SU(N)$ 规范理论的局域生成元.

次级约束 (26) 式对应着经典 $SU(N)$ 规范理论的 Gauss 定律，给出了 $A_i^a(x)$ 和 $\Pi_i^a(x)$ 之间的约束关系，使得 Π_1^a、Π_2^a 和 Π_3^a 不再是相互独立的. 考虑约束(26)式后，重新计算 Hessian 矩阵，其秩退化为 2. 一般来说，考虑了次级约束以后，Hessian 矩阵的秩对应于系统的物理自由度的数目，而约束的数目等于非物理自由度的数目.

鉴于 $SU(N)$ 规范理论的约束 Π_0^a 和 g^a 与其规范群的生成元相联系[6,14]，(26) 和 (27)式表明，在全空间内，H_T 不是规范不变的. 但是，在约束成立的物理子空间内，H_T 又恢复了规范不变性. (26)和(27)式也表明，在全空间内，$\Pi_0^a(x)$ 和 $g^a(x)$ 并不是系统的守恒量，而在约束成立的物理子空间内，它们却是守恒的.

关于约束的经典关系，在量子化后，将有相应的修改. 首先，在量子理论中，约束函数变成算子，约束函数弱等于零的经典条件，其量子对应一般不能保持，需要寻找正确的量子表述形式. 而第一类约束之间以及第一类约束与 H_T 之间的 Poisson 括号表述的关系，按 Dirac 理论，在量子化以后将代之以量子对易关系.

按照 Dirac 理论，在(23)式中出现在 H_T 中的第一类约束 Π_0^a 和 g^a 前面的系数 $\dot{A}_0^a$ 和 A_0^a 是 $(\boldsymbol{x}, t)$ 的任意函数，它们的选取相应于不同的规范条件[6]. 我们可以利用这一规范自由度使理论形式变得更加简洁明了. 为了与文献[17,18]一致，仍选取时性规范，

$$A_0^a(x) = 0, \quad \dot{A}_0^a(x) = 0. \tag{30}$$

在时性规范下，$g^a(x)$ 生成的规范变换称为剩余规范变换，H_T 在剩余规范变换下是不变的(具有剩余规范不变性)，而 $g^a(x)$ 也成为严格的守恒量. 这是时性规范的优点.

值得注意的是，时性规范只排除了部分非物理自由度[11-13]，剩余的非物理自由度要靠正确处理与次级约束相对应的高斯定律去排除. 在量子场的情况下，系统的状态由 Hilbert 空间的态矢量描述，高斯定律的作用应当是从整个 Hilbert 空间中挑选出物理子空间. 设物理子空间的态矢为 $|P\rangle$，量子的高斯定律，即(26)式的量子对应是

$$\langle P | g^a(x) | P\rangle = 0. \tag{31}$$

这正是对应原理的表现形式. (31)式称为弱高斯定律[13]，与强高斯定律[12] $g^a(x)|P\rangle = 0$ 相对照. 由于 g^a 是守恒算子，(31) 式表示的高斯定律可化为守恒律问题与初值问题.

规范条件(30)和规范约束(31)二者完全确定了 $SU(N)$ 规范理论的物理自由度. 在

时性规范下，$SU(N)$ 规范理论及其第一类约束的代数关系的量子化，按照 Dirac 理论是直截了当的，即将经典 Poission 括号代之以 $-i$ 乘以对易子[9,14]. 对于场量，

$$[\psi(\boldsymbol{x},t),\psi^{\dagger}(\boldsymbol{y},t)]_{+}=\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}), \tag{32}$$

$$[A_i^a(\boldsymbol{x},t),\ \Pi_j^b(\boldsymbol{y},t)]=i\delta_{ij}\delta^{ab}\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}). \tag{33}$$

对于高斯算子，

$$[g^a(\boldsymbol{x},t),g^b(\boldsymbol{y},t)]=if^{abc}g^c(\boldsymbol{x},t)\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}), \tag{34}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}g^a(\boldsymbol{x},t)=\frac{1}{i}[g^a(\boldsymbol{x},t),H]=0. \tag{35}$$

其中，$H=H_{\mathrm{T}}(A_0^a=\Pi_0^a=0)$.

