

储存环内电子冷却过程模拟

饶亦农 夏佳文 原有进 魏宝文

(中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

1996-02-15 收稿

摘 要

考虑储存环内离子的横向振荡和纵向振荡的运动特性,模拟了HIRFL-CSR内重离子束的电子冷却过程.给出了离子束的横向发射度和纵向动量散度随时间连续变化的图象,由此分析了电子束的空间电荷效应、冷却段色散函数和横向电子束温度对冷却过程快慢的影响.

关键词 电子冷却, 冷却力, 冷却时间, 横向振荡, 纵向振荡.

1 引 言

在设计储存环的束流冷却方案和研究束流的某些运动特性时,需要知道冷却时间,因为它是描述电子冷却过程快慢的特征量.冷却时间的计算是基于离子所受到的冷却力,但由于冷却力是离子速度的复杂函数,所以通常采用下述近似表达式^[1-3]来进行估算,即

$$t_c = - \left(\frac{1}{v_i} \frac{dv_i}{dt} \right)^{-1} = C \cdot \frac{A_i}{Q} \cdot \frac{\beta_i^4 \gamma_i^5}{\eta_{ec} \cdot j_e} \cdot (\theta_i^2 + \theta_e^2)^{\frac{3}{2}}, \quad (1)$$

式中 Q_i 和 A_i 分别表示离子的电荷态和质量数, β_i 和 γ_i 表示相对论因子, θ_e 和 θ_i 分别表示冷却段内电子和离子束的张角, j_e 表示电子电流密度 (A/cm^2), η_{ec} 表示冷却段长度与环周长之比.在上述表达式中,不同作者给出的常系数 C 各不相同,甚至相差一个量级.另外,式(1)表示的仅仅是横向冷却时间的瞬时值,没有考虑被冷却离子在储存环内的横向振荡和纵向振荡的运动特性.一旦考虑这些因素,冷却时间的解析计算几乎是不可能的.

本文采用单粒子在储存环内的横向与纵向振荡模型,应用冷却力的解析表达式,并考虑冷却段色散函数和电子束空间电荷效应的影响^[4],模拟计算了兰州重离子加速器冷却储存环(HIRFL-CSR)内典型离子 $25 \text{ MeV/u } ^{40}\text{Ar}^{18+}$ 的冷却过程,得到了束流发射度和动量散度随时间连续变化的完整图象.通过模拟,分析并讨论了影响冷却快慢的一些重要因素.

2 模拟过程描述

2.1 离子的横向振荡和纵向振荡

以电子冷却段的出口处作为初始位置(用下标 0 来表示), 假设束流初始的水平、垂直方向发射度以及动量散度分别为 ε_{n0} 、 ε_{v0} 和 $\left(\frac{\Delta p}{p_s}\right)_0$, 被考察离子与理想离子(用下标 s 表示)具有相同的初始相位 $\phi_0 = \phi_s$. 在冷却过程中理想离子不被加速, 若高频电压波形表示为 $U = U_a \cos \phi$, U_a 是高频电压幅值, 则 $\phi_s = \frac{\pi}{2}$.

将整个储存环分成两部分: 第一部分从冷却段出口经过环到冷却段入口位置(用下标 1 来表示), 第二部分经过整个冷却段. 回旋一圈之后, 被考察离子之相位 ϕ 和动量散度 $\frac{\Delta p}{p_s}$ 的变化由下述相运动方程来描述^[5]

$$\begin{cases} \frac{d\phi}{dt} = h\omega_s \cdot \eta_p \cdot \frac{\Delta p}{p_s}, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\Delta p}{p_s} \right) = \frac{\omega_s}{2\pi} \cdot \frac{Q_i e U_a}{A_i M_N c^2 \beta_i^2 \gamma_i} \cdot (\cos \phi - \cos \phi_s), \end{cases} \quad (2)$$

式中 h 表示高频谐波数, ω_s 表示理想离子的回旋角频率, $\eta_p = \frac{1}{\gamma_i^2} - \frac{1}{\gamma_{tr}^2}$ 表示单位动量散度引起的回旋角频率的相对偏差, γ_{tr} 表示储存环的转变 γ 值, $M_N c^2 = 931.501 \text{ MeV/u}$ 表示每核子的静止能量, c 表示光速, e 表示单位电荷.

