

# 中能 $K^+$ 核弹性散射光学势参数\*

谭玉红<sup>1</sup> 宁平治<sup>1,2</sup> 蔡崇海<sup>1</sup>

1(南开大学物理系 天津 300071)

2(中国科学院理论物理研究所 北京 100080)

**摘要** 采用包含库仑场影响的一级修正的 eikonal 相移研究了入射动量为  $715\text{MeV}/c$  的  $K^+$  介子与  ${}^6\text{Li}$ 、 ${}^{12}\text{C}$  核散射及入射动量为  $800\text{MeV}/c$  的  $K^+$  介子与  ${}^{12}\text{C}$ 、 ${}^{40}\text{Ca}$  核散射的微分截面,通过理论微分截面与相应实验数据的拟合,得到了最佳光学势参数,为  $K^+$  核散射的微观研究提供一定依据. 用得到的光学势计算了相应散射过程的总截面,并与实验值作了比较.

**关键词**  $K^+$  核散射 eikonal 相移 光学势

## 1 引言

对  $K^+$  介子弹性散射微分截面的研究一直是一个热门课题. 文献[1]的作者用两种不同的自由参数冲量近似计算了入射动量为  $715\text{MeV}/c$  的  $K^+$  介子与  ${}^6\text{Li}$ 、 ${}^{12}\text{C}$  核散射的微分截面;文献[2]的作者用 Kisslinger 模型计算了入射动量为  $800\text{MeV}/c$  的  $K^+$  介子与  ${}^{12}\text{C}$ 、 ${}^{40}\text{Ca}$  核散射的微分截面,结果与实验有不同程度的符合. 本文采用 eikonal 近似下的光学模型对上述问题进行研究.

用 eikonal 近似理论框架描述散射过程已作了许多工作<sup>[3-7]</sup>. 发现, eikonal 近似是解决高能势散射的一个有效方法,它简洁,便于操作和理论分析,且具有与求解 Klein-Gordon 方程几乎相同的效果,已经广泛应用到强子与核的散射中<sup>[8]</sup>. Carstiu 和 Lombard<sup>[7]</sup>调查了低能区总截面和总反应截面 eikonal 近似的限制. 他们只考虑了轻元素,忽略了库仑相移. 前不久,更高阶的 eikonal 相移修正只应用到强子或轻元素与核的散射中. 最近,文献[9]考虑了库仑场的影响,并把修正后的 eikonal 相移应用到重离子弹性散射中,取得了很好的结果. Moon Hoe Cha 的另一篇文章文献[10]中讨论了二级修正相对一级修正改进很小,我们把此方法一级修正的 eikonal 相移用来研究  $K^+$  核散射微分截面问题,同样得到了很好的结果.

最后用得到的 Woods-Saxon 势分别计算了入射动量为  $715\text{MeV}/c$  的  $K^+$  介子与  ${}^6\text{Li}$ 、

1997-12-15收稿,1998-03-26收修改稿

\* 国家自然科学基金(19575028)资助

$^{12}\text{C}$  散射的总截面, 以及入射动量为  $800\text{MeV}/c$  的  $K^+$  介子与  $^{12}\text{C}$ 、 $^{40}\text{Ca}$  散射的总截面, 并与实验值作了比较.

研究目的是对现有的  $K^+$  核散射微分截面的实验数据进行唯象分析和光学模型拟合, 提供最佳光学势参数, 为  $K^+$  核散射的微观研究提供一定依据. 如文献 [11] 指出的, 当由实验数据确定  $K^+$  核总截面  $\sigma_t$  和反应截面  $\sigma_r$  时也需要用到光学势参数. 在过去很长时间里  $K^+$  核实验数据很少, 只有关于  $^{12}\text{C}$  的数据. 近几年在能区和靶核种类方面都有扩展, 这为本工作提供了适当的实验基础. 本文的唯象分析是我们  $K^+$  核散射研究计划的一个组成部分.