3 高斯定律及 Ward 恒等式的代数表示

在 $SU(N)$ 规范理论量子化后，由(34)、(35)式知，算符 g^a 构成了 $SU(N)$ 剩余规范群的生成子[13,14]，且为守恒算子，反映了哈密顿量的剩余规范对称性. 若取 $E_i^a=-\Pi_i^a$，对(31)积分得，

$$\left\langle P\left|\oiint_s E_j^a\cdot\mathrm{d}S_j\right|P\right\rangle=-g\iiint_{\Omega}f^{abc}\left\langle P\left|A_j^b\dot{E}_j^c\right|P\right\rangle\mathrm{d}\Omega+g\iiint_{\Omega}\langle P|\psi^{\dagger}T^a\psi|P\rangle\mathrm{d}\Omega. \tag{36}$$

(36)式表示高斯定律的物理含义是色荷守恒.

为了从代数动力学角度理解约束的意义，把局域 $SU(N)$ 代数 $\{g^a(x)\}$ 写成 Cartan 形式，

$$[h^i(x),e^a]=[X^b(x)], \tag{37}$$

式中

$$X^b(x)=\sum_a T^{ba}g^a(x). \tag{38}$$

$[h^i(x)]$ 是 Cartan 算子集，$[e^a]$ 为升或降算子. 如果 $|P\rangle$ 是 Cartan 算子集 $[h^i(x)]$ 的本征值为零的共同本征态，则

$$h^i(x)|P\rangle=0. \tag{39}$$

从群论，得到

$$\langle P|h^i(x)|P\rangle=\langle P|e^a(x)|P\rangle=0. \tag{40}$$

由于变换(38)式的非奇异性，(40)式意味着弱高斯定律(31)式成立. 这样高斯定律的代数含义为物理态 $|P\rangle$ 应当是 Cartan 算子 $[h^i(x)]$ 的本征值为零的共同本征态. 应注意，虽然 $\langle P|g^a(x)|P\rangle=0$，但是 $\langle P|g^a(x)^2|P\rangle\neq 0$，即物理态 $|P\rangle$ 允许色涨落的存在. 由于 g^a 算子的守恒性质，可以把高斯定律约束转变成初值问题，以便给出简明的 $SU(N)$ 约束关联动力学理论.

高斯定律给出了低阶格林函数之间的关系. 同样 Ward 恒等式给出了高阶格林函数之间的约束关系. 定义 Lie 运算

$$L_{g^a(x)}g^b(x')\equiv[g^a(x),g^b(x')]. \tag{41}$$

利用(34)式,考虑到多重 Lie 运算,可以得到

$$L_{g^{a_1}}(\boldsymbol{r}_1t)L_{g^{a_2}}(\boldsymbol{r}_2t)\cdots L_{g^{a_{n-1}}}(\boldsymbol{r}_{n-1}t)g^{a_n}(\boldsymbol{r}_nt)=F^{a_1\cdots a_na_{n+1}}(\boldsymbol{r}_1\cdots\boldsymbol{r}_n)g^{a_{n+1}}(\boldsymbol{r}_1t). \tag{42}$$

式中 $F^{a_1\cdots a_na_{n+1}}(\boldsymbol{r}_1\cdots\boldsymbol{r}_n)$ 为与 $g^a(\boldsymbol{r}t)$ 无关的 $(\boldsymbol{r}_1\cdots\boldsymbol{r}_n)$ 的函数，显然(42)式右方仍然是守恒算子.

由(31)式,我们得到

$$\langle P|L_{g^{a_1}}(\boldsymbol{r}_1t)L_{g^{a_2}}(\boldsymbol{r}_2t)\cdots L_{g^{a_{n-1}}}(\boldsymbol{r}_{n-1}t)g^{a_n}(\boldsymbol{r}_nt)|P\rangle=0, \tag{43}$$

(43)式为 Ward 恒等式的代数表示. 由于(42)式是守恒算子，可以把 Ward 恒等式变成守恒律问题和初值问题.