理想离子回旋一圈之后, 其相位 ϕ_s 变化了 $2\pi h$, 这样, 由方程(2)得到被考察离子在冷却段入口处的相位, 即

$$\phi_1 = \phi_0 + 2\pi(1 - \eta_{ec}) \cdot h \cdot \eta_p \cdot \left(\frac{\Delta p}{p_s} \right)_0, \quad (4)$$

将(2)、(4)两式代入(3)式, 可以得到

$$\left(\frac{\Delta p}{p_s} \right)_1 = \left(\frac{\Delta p}{p_s} \right)_0 + \frac{Q_i e U_a}{A_i M_N c^2 \beta_i^2 \gamma_i} \cdot (1 - \eta_{ec}) \cdot (\cos \phi_1 - \cos \phi_s), \quad (5)$$

这就是冷却段入口处离子的动量散度.

而离子横向(水平和垂直)振荡的位置偏移和张角则依下式变化^[6]

$$\begin{pmatrix} x_j \\ \theta_j \end{pmatrix}_1 = \begin{bmatrix} \cos(\mu_j) + \alpha_j \sin(\mu_j) & \beta_j \sin(\mu_j) \\ -\gamma_j \sin(\mu_j) & \cos(\mu_j) - \alpha_j \sin(\mu_j) \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_j \\ \theta_j \end{pmatrix}_0, \quad (6)$$

式中 $j = h, v$ 分别表示水平和垂直分量(以下同), $\mu_j = 2\pi v_j(1 - \eta_{ec})$ 表示被考察离子经过第一部分之后的横向振荡相移, $v_j = Q_j + \xi_j \cdot \frac{\Delta p}{p_s}$, v_j, Q_j 分别表示被考察离子和理想离

子的横向振荡波数, ξ_j 表示机器的色品, α_j 、 β_j 和 γ_j 分别表示冷却段入口或出口处的 Twiss 参数(两点完全对称).

假设在初始位置被考察离子处于横向相椭圆上的 I 点, 如图 1 所示, 那么, 对应的位置偏移和张角分别表示为

$$\begin{pmatrix} x_j \\ \theta_j \end{pmatrix}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{\epsilon_{j0}}{\pi\beta_j}} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

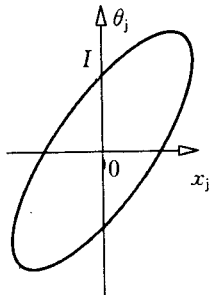


图 1 束流横向相椭圆

离子经过冷却段时, 受到冷却力, 其各个方向的相对动量被减小. 在实验室系中, 离子的动力学方程表示为

$$\frac{dp}{ds} = F \cdot \frac{dt}{ds} = \frac{F}{\beta_i c}, \quad 0 \leq s \leq L_{\text{cooler}},$$

式中 L_{cooler} 表示冷却段长度, F 表示离子所受到的冷却力.

对于水平和垂直分量, 有

$$\frac{dp_j}{p_s} \cdot \frac{1}{ds} = \frac{F_j}{p_s \cdot \beta_i c}$$

或

$$\frac{d\theta_j}{ds} = \frac{F_j}{A_i M_N c^2 \beta_i^2 \gamma_i}, \quad (8)$$

同样地, 对于纵向分量, 有

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{\Delta p}{p_s} \right) = \frac{F_l}{A_i M_N c^2 \beta_i^2 \gamma_i}. \quad (9)$$

积分方程(8)和(9), 并应用冷却段入口处的 θ_h 、 θ_v 和 $\frac{\Delta p}{p_s}$ 值, 最后得到穿越冷却段之后相应的张角和动量散度. 在实际的电子冷却过程中, 离子每一次穿越冷却段时其张角和动量散度的衰减量都非常小, 因此, 可以采用差分对方程(8)和(9)进行处理, 即

$$\delta\theta_j = \frac{F_j}{A_i M_N c^2 \beta_i^2 \gamma_i} \cdot \delta s, \quad \delta \left(\frac{\Delta p}{p_s} \right) = \frac{F_l}{A_i M_N c^2 \beta_i^2 \gamma_i} \cdot \delta s.$$