## 2 理论框架

零自旋  $K^+$  介子和零自旋靶核间的弹性散射振幅为

$$f(\theta) = f_r(\theta) + \frac{1}{ik} \sum_{l=0}^{\infty} \left( l + \frac{1}{2} \right) e^{2i\sigma_l} (S_l^N - 1) P_l(\cos\theta), \quad (1)$$

其中  $f_r(\theta)$  是卢瑟福散射振幅,  $\sigma_l$  为库仑相移, 表达式分别是

$$f_r(\theta) = -\frac{\eta}{2k \sin^2 \frac{\theta}{2}} \exp \left[ -i\eta \ln \left( \sin \frac{\theta}{2} \right)^2 + 2i\sigma_0 \right], \quad (2)$$

$$\sigma_l = \frac{1}{2i} \ln \frac{\Gamma(1+l+i\eta)}{\Gamma(1+l-i\eta)} = \arg \Gamma(1+l+i\eta), \quad (3)$$

所以

$$e^{2i\sigma_l} = \frac{\Gamma(1+l+i\eta)}{\Gamma(1+l-i\eta)}, \quad (4)$$

其中  $\eta$  即是索末菲参数

$$\eta = \frac{Z_{K^+} Z_N \mu \sqrt{m_N^2 + m_{K^+}^2 + 2m_N E_{K^+}}}{\hbar c p_{K^+} m_N}, \quad (5)$$

其中  $Z_{K^+}$  与  $Z_N$  分别是  $K^+$  介子和靶核的电荷数,  $p_{K^+}$  是  $K^+$  介子的入射动量,  $m_{K^+}$  与  $m_N$  分别为  $K^+$  介子和靶核的质量,  $E_{K^+}$  是实验系  $K^+$  介子的总能量,  $\mu$  是约化质量,  $E_{K^+}$  和  $\mu$  的表达式分别为

$$E_{K^+} = \sqrt{p_{K^+}^2 + m_{K^+}^2}, \quad (6)$$

和

$$\mu = \frac{m_{K^+} m_N}{m_{K^+} + m_N}. \quad (7)$$

质心系中  $K^+$  介子的波数在考虑相对论运动学修正后为

$$k = \frac{m_N}{\hbar} \left[ \frac{(E_{K^+}/c^2) - m_{K^+}^2 \cdot c^2}{m_{K^+}^2 + m_N^2 + 2m_N E_{K^+}/c^2} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (8)$$

等式(1)中的  $S$  矩阵元  $S_l^N$  通过核相移  $\delta_l^N$  得到, 即  $S_l^N = \exp(2i\delta_l^N)$ . eikonal 相移的零级近似和一级近似分别为

$$\delta_l^0 = -\frac{\mu}{\hbar^2 k} \int_0^\infty V_N(\sqrt{r_c^2 + z^2}) dz, \quad (9)$$

$$\delta_l^1 = -\frac{\mu^2}{2\hbar^4 k^3} \left( 1 + r_c \frac{d}{dr_c} \right) \int_0^\infty V_N^2(\sqrt{r_c^2 + z^2}) dz, \quad (10)$$

此处  $r_c$  是最近距离, 表达式为

$$r_c = \frac{\eta}{k} + \left[ \frac{\eta^2 + l(l+1)}{k^2} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (11)$$

$V_N(r)$  是表示  $K^+$  介子与靶核相互作用的光学势, 通常取复 Woods-Saxon 形式

$$V_N(r) = -\frac{V_0}{1 + e^{(r-r_v A_N^{1/3})/a_v}} - i \frac{W_0}{1 + e^{(r-r_w A_N^{1/3})/a_w}}, \quad (12)$$

$A_N$  为靶核质量数.

用上述 eikonal 相移  $\delta_l^0$  和  $\delta_l^1$  代入公式(1)计算入射动量为  $715\text{MeV}/c$  的  $K^+$  介子与  ${}^6\text{Li}$ 、 ${}^{12}\text{C}$  和  $800\text{MeV}/c$  的  $K^+$  介子与  ${}^{12}\text{C}$ 、 ${}^{40}\text{Ca}$  的弹性微分散射截面. 微分截面由下式给出

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2, \quad (13)$$

把公式(1)代入上式就得到微分截面的公式.

### 3 最佳参数及计算结果

为了对每一个靶核找到  $K^+$  核散射光学势(12)式中六个参数的最佳值, 采用了  $\chi^2$  拟合技术. 表1、表2中分别给出了  $715\text{MeV}/c$  的  $K^+$  介子与  ${}^6\text{Li}$ 、 ${}^{12}\text{C}$  散射和  $800\text{MeV}/c$  的  $K^+$  介子与  ${}^{12}\text{C}$ 、 ${}^{40}\text{Ca}$  散射的理论微分截面拟合实验所得的 Woods-Saxon 势参数. 由公式(13)得