为了说明 (43) 式与规范变换的关系，使用剩余规范对称群元 $U(g)$ 作用于物理态 $|P\rangle$，得到一个物理态集 $\mathscr{H}_{P_g}$

$$|P\rangle_g=U(g)|P\rangle,\quad |P\rangle_g\in\mathscr{H}_{P_g}, \tag{44}$$

式中剩余规范群元 $U(g)$ 定义为

$$U(g)=\exp\left(i\int \mathrm{d}^3rg^b\omega^b\right), \tag{45}$$

其中 $\omega^b=\omega^b(\boldsymbol{r})$ 为局域规范变换角. 由(35)式,显然有

$${}_g\langle P|H|P\rangle_g=\langle P|U^{-1}(g)HU(g)|P\rangle=\langle P|H|P\rangle, \tag{46}$$

表示系统能量 $E=\langle P|H|P\rangle$ 的规范不变性. 同样,由(34)式知高斯定律(31)式在态集 $\mathscr{H}_{P_g}$ 中仍然成立,我们得到(43)式的另一个等价表示(积分表示)

$${}_g\langle P|g^a|P\rangle_g=\left\langle P\,\middle|\exp\left(-i\int g^b\omega^b\mathrm{d}^3r\right)g^a\exp\left(i\int g^c\omega^c\mathrm{d}^3r\right)\middle|P\right\rangle=0. \tag{47}$$

实际上,(47)式右方正是形如(43)式右方的项目的线性组合,可见(43)式是剩余规范对称性的必然结果.

有趣的是高斯定律破坏了物理态集 $\mathscr{H}_{P_g}$ 中的态叠加原理. 我们考虑物理态的线性组合

$$|\Psi\rangle=\int\mathrm{d}\mu(g)f(g)U(g)|P\rangle, \tag{48}$$

式中 $|\Psi\rangle$ 为任意归一化的态，$\mu(g)$ 为 Harr 测度,显然有

$$\langle\Psi|H|\Psi\rangle=\langle P|H|P\rangle=E. \tag{49}$$

即对于规范不变的物理量，$|\Psi\rangle$ 与 $|P\rangle$ 是等价的. 而弱高斯定律却不能成立,即

$$\langle\Psi|g^a(x)|\Psi\rangle=\int\mathrm{d}\mu(g')\mathrm{d}\mu(g)\langle P|U^{-1}(g')g^a(x)U(g)|P\rangle f^*(g')f(g)\neq 0. \tag{50}$$

这是由于在 $g'\neq g$ 时，

$$\langle P|U^{-1}(g')g^a(x)U(g)|P\rangle\neq 0. \tag{51}$$

即高斯定律破坏了态叠加原理，这是非阿贝尔理论的一个特性. 其后果是，$\mathscr{H}_{P_g}$ 对高斯定律而言只是物理态集,不能形成子空间.

从关联动力学的观点看，由(31)式表示的高斯定律和以 (43) 式表示的 Ward 恒等式,是物理态产生的对 Green 函数的约束. 由于(31)式和(43)式表示的是守恒定律，而关联 Green 函数的运动方程对时间又是一阶的,只要初始时刻(31)式和(43)式得以满足,

则Green 函数的运动方程保证它们在以后任何时刻都满足. 这样,高斯定律和 Ward 恒等式所表示的对 Green 函数的约束就变为关联动力学中的初值问题. 因此,对 $SU(N)$ 规范理论来说,关联 Green 函数动力学与高斯定律和 Ward 恒等式是相容的,它们的结合就导致 $SU(N)$ 规范理论的约束关联动力学.

剩下的问题是,关联动力学的截断近似与高斯定律和 Ward 恒等式是否相容. 我们知道 $g^a(x)$ 是2点(一体)守恒算子. 按照关联动力学对守恒定律的分析[13,15,16], 2点截断近似(或称一体平均场近似)保持2点算子的守恒定律. 因此, 高斯定律即使在平均场近似下也得以保持. 考虑其他的守恒算子,线动量、角动量、Fermi 子数等是2点(一体)算子,而能量是4点(二体)算子. 因此,保持上述守恒定律和高斯定律的最低阶近似是4点截断近似, 即二体关联动力学. 在二体关联动力学中,只有1至4点 Green 函数有定义,而相应的 Ward 恒等式为最低阶的,即

$$\langle P|[g^a(\boldsymbol{r},t),g^b(\boldsymbol{r}',t)]|P\rangle=0. \tag{52}$$

它给出2—4点 Green 函数之间的关系. 与其他守恒量和高斯定律一样,在二体关联动力学中,由于 Ward 恒等式(52)是4点算子的平均值,因而是守恒的,也可以化为初值问题.