δs 的选取原则是使得 $|\delta\theta_j| \leq 0.05 |\theta_j|$ 且 $\left| \delta \left(\frac{\Delta p}{p_s} \right) \right| \leq 0.05 \left| \frac{\Delta p}{p_s} \right|$, 式中常数 0.05 是根据有关实验结果给出的^[7]. 由此判据, 将冷却段逐次均分, 通过每一小段之后, 离子的横向角度和动量散度分别变为 $\theta_j + \delta\theta_j$ 及 $\frac{\Delta p}{p_s} + \delta \left(\frac{\Delta p}{p_s} \right)$, 然后又以它们作为下一段的初始值, 直到穿越整个冷却段为止.

经过冷却段之后, 离子的相角和横向位置近似保持不变, 即

$$\phi_1 \simeq \phi_0, \quad (x_j)_1 \simeq (x_j)_0.$$

2.2 冷却力

如上所述, 离子通过冷却段后的行为归结到离子所受到的冷却力. 在以电子平均速度运动的参照系下(下面简称运动系, 用上标‘m’来表示), 磁化冷却力的一般表达式为^[7]

$$F_j^m = -2\pi n_e \cdot Q_i^2 r_e^2 \cdot m_e c^4 \cdot v_j \cdot \begin{cases} \frac{1}{v^3} \left(2L_{FH} + \frac{v_t^2 - 2v_l^2}{v^2} \cdot L_{MH} \right), & v > \Delta_t \\ \frac{2}{\Delta_t^3} (L_{FL} + N_L L_{AL}) + \frac{v_t^2 - 2v_l^2}{v^2} \cdot \frac{L_{ML}}{v^3}, & \Delta_t < v < \Delta_l \\ \frac{2}{\Delta_t^3} (L_{FS} + N_S L_{AS}) + \frac{L_{MS}}{\Delta_t^3}, & v < \Delta_t \end{cases}$$

$$F_l^m = -2\pi n_e \cdot Q_i^2 r_e^2 \cdot m_e c^4 \cdot v_l \cdot \begin{cases} \frac{1}{v^3} \left(2L_{FH} + \frac{3v_t^2}{v^2} \cdot L_{MH} + 2 \right), & v > \Delta_t \\ \frac{2}{\Delta_t^2 v_l} (L_{FL} + N_L L_{AL}) + \left(\frac{3v_t^2}{v^2} \cdot L_{ML} + 2 \right) \cdot \frac{1}{v^3}, & \Delta_t < v < \Delta_l \\ \frac{2}{\Delta_t^3 \Delta_l} (L_{FS} + N_S L_{AS}) + \frac{L_{MS}}{\Delta_l^3}, & v < \Delta_t \end{cases}$$

式中所有参量均在运动系下取值. n_e 表示电子密度, r_e 表示经典电子半径, m_e 表示电子静质量. v_l 和 v_t 分别表示离子的横向和纵向速度, Δ_t 和 Δ_l 则分别表示电子束的横向和纵向方均根速度, 带有下标的‘L’表示库仑对数, 下标的意义见文献[7].

考虑到加速引起的扁平电子速度分布^[8], 以及电子束内部的纵-纵松弛^[9]造成电子束纵向温度增加, 电子束的横向和纵向方均根速度分别由相应的温度 kT_t 和 kT_l 导出, 即

$$kT_t = m_e \Delta_t^2, \quad kT_l = m_e \Delta_l^2 = \frac{(kT_t)^2}{m_e c^2 \beta_i^2 \gamma_i^2} + \frac{e^2 n_e^{1/3}}{4\pi \epsilon_0},$$

式中 k 表示 Boltzmann 常数, ϵ_0 表示真空介电常数.