表1 入射动量为  $715\text{MeV}/c$  的  $K^+$  介子被  ${}^6\text{Li}$ 、 ${}^{12}\text{C}$  散射时, 采用 eikonal 相移分析, 拟合实验数据得到的复 Woods-Saxon 势的形式参数

| 过程                      | 级数 | $V_0/\text{MeV}$ | $W_0/\text{MeV}$ | $r_v/\text{fm}$ | $a_v/\text{fm}$ | $r_w/\text{fm}$ | $a_w/\text{fm}$ |
|-------------------------|----|------------------|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $K^+ - {}^6\text{Li}$   | 0级 | 26.00            | 34.00            | 0.93            | 0.56            | 0.80            | 0.46            |
|                         | 1级 | 30.00            | 67.00            | 0.93            | 0.55            | 0.80            | 0.45            |
| $K^+ - {}^{12}\text{C}$ | 0级 | 29.00            | 58.00            | 0.95            | 0.56            | 0.82            | 0.46            |
|                         | 1级 | 30.00            | 69.00            | 0.95            | 0.56            | 0.84            | 0.46            |

表2 入射动量为 $800\text{MeV}/c$ 的 $K^+$ 介子被 $^{12}\text{C}$ 、 $^{40}\text{Ca}$ 散射时,采用eikonal相移分析,拟合实验数据得到的复Woods-saxon势的形式参数

| 过程                   | 级数 | $V_0/\text{MeV}$ | $W_0/\text{MeV}$ | $r_v/\text{fm}$ | $a_v/\text{fm}$ | $r_w/\text{fm}$ | $a_w/\text{fm}$ |
|----------------------|----|------------------|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $K^+-^{12}\text{C}$  | 0级 | 52.90            | 59.50            | 0.95            | 0.56            | 0.82            | 0.45            |
|                      | 1级 | 46.60            | 69.00            | 0.94            | 0.56            | 0.83            | 0.43            |
| $K^+-^{40}\text{Ca}$ | 0级 | 42.15            | 74.50            | 1.05            | 0.65            | 0.87            | 0.56            |
|                      | 1级 | 37.84            | 85.00            | 1.06            | 0.65            | 0.89            | 0.55            |

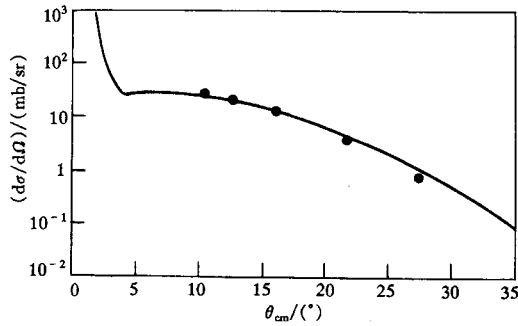


图1  $715\text{MeV}/c$ 的 $K^+$ 介子与 $^6\text{Li}$ 散射的弹性散射微分截面  
(势参数取自表1中2、3行,实验点取自文献[1])

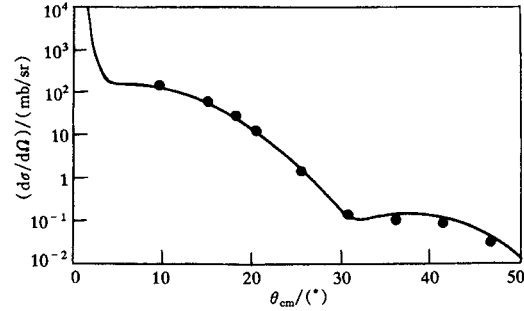


图2  $715\text{MeV}/c$ 的 $K^+$ 介子与 $^{12}\text{C}$ 散射的弹性散射微分截面  
(势参数取自表1中4、5行,实验点取自文献[1])

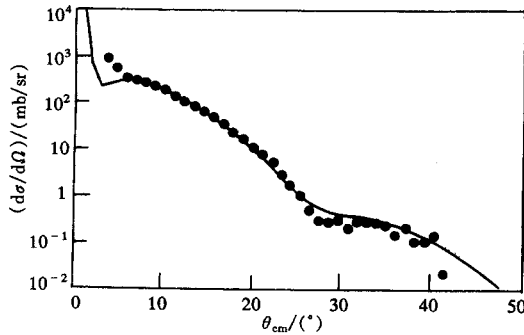


图3  $800\text{MeV}/c$ 的 $K^+$ 介子与 $^{12}\text{C}$ 散射的弹性散射微分截面  
(势参数取自表2中2、3行,实验点取自文献[2])

