

# 2+1 维 $SU(2)0^{++}$ 胶球波函数的四级近似\*

胡 连<sup>1</sup> 惠 萍<sup>2</sup> 陈启洲<sup>3</sup>

1 (华南师范大学物理系 广州 510630)

2 (广东教育学院物理系 广州 510303)

3 (中山大学物理系 广州 510275)

1996-11-26 收稿

## 摘 要

利用截断本征方程方法计算胶球波函数参数比值  $\xi = \mu_2^F / \mu_0^F$ , 得到良好的标度行为.

**关键词** 格点规范, 胶球波函数, 解析计算.

## 1 引 言

格点规范理论 (LGT) 已成为研究规范场系统非微扰效应的一种重要方法, 为了将 LGT 计算结果和物理实际进行对比, 必须将计算结果推到标度区, 目前对 LGT 的许多认识来自数据模拟, 然而为了对理论获得深刻理解, 有必要发展更多的解析计算方法. 二十多年来人们提出许多解析计算方法: 强耦合展开加 Pade' 近似, 弱耦合展开, 变分法, 累积展开, 重正化群方法等等. 这些方法得到许多有意义的结果, 但不能令人满意地将强耦合区的结果推到标度区.

最近我们在集团展开的基础上提出一种新的非微扰方法<sup>[1]</sup>, 这个方法从格点薛定格本征方程出发, 采用本征方程保持正确连续极限的截断, 随后利用此方法处理了 2+1 维  $SU(2)$  和  $SU(3)$  的真空波函数和胶球质量, 得到良好的标度行为<sup>[2-4]</sup>. 在前两篇文章<sup>[5,6]</sup>中, 我们用相连图方案计算了真空波函数和  $0^{++}$  胶球质量, 本文报道胶球波函数的计算结果.

## 2 方法和公式

利用惯用指标  $(2+1)-D$  格点理论的 Kogut-Susskind 哈密顿量

$$H = \frac{g^2}{2a} \left[ \sum_l E_l^2 - \frac{4}{g^4} \sum_p \text{Tr} U_p \right] \quad (2.1)$$

\* 广东省自然科学基金和国家自然科学基金资助.

其中,  $\text{Tr } U_p = \text{Tr } U_1 U_2 U_3 U_4$ , 无量纲的耦合常数  $g^2$  和不变耦合常数  $e^2$  的关系为  $g^2 = ae^2$ . 真空波函数

$$\psi_0(U) = e^{R(U)}, \quad (2.2)$$

$R(U)$  由 wilson 回路组成, 基态本征方程:

$$\sum_l [E_l^a(E_l^a, R)] - [E_l^a, R][E_l^a, R] - \frac{4}{g^4} \sum_p \text{Tr } U_p = \frac{2a}{g^2} \varepsilon_0 \quad (2.3)$$

$\varepsilon_0$  为真空能量,  $R$  由独立的相连图组成:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 \cdots \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} R_1 = C_0 \quad \square, \quad R_2 = C_1 \quad \square\square + C_2 \quad \square\square + C_3 \quad \square\square; \\ R_3 = b_1 \quad \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + b_2 \quad \square\square\square + b_3 \quad \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square\square \\ \hline \end{array} + b_4 \quad \square\square\square + b_5 \quad \square\square\square + b_6 \quad \square\square\square \\ + b_7 \quad \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + b_8 \quad \square\square\square + b_9 \quad \square\square\square; \end{aligned} \quad (2.5)$$

$R_4$  共有 56 个图(从略).

本征方程保持正确连续极限的四级近似为:

$$\begin{aligned} \sum_l \{ [E_l^a; (E_l^a; R_1 + R_2 + R_3 + R_4)] + [E_l^a, R_1][E_l^a, R_1] + 2[E_l^a, R_1][E_l^a, R_2] + [E_l^a, R_2][E_l^a, R_2] + \\ 2[E_l^a, R_1][E_l^a, R_3] \} - \frac{4}{g^4} \sum_p \text{Tr } U_p = \frac{2a}{g^2} \varepsilon_0. \end{aligned} \quad (2.6)$$

胶球波函数表示为:

$$\psi_0(U) = (F(U) - \langle F(U) \rangle_0) e^{R(U)}, \quad (2.7)$$

$\langle F(U) \rangle_0$  为真空平均值.