为了便于计算, 将运动系中电子和离子的速度分别化为实验室系中对应的张角, 即

$$\Delta_t = \beta_i \gamma_i c \cdot \theta_{et}, \quad \Delta_l = \beta_i \gamma_i c \cdot \theta_{el},$$

$$v_h = \beta_i \gamma_i c \cdot \theta_h, \quad v_v = \beta_i \gamma_i c \cdot \theta_v, \quad v_l = \beta_i \gamma_i c \cdot \theta_l = \beta_i \gamma_i c \cdot \left(\frac{1}{\gamma_i} \frac{\Delta p}{p_s} \right),$$

于是

$$v = \sqrt{v_h^2 + v_v^2 + v_l^2} = \beta_i \gamma_i c \cdot \sqrt{\theta_h^2 + \theta_v^2 + \theta_l^2} = \beta_i \gamma_i c \cdot \theta,$$

$$\frac{v_t^2 - 2v_l^2}{v^2} = 1 - 3 \left(\frac{\theta_l}{\theta} \right)^2, \quad \frac{3v_t^2}{v^2} = 3 - 3 \left(\frac{\theta_l}{\theta} \right)^2,$$

再将上述冷却力以及电子密度变换到实验室系(用上标‘l’来表示)下, 即

$$F_j^l = \frac{1}{\gamma_i} \cdot F_j^m, \quad F_1^l = F_1^m,$$

$$n_c = \frac{I_c}{\pi r_b^2 \cdot e\beta_i\gamma_i c},$$

式中 I_c 和 r_b 分别表示电子流强和电子束的半径. 最后, 得到实验室系下冷却力的一般表达形式, 即

$$F_j^l = -2\pi \cdot \frac{I_c}{\pi r_b^2 \cdot e\beta_i\gamma_i c} \cdot Q_i^2 r_c^2 \cdot m_e c^2 \cdot \frac{\bar{\theta}_j}{\beta_i^2 \gamma_i^3}$$

$$\cdot \begin{cases} \frac{1}{\theta^3} (2L_{FH} + K_i \cdot L_{MH}), & \theta > \theta_{et} \\ \frac{2}{\Delta_{et}^3} (L_{FL} + N_L L_{AL}) + K_i \cdot \frac{L_{ML}}{\theta^3}, & \theta_{el} < \theta < \theta_{et} \\ \frac{2}{\theta_{et}^3} (L_{FS} + N_S L_{AS}) + \frac{L_{MS}}{\theta_{el}^3}, & \theta < \theta_{el} \end{cases}$$

$$F_1^l = -2\pi \cdot \frac{I_c}{\pi r_b^2 \cdot e\beta_i\gamma_i c} \cdot Q_i^2 r_c^2 \cdot m_e c^2 \cdot \frac{\bar{\theta}_1}{\beta_i^2 \gamma_i^2}$$

$$\cdot \begin{cases} \frac{1}{\theta^3} (2L_{FH} + K_i \cdot L_{MH} + 2), & \theta > \theta_{et} \\ \frac{2}{\theta_{et}^2 \theta_1} (L_{FL} + N_L L_{AL}) + (K_i \cdot L_{ML} + 2) \cdot \frac{1}{\theta^3}, & \theta_{el} < \theta < \theta_{et} \\ \frac{2}{\theta_{et}^2 \theta_{el}} (L_{FS} + N_S L_{AS}) + \frac{L_{MS}}{\theta_{el}^3}, & \theta < \theta_{el} \end{cases}$$

式中

$$K_i = 1 - 3 \left(\frac{\theta_1}{\theta} \right)^2, \quad K_i = 3 - 3 \left(\frac{\theta_1}{\theta} \right)^2,$$

式中 Coulomb 对数和 N_L 、 N_S 分别表示如下:

$$L_{FH} = \ln \left(\frac{\beta_i^3 \gamma_i^3 c \theta^3}{Q \omega_c r_c} \right), \quad L_{MH} = \max \left[\ln \left(\frac{\omega_c}{\omega_{pe}} \cdot \frac{\theta}{\theta_{et}} \right), \ln \left(\frac{\omega_c}{\beta_i \gamma_i c \theta_{et}} \cdot \left(\frac{3Q_i}{n_c} \right)^{1/3} \right) \right],$$

$$L_{FL} = \ln \left(\frac{\beta_i^3 \gamma_i^3 \theta_{et}^2 \theta}{Q_i \omega_c r_c} \right), \quad L_{AL} = \ln \left(\frac{\theta_{et}}{\theta} \right),$$

$$L_{ML} = L_{MH}, \quad L_{FS} = \ln \left(\frac{\beta_i^3 \gamma_i^3 c \theta_{et}^2 \theta_{el}}{Q_i \omega_c r_c} \right),$$