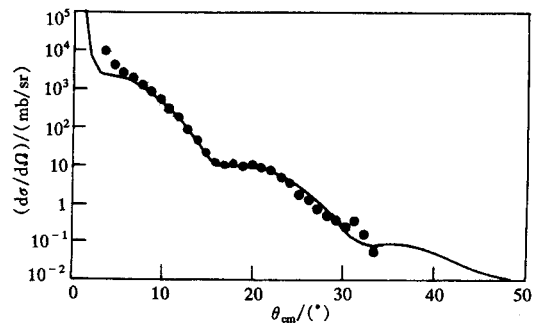


图4  $800\text{MeV}/c$ 的 $K^+$ 介子与 $^{40}\text{Ca}$ 散射的弹性散射微分截面  
(势参数取自表2中4、5行,实验点取自文献[2])

出微分散射截面如图1至4所示.图中实线代表理论计算的结果,黑点代表实验点.图1和图2分别是入射动量 $715\text{MeV}/c$ 的 $K^+$ 介子与 $^6\text{Li}$ 、 $^{12}\text{C}$ 的弹性散射微分截面,实验点由文献[1]给出.图3和图4分别是入射动量 $800\text{MeV}/c$ 的 $K^+$ 介子与 $^{12}\text{C}$ 、 $^{40}\text{Ca}$ 散射的弹性散射微分截面,实验点由文献[2]给出.从图中可以看出图1和图2理论结果与实验值符合得非常好,图3和图4大部分实验点落在理论曲线上,个别点符合得不是很好.在表3中

表3 各组拟合对应的 $\chi^2/N$ 

| 入射粒子 $K^+$ | 715/ (MeV/c)    |                   | 800/ (MeV/c)      |                    |
|------------|-----------------|-------------------|-------------------|--------------------|
|            | ${}^6\text{Li}$ | ${}^{12}\text{C}$ | ${}^{12}\text{C}$ | ${}^{40}\text{Ca}$ |
| $\chi^2/N$ | 0.57            | 1.39              | 1.83              | 1.81               |

给出了各组拟合参数对应的 $\chi^2/N$ 值.

#### 4 在总截面中的应用

由散射振幅求总截面时,省略卢瑟福振幅和库仑相移,则散射振幅改写为

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(S_l^N - 1)P_l(\cos\theta), \quad (14)$$

光学模型下总截面可由下式得出

$$\sigma_t = \frac{4\pi}{k} \text{Im}f(\theta = 0^\circ), \quad (15)$$

应用表 1 中的两组参数计算了入射动量为 715MeV/c 的  $K^+$  介子与 ${}^6\text{Li}$ 、 ${}^{12}\text{C}$  散射的总截面,用表 2 中的参数计算了入射动量为 800MeV/c 的  $K^+$  介子与  ${}^{12}\text{C}$ 、 ${}^{40}\text{Ca}$  散射的总截面.在表 4 中给出了计算结果. 通过与几个实验点做比较,发现入射动量为 715MeV/c 的  $K^+$  介子与 ${}^{12}\text{C}$  核的散射总截面与实验符合得很好;与 ${}^6\text{Li}$  核的散射总截面比实验值稍小;入射动量为 800MeV/c 的  $K^+$  介子与 ${}^{12}\text{C}$ 、 ${}^{40}\text{Ca}$  核的散射总截面与附近实验点的实验值比较稍大.

表4  $K^+$ 核散射总截面理论值与实验值的比较

| 过程                       | 入射动量<br>(MeV/c) | 实验值(mb)                | 理论值(mb) |
|--------------------------|-----------------|------------------------|---------|
| $K^+ - {}^6\text{Li}$    | 714             | 87.05 <sup>[15]</sup>  | ...     |
|                          | 715             | ...                    | 71.00   |
| $K^+ - {}^{12}\text{C}$  | 714             | 178.66 <sup>[15]</sup> | ...     |
|                          | 715             | ...                    | 178.61  |
| $K^+ - {}^{12}\text{C}$  | 740             | 179.80 <sup>[16]</sup> | ...     |
|                          | 800             | ...                    | 196.00  |
|                          | 824             | 177.90 <sup>[17]</sup> | ...     |
| $K^+ - {}^{40}\text{Ca}$ | 714             | 534.00 <sup>[15]</sup> | ...     |
|                          | 800             | ...                    | 685.85  |

#### 5 结果与讨论

在本工作中,采用 eikonal 相移的一级修正近似,通过  $K^+$  核弹性散射的微分截面理论

计算与实验值拟合, 得出了几组拟合参数, 用得出的势计算了相应的散射总截面, 结果与实验数据有一定的符合, 说明本结果有一定的合理性. 但微分截面在小角度处理论结果与实验符合得不好, 这与本文采用的模型的性质和考虑势参数取值的合理性而对其做的限制有关.