类似地分析适合于更高阶的截断近似. 除了4点以内的所有算子的守恒定律得以满足外,还可以保证相应的更高阶的 Ward 恒等式成立. 因此,高斯定律和 Ward 恒等式与关联动力学的截断近似也是相容的, 而且可以变为关联动力学中的守恒律问题和初值问题.

4 总结与讨论

我们使用 Dirac 的约束理论,分析了 $SU(N)$ 规范理论的约束问题, 得到了时性规范下带约束的量子化理论.量子化后,次级约束所产生的守恒的高斯算子,构成了 $SU(N)$ 剩余规范变换群的生成元. 我们又从代数动力学的观点分析了高斯定律与 Ward 恒等式的意义,给出了高斯定律及 Ward 恒等式的代数表示. 利用多体关联动力学守恒律的思想[13,15,16],能够把高斯定律与 Ward 恒等式对 Green 函数的约束转化为初值问题. 这样就完成了 $SU(N)$ 规范理论的约束关联动力学的建立.

参考文献

[1] P.G. Bergmann, R. Schiller, *Phys. Rev.*, **89**(1953)4.
[2] P.G. Bergmann, I. Goldberg, *Phys. Rev.*, **98**(1955)531.
[3] P.G. Bergmann, H.M. Brunings, *Phys. Rev.*, **21**(1949) 480.
[4] P.A. Dirac, *Canad. J.Math.*, **2**(1950)129.
[5] P.A.Dirac, *Proc. Roy. Soc.*,**A246**(1958)326.
[6] P.A. Dirac, Lectures on Quantum Mechanics.
Belfer Graduate School of Science, Yeshiva Univ. Press, 1964.
[7] N. Hukuda, E.C.G. Sudarshan, *J. Math. Phys.*, **9**(1968)411.
[8] M. Henneaux, *Phys. Rep.*, **126**(1985) 1.
[9] P. Senjanovic, *Ann. Phys.*,**100**(1976) 227.
[10] G. Marmo, N. Mukunda, J. Samuel, *La. Rivista. Nuovo. Cimento.*, **6**(1983)1.
[11] 戴元本,相互作用的规范理论,科学出版社,1987.

[12] N.H. Christ, T. D.Lee, *Phys. Rev.*, **D22**(1980)939.
[13] S.J. Wang, W. Cassing, M.H. Thoma, *Phys. Lett.*, **B324**(1994)5.
[14] L. Castellani, *Ann. Phys.*, **143**(1982) 35.
[15] S.J. Wang W. Cassing, *Ann. Phys.*, **159**(1985)328;
S.J. Wang, et al., *Ann. Phys.*, **209**(1991)251.
[16] S.J. Wang, W. Cassing, *Nucl. Phys.*, **A495** (1989) 371;
W. Cassing, S.J. Wang, *Z. Phys.*, **A337**(1990)1.
[17] 王顺金、郭 华，正则形式的 $SU(N)$ 规范理论的约束关联动力学 (I). 关联 Green 函数的运动方程.
[18] 郭 华、王顺金，正则形式的 $SU(N)$ 规范理论的约束关联动力学 (III). 等时关联 Green 函数的运动方程与二体关联近似.

Constrained Correlation Dynamics of $SU(N)$ Gauge Theories in Canonical Form (II) Gauge Constrained Conditions

Wang Shunjin
(*Department of Modern Physics, Lanzhou University, Lanzhou* 730000)
Guo Hua
(*Department of Physics, Peking University, Beijing* 100871)

Received 20 January 1994

Abstract

In this paper, gauge constrained conditions and quantization of $SU(N)$ gauge theories are analysed by means of Dirac's formalism. In the framework of algebraic dynamics, gauge invariance, Gauss law and Ward identities are discussed. With use of the version of conservation law in correlation dynamics, the conserved Gauss law and Ward identities related to residual gauge invariance can be transformed into initial value problems.

Key words gauge constraint conditions, algebraic dynamics, Gauss law, Ward identities.