$$L_{AS} = \ln \left(\frac{\theta_{et}}{\theta_{el}} \right), \quad L_{MS} = \max \left[\ln \left(\frac{\omega_c}{\omega_{pe}} \cdot \frac{\theta_{el}}{\theta_{et}} \right), \ln \left(\frac{\omega_c}{\beta_i \gamma_i c \theta_{et}} \cdot \left(\frac{3Q_i}{n_c} \right)^{1/3} \right) \right],$$

$$N_t = \left[\frac{\theta_{ct}}{\pi\theta} \right], \quad N_s = \left[\frac{\theta_{ct}}{\pi\theta_{ct}} \right].$$

式中 $\omega_c = \frac{eB}{m_e}$ 表示电子的回旋角频率, B 表示螺线管磁场强度, $\omega_{pe} = \sqrt{n_e \cdot 4\pi r_e} \cdot c$ 表示电子等离子体的角频率, r_e 表示经典电子半径.

前面说到, 运动系是指以电子的平均速度运动的参照系, 离子的速度分量则是相对于该平均速度而言. 然而, 由于电子束的空间电荷效应, 在束内不同半径上的电子具有不同的纵向速度. 因此, 这时候离子的纵向速度分量应当是相对于对应半径上的电子的纵向速度而言.

根据静电学 Gauss 定理, 容易推出电子束产生的束内径向电场分布, 表示为

$$E = - \frac{I_c}{2\pi\epsilon_0 r_b^2 \cdot \beta_i c} \cdot r, \quad 0 \leq r \leq r_b,$$

式中 r 表示电子所处的半径. 那么, 束内任意一点相对于束轴的电位差表示为

$$\Delta U = - \int_0^r E \cdot dr = \frac{I_c}{2\pi\epsilon_0 \beta_i c} \cdot \frac{r^2}{r_b^2},$$

于是, 半径 r 上的电子与束轴电子的相对动能差为

$$\frac{\Delta W_e}{W_s} = \frac{e \cdot \Delta U}{m_e c^2 (\gamma_i - 1)} = \frac{I_c}{2\pi\epsilon_0 \beta_i c} \cdot \frac{e}{m_e c^2 (\gamma_i - 1)} \cdot \frac{r^2}{r_b^2},$$

相对动量差则为

$$\frac{\Delta p_e}{p_s} = \frac{\gamma_i}{\gamma_i + 1} \frac{\Delta W_e}{W_s} = \frac{I_c}{2\pi\epsilon_0 \beta_i^3 c} \cdot \frac{e}{m_e c^2 \gamma_i} \cdot \frac{r^2}{r_b^2}. \quad (10)$$

用 f_n 来表示电子束空间电荷中性化因子, 这样, 半径 r 上的离子与对应位置上的电子的纵向速度差(也就是纵向张角差)表示为

$$\begin{aligned} \theta_1^n &= \theta_1 - \frac{1}{\gamma_i} \frac{\Delta p_e}{p_s} \\ &= \theta_1 - \frac{I_c}{2\pi\epsilon_0 \beta_i^3 c} \cdot \frac{e}{m_e c^2 \gamma_i^2} \cdot \frac{r^2}{r_b^2} \cdot (1 - f_n), \end{aligned}$$

式中 r 与冷却段水平方向的色散函数 D_h 相关联, 即

$$r = \sqrt{\left(D_h \cdot \frac{\Delta p}{p_s} + x_h \right)^2 + x_v^2},$$

于是, 将 θ_1^n 取代上述冷却力表达式中的 θ_1 , 再对方程(8)、(9)进行差分计算. 计算中若出现 $r > r_b$, 则冷却力等于零.