四级近似的本征方程:

$$\begin{aligned} \sum_l \{ [E_l^a; (E_l^a, F_1 + F_2 + F_3 + F_4)] + 2([E_l^a, R_1][E_l^a, F_1] + [E_l^a, R_1][E_l^a, F_2] + [E_l^a, R_2] \cdot [E_l^a, F_1] \\ + [E_l^a, R_2][E_l^a, F_2] + [E_l^a, R_1][E_l^a, F_3] + [E_l^a, R_3][E_l^a, F_1]) \} = \frac{2a}{g^2} \Delta m \sum_{a=1}^4 F_a, \end{aligned} \quad (2.8)$$

$\Delta m$  为胶球质量隙,  $F_1, F_2, F_3, F_4$  分别代表 1, 2, 3, 4 阶图的线性组合(如(2.5)式)计算每个图的连续极限后, 得到真空波函数和胶球波函数的长波展开:

$$\psi_0(U) = N \exp \left[ -\frac{\mu_0}{e^2} \int d^2x \text{Tr } F^2 - \frac{\mu^F}{e^6} \int d^2x \text{Tr}(\mathbf{D}\mathbf{F})^2 + \cdots \right], \quad (2.9)$$

$$F(U) = \frac{\mu_0^F}{e^2} \int d^2x \text{Tr } F^2 - \frac{\mu_2^F}{e^6} \int d^2x \text{Tr}(\mathbf{D}\mathbf{F})^2 + \cdots, \quad (2.10)$$

其中,  $\mu_0$  和  $\mu_2$  及  $\mu_0^F$  和  $\mu_2^F$  分别表示真空波函数及胶球波函数的展开系数,  $F$  为规范场张量,  $\mathbf{D}$  为协变微分, 胶球波函数除了总的归一化因子外, 只有一个相关的参数  $\xi = \mu_2^F / \mu_0^F$ . 图 1

画出  $\xi$  以及真空波函数的比值  $\xi_0 = \mu_2 / \mu_0$  随  $\beta = \frac{4}{g^2}$  的变化曲线. 图 2 表示  $\mu_0^F$  随  $\beta = \frac{4}{g^2}$  的变化曲线.

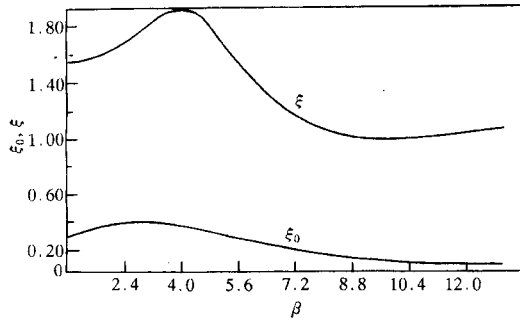


图 1

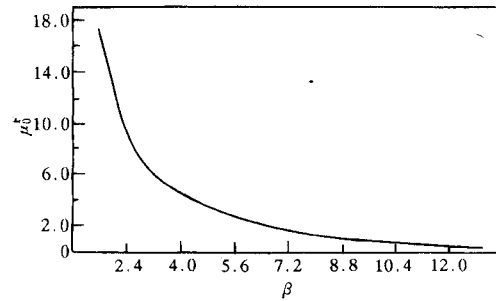


图 2

### 3 结论和讨论

从图 1 看到: (1)  $\xi$  随  $\beta$  的变化从  $\beta = 7.2-12$  的广泛区域曲线比较平坦; 胶球波函数的标度区窗口在  $\beta = 7.2$  附近, 前篇文章<sup>[5]</sup>给出  $\xi_0 = \mu_2 / \mu_0$  值的标度区窗口是  $\beta = 1.2$  附近, 两者的标度区窗口在不同位置, 表明不同物理量的标度区窗口可能不同. (2) 对于真空波函数  $\mu_0 > \mu_2$ , 而胶球波函数刚好相反, 即  $\mu_0^F \leq \mu_2^F$ . 上述初步结果的含义有待进一步研究.

### 参 考 文 献

- [1] Shuo-Hong Guo, Qi-Zhou Chen, Lei Li, *Phys. Rev. D*, **49**(1994) 507.
- [2] Qi-Zhou Chen, Shuo-Hong Guo, Wei-Hong Zheng *et al.*, *Phys. Rev.*, **D 50**(1994) 3564.
- [3] Qi-Zhou Chen, Xiang-Qian Luo, Shuo-Hong Guo, *Phys. Lett.*, **B 341**(1995)349.
- [4] Qi-Zhou Chen, Xiang-Qian Luo, Shuo-Hong Guo *et al.*, *Phys. Lett.*, **B 348**(1995)560.
- [5] 惠萍、陈启洲, 高能物理与核物理, **19**(1995)820.
- [6] 惠萍、蔡鹏飞、陈启洲, 高能物理与核物理, **20**(1996)55.

**Fourth Order Approximation of  $(2 + 1)$ -D  $SU(2)$   
 $0^{++}$  Glueball Wavefunction**

Hu Lian<sup>1</sup>   Hui Ping<sup>2</sup>   Chen Qizhou<sup>3</sup>

1 (*Department of Physics, Huanan Teachers University, Guangzhou 510630*)

2 (*Department of Physics, Guangdong College of Education, Guangzhou 510303*)

3 (*Department of Physics, Zhoushan University, Guangzhou 510275*)

Received 26 November 1996

**Abstract**

In this paper, the parameter ratio of  $(2 + 1)$ -D  $SU(2)$   $0^{++}$  glueball wavefunction is calculated using scheme of truncating eigenvalue equations. The result shows a good scaling behavior.

**Key words** lattice gauge, glueball wavefunction, analytic calculation.