结果表明, 为了拟合实验数据,  $K^+$ 核光学势要求一个较大的虚部. 例如对  $K^+ -^{12}\text{C}$  相应于 715 和 800 MeV/c 的光学势虚部值均为 69 MeV/c. 这结果与文献 [12] 利用 Brueckner 理论得到的光学势虚部最大值 (60 MeV) 相近. 此外, 结果还显示出 (12) 式光学势虚部参数值随靶核质量增加而增大的趋势. 文献 [13、14] 在用介子交换流模型分析  $K^+$  核散射时也指出需增大光学势虚部. 文献 [14] 建议附加上  $\rho^2$  项来增大  $t\rho$  光学势的虚部. 然而,  $K^+$  介子在核物质内的长自由程、高穿透性和无共振行为的特点似乎要求  $K^+$  介子在核内的吸收不应很强. 文献 [11] 的工作也指出, 为符合四种靶核的  $K^+$  散射数据, 必须在 Kisslinger 势中唯象地引入密度相关性. 但这样一来, 他们发现, “与排斥性的  $t\rho$  势相反, 密度相关 Kisslinger 势是吸收性的, 而这在该能区是很难接受的”. 因此, 上述各家的工作, 连同本工作都表明以前认为相对简单的中能  $K^+$  核散射过程可能并不那么简单, 其中可能还有尚未被认识的复杂因素, 包括各种复杂的介质效应等, 需要更多的理论和实验工作来澄清.

### 参 考 文 献

- [1] Michael R et al. Phys. Lett., 1996, **B382**:29
- [2] Marlow D et al. Phys. Rev., 1982, **C25**:2619
- [3] Donnelly T W, Dubach J, Walecka J D. Nucl. phys., 1974, **A232**:335
- [4] Knoll J, Schaeffer R. Amm. Phys. (N.Y.), 1976, **97**:307
- [5] Chauvin J, lebrun D, Durand F, Buenerd M. J. Phys., 1985, **G11**:261
- [6] da Silveira R, Leclercq-Willain Ch. J. Phys., 1987, **G13**:149
- [7] Fäldt G, Ingemarsson A. J. Mahalanabis, Phys. Rev., 1992, **C46**:1974
- [8] Carstoiu F, Lombard R J. Phys. Rev., 1993, **C48**:830
- [9] Cha, M H, Kim Y J. Phys. Rev., 1995, **C51**:212
- [10] Cha M H, Kim Y J. Phys. Rev., 1996, **C54**:429
- [11] Friedman E et al. Phys. Rev., 1997, **C55**:1304
- [12] Labarsouque J. Nucl. Phys., 1990, **A506**:539
- [13] Jiang M F, Koltum D S. Phys. Rev., 1992, **C46**:2426
- [14] Garcia-Recio C et al. Phys. Rev., 1995, **C51**:237  
MeiBner U G et al. Phys. Lett., 1995, **B353**:161
- [15] Weiss R et al. Phys. Rev., 1994, **C49**:2569
- [16] Krauss R A et al. Phys. Rev., 1992, **C46**:655
- [17] Bugg D V Phys. Rev., 1968, **168**:1466

## Intermediate Energy $K^+$ Nucleus Elastic Scattering Optical Potential Parameters\*

Tan Yuhong<sup>1</sup> Ning Pingzhi<sup>1,2</sup> Cai Chonghai<sup>1</sup>

1(*Department of Physics, Nankai University, Tianjin 300071*)

2(*Institute of Theoretical Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080*)

**Abstract** Elastic differential cross sections for  $K^+$  mesons scattered from  $^{12}\text{C}$  and  $^6\text{Li}$  targets at an incident momentum of 715 MeV/ $c$  and from  $^{12}\text{C}$ ,  $^{40}\text{Ca}$  targets at an incident momentum of 800 MeV/ $c$  have been studied in this paper. The method of the eikonal phase shift with the first-order correction including the deflection effect due to the coulomb field has been used in the work. By the fitting the theoretical differential cross sections with the corresponding experimental results we have got the optimum optical potential parameters, which provides some kind of bases for the microscopic study of  $K^+$  elastic scattering. We gained the total cross sections for the corresponding scatterings by using the optical potential, and compared it with the experimental data.

**Key words**  $K^+$  nucleus scattering, eikonal phase shift, optical potential