当被考察离子在每一圈经过冷却段出口时, 记录下它的动量散度 $\frac{\Delta p}{p_s}$ 以及它在横向相空间上的坐标 (x_j, θ_j) . (x_j, θ_j) 处在相椭圆上, 椭圆方程与该点的 Twiss 参数 α_j ,

表1 模拟计算中应用的典型参数

储存环参数	
环周长	141.051 m
冷却段长度	2.7 m
横向振荡波数	$Q_h=3.4516, Q_v=2.8893$
冷却段 β 函数	$\beta_h=7.311 \text{ m}, \beta_v=8.981 \text{ m}$
冷却段 α 函数	$\alpha_h=\alpha_v=0$
冷却段色散函数	$D_h=0.0 \text{ m}$
机器色品	$\xi_h=-4.907, \xi_v=-3.988$
转变 γ_r 值	4.359
高频电压幅值	400 V
高频谐波数	1
离子的纵向振荡周期	2.87 ms
电子束的典型参数	
电子能量	13.71 keV
平均速度	$6.81 \times 10^7 \text{ m/s}$
电子束半径	2.5 cm
电子流强	1.2 A
电子密度	$5.60 \times 10^7 / \text{cm}^3$
横向温度	0.2 eV
纵向温度	$0.19 \times 10^{-4} \text{ eV}$
横向方均根速度	$1.88 \times 10^5 \text{ m/s}$
纵向方均根速度	$3.14 \times 10^5 \text{ m/s}$
螺线管磁场强度	1000 Gauss
冷却前离子参数	
离子	$^{40}\text{Ar}^{18+}$
能量	25 MeV/u
横向发射度	$25 \pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$
动量散度	$\pm 1.5 \times 10^{-3}$

β_j 和 γ_j 相关联, 即

$$\gamma_i x_j^2 + 2\alpha_j x_j \theta_j + \beta_j \theta_j^2 = \varepsilon_j,$$

式中 ε_j 称为 Courant-Snyder 不变量^[6], $\pi\varepsilon_j$ 就是束流的发射度.

根据上述原理, 模拟计算了兰州重离子加速器冷却储存环(HIRFL-CSR)内典型离子 $^{40}\text{Ar}^{18+}$ 在注入能量(25 MeV/u)上的冷却过程, 计算中应用的典型参数如表1所示.

3 模拟结果及分析

模拟得到的离子束的动量散度和横向发射度随时间连续衰减的图象如图2所示, 其水平和垂直发射度的变化基本相同. 离子的动量散度振荡衰减, 振荡的包络就是整个束流的动量散度. 另外, 从图上可以看出, 冷却力作为离子速度的非线性函数之特性明

显地表现在 ε_j 和 $\frac{\Delta p}{p_s}$ 随时间变化的行

为上, 当 ε_j 和 $\frac{\Delta p}{p_s}$ 变得很小时, 由于冷却率的急剧增大, 这些参数也迅速地衰减.

为明确起见, 定义一个平衡冷却时间 τ , 即束流发射度和动量散度从初始值冷却到预置的平衡值 $\pi\varepsilon_{h,v} = 0.5 \pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$ 时所经历的时间, 以区分引言中定义的 e^{-1} 冷却时间.

3.1 电子束空间电荷效应的影响

为了研究电子束空间电荷效应对冷却过程的影响, 在只改变中性化因子 f_n , 而其它参数完全相同(其中色散函数都取为零)的情况下计算了平衡冷却时间, 如图3所示. 显然, 中和电子束的空间电荷可以使冷却明显加快, 特别是对于纵向分量.

空间电荷引起的电子相对动量偏离随半径呈抛物线形分布(见(10)式), 并且, 中性化因子越小, 抛物线越窄, 如图4所示. 当离子经过冷却段时, 假设其动量散度小于

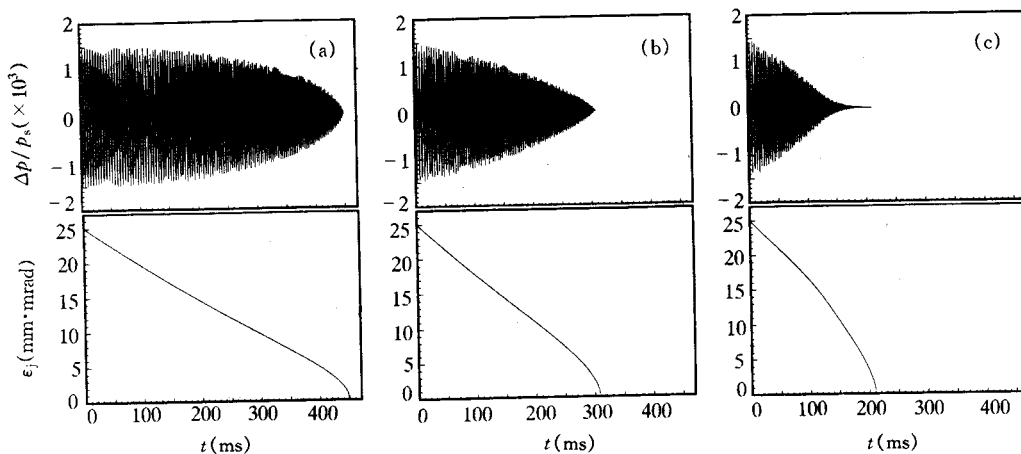


图2 离子束的动量散度和横向发射度随冷却时间 t 的变化

(a) $f_n=0$, (b) $f_n=50\%$, (c) $f_n=90\%$.

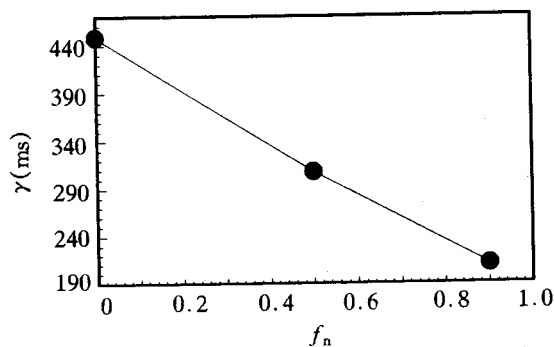


图3 冷却时间 τ 随空间电荷中性化因子 f_n 的变化

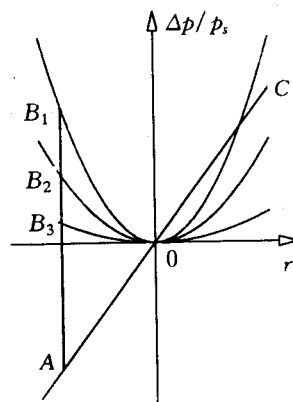


图4 冷却段电子束的空间电荷效应示意图

直线 AC 表示色散.

零, 并且由于横向振荡或(和)冷却段色散使得离子处在 A 点, 那么, 离子与对应位置上的电子的纵向速度差分别用线段 AB_1 、 AB_2 和 AB_3 来表示, 显然, $AB_1 > AB_2 > AB_3$. 因为速度差越大, 冷却力越小, 所以, 抛物线越窄, 即电子束空间电荷中性化因子越小, 冷却时间就越长.

3.2 冷却段色散函数的影响

色散函数的影响是通过电子束的空间电荷效应而产生的, 为此, 维持其它参数不变(电子束流强等于 1.2 A), 仅仅调变色散函数 D_h 及空间电荷中性化因子 f_n 的大小, 对冷却过程进行模拟. 模拟结果 τ 和相应的 f_n 、 D_h 值如图 5 所示.

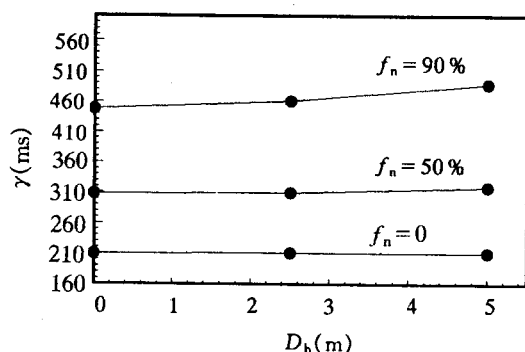


图5 色散函数 D_h 和空间电荷中性化因子 f_n 对冷却时间 τ 的共同影响

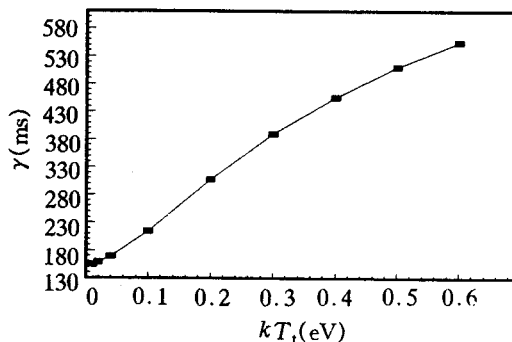


图6 横向电子束温度 kT_t 对冷却时间 τ 的影响

在电子流强等于 1.2 A 的情况下, 只要电子束的空间电荷能够被中和 50%, 那么即使冷却段存在 5 m 大的色散, 冷却快慢也基本不受影响. 这主要是由于周期性的纵向振荡, 使得离子在穿越冷却段时, 其动量散度时正时负. 在负的时候, 色散会使冷却变慢 (如上述分析), 而在正的情况下, 反而有助于加快冷却. 但是另外一方面, 如果电子枪高压电源存在纹波, 那么色散会使得电子束在水平方向形成一个弥散, 从而限制被冷却离子束能够达到的最低温度^[3]. 此外, 色散函数会对离子束造成一个不稳定区域. 所以, 综合考虑, 我们要求冷却段无色散.

3.3 电子束横向温度的影响

电子束的横向温度是影响冷却过程快慢的重要因素. 计算中, 将横向温度 kT_t 依次取为 0.01、0.02、0.04、0.1、0.2、0.4、0.5、0.6 eV, 并维持其它参数不变 (其中 $f_n = 50\%$), 得到的冷却时间 τ 如图 6 所示. 可以看出, 获得低温电子束可以使冷却时间明显缩短.

4 讨 论

严格地说, 开始位于同一相椭圆上的粒子, 经过非线性力作用之后, 不再位于椭圆形的曲线上, 这时束团的发射度应为该复杂曲线之外接椭圆的面积. 基于这种考虑, 作了多粒子模拟, 比如产生 300 个模型粒子, 在初始时刻, 其中 200 个粒子均匀地分布在同一相椭圆上, 另外 100 个在该椭圆内部满足 Gauss 密度分布. 模拟结果显示, 在整个冷却过程中, 这 200 个粒子几乎都处在同一椭圆形曲线上, 各自对应的相椭圆面积的相对偏差小于 2%. 这表明, 在冷却力的作用下, 束团相椭圆的畸变不明显. 因此, 文中采用单粒子模拟是合理的.

另外, 依据上述原理, 我们模拟了德国 Heidelberg 试验储存环 (TSR) 上 11.1 MeV/u C^{6+} 和 S^{16+} 的冷却过程, 所得结果与他们的实验测量值相吻合.

总之, 获得低温电子束并中和其空间电荷, 可以明显地加快冷却, 因此, 在 HIRFL-CSR 冷却装置上应考虑应用绝热膨胀原理设计电子枪.

感谢俄罗斯 Dubna I. N. Meshkov 教授的极大帮助和东京大学核研所(INS)的 T. Katayama 教授的有益讨论.

参 考 文 献

- [1] M. Steck *et al.*, GSI repprt, GSI-95-05(1995)33.
- [2] I. N. Meshkov *et al.*, Heavy Ion Storage Ring Complex K4-K10, A Technical Proposal, Dubna 1992, 85.
- [3] H. Poth, *Phys. Rep.*, **196**(1990)137.
- [4] A. Yu Lavrentev, I. N. Meshkov, private communication, (1995).
- [5] J. Le Duff, CERN 94-01(1994)289.
- [6] E. D. Courant, H. S. Snyder, *Annals of Physics*, **3**(1958)1.
- [7] I. N. Meshkov, *Phys. Part. Nucl.*, **25**(1994)631.
- [8] Ya. S. Derbenev, I. N. Meshkov, CERN 77-08(1977).
- [9] T. J. P. Ellison, thesis, Indiana U.-Bloomington, (1991).

Simulation of Electron Cooling Process in a Storage Ring

Rao Yinong Xia Jiawen Yuan Youjin Wei Baowen

(*Institute of Modern Physics, The Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000*)

Received 15 February 1996

Abstract

A simulation of electron cooling process for the heavy ion beam in the proposed HIRFL Cooler-Storage Ring (HIRFL-CSR) is performed by taking into account the betatron and synchrotron oscillations of single particle. The continuous evolution of ion beam emittances and relative momentum spread are shown. Some factors that influence the cooling speed, like the space charge effect of electron beam, the dispersion in cooler section and the electron beam transverse temperature are presented.

Key words electron cooling, cooling force, cooling time, betatron oscillation, synchrotron oscillation.