

周期场中强束流的特性研究*

欧阳华甫 郁庆长

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

摘要 用薄透镜近似空间电荷相互作用的方法研究了强束流在周期场中的传输特性. 通过计算可以说明束晕的形成. 同时, 也为研究比 K-V 分布更为复杂、真实的束流分布的传输特性提供了一种新的计算方法.

关键词 束晕 束流动力学 混沌 K-V分布 钟形分布

1 引言

强流、高能质子直线加速器(束流功率比现有加速器束流功率最高水平($\sim 1\text{MW}$)大几十甚至上百倍)因其潜在的用途如核废物的处理、氙的生产、钷的嬗变以及作为生产洁净核能的驱动装置而受到人们的普遍关注^[1]. 在这类加速器的设计中面临的一个主要问题是束流的损失, 因为束流损失会在加速器的高能段引起加速器的辐射激活而降低加速器元件的寿命, 妨碍加速器的即时人工维修. 研究表明, 在这类加速器的高能段, 要进行加速器的即时人工维修(关机 1~2 小时后)其束流损失率应小于 $1\text{nA}/\text{m}$. 束流损失因束晕的形成和发展而大大加强. 束晕是存在束核外面的, 半径比束核大得多的一个低密度束圈. 因而非常容易损失. 另外, 用刮束器刮掉后, 又有粒子从束核出来形成新的束晕粒子. 因此, 对束晕形成机制的研究以及如何有效地控制束晕成为当前研制这类加速器的一个重要课题. 理论和实验研究表明形成束晕的一个主要原因是束流与加速器的不匹配^[2-4].

在研究束晕形成机制时, 一个普遍用到的模型是粒子-束核模型^[5-9]. 该模型把束流分为束核粒子和束晕粒子两部分. 束核作振荡运动并且其运动满足均方根包络方程. 作振荡运动的原因, 对均匀外场中的束流可以是由于初始时束流的经向不匹配, 而对 FODO 周期结构中传输的束流即便是初始时匹配束核也是振荡的. 束晕粒子与束核相互作用. 当束核粒子的分布为 K-V 分布时^[10], 核外粒子穿过束核所感受到的力是不同的. 当粒子在束核内时, 粒子受到的空间电荷力为线性, 而当粒子在束核外时, 粒子受到的空间电荷力为非线性. 该模型不但可以说明束晕形成的动力学机制, 还可以定量地算出束流在各

1998-01-16收稿

* 国家自然科学基金资助

种不匹配程度情况下时束晕粒子的最大半径^[11]。且所得到的结果与 PARMILA 模拟得到的结果基本一致。目前,利用该模型对束晕的研究基本上都是先写出束核与束晕粒子的动力学方程,然后用数值或解析的方法求解束晕粒子的运动。上述方法存在的主要问题是:当束核粒子的分布为非 K-V 分布或高斯分布的其它更为实际、更为复杂的分布时,很难得到束晕粒子的动力学方程。本文用薄透镜近似空间电荷的相互作用,用传输矩阵代替束核和束晕粒子的动力学方程的方法研究束晕粒子的运动。该方法的一个最大优点就是可以用来研究束流为更加实际、复杂的分布时束流的传输特性。同时,它也为研究束晕提供了一条新的途径。

2 计算方法

为简单起见,假定外场和束流是周期性的并旋转对称。取束流传输的方向与 z 轴方向一致,相邻束峰之间的输运线为一个周期 L 。也就是说,如果假定束流的半径为 R ,那么,在 $z = 0$ 或 $z = L$ 时, $R = R_{\max}$; $z = L/2$ 时, $R = R_{\min}$ 。这里 R_{\max} 和 R_{\min} 分别是束流的最大、最小半径。定义

$$\rho = R_{\max} / R_{\min}, \quad R_a = \sqrt{R_{\max} R_{\min}}, \quad \beta = R_a / \varepsilon. \quad (1)$$

这里 ε 是束流发射度, ρ 和 β 是电流强度 I 的函数。记 $I = 0$ 时 ρ 和 β 的值为 ρ_0 和 β_0 , 并假定 $\rho = \rho_0$ 。粒子的运动轨迹可以用以下矢量描述

$$\begin{pmatrix} r \\ r' \end{pmatrix},$$

这里 r 代表横向位移 (x 或 y), $r' = dr/dz$ 。外场的作用可以用传输矩阵的形式来体现。前半周期和后半周期的传输矩阵 M_{F0} 、 M_{L0} 分别是^[12]

$$\begin{aligned} M_{F0} &= \begin{pmatrix} \rho^{-1} \cos(\mu_0 / 2) & \beta_0 \sin(\mu_0 / 2) \\ -\beta_0^{-1} \sin(\mu_0 / 2) & \rho \cos(\mu_0 / 2) \end{pmatrix}, \\ M_{L0} &= \begin{pmatrix} \rho \cos(\mu_0 / 2) & \beta_0 \sin(\mu_0 / 2) \\ -\beta_0^{-1} \sin(\mu_0 / 2) & \rho^{-1} \cos(\mu_0 / 2) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (2)$$

这里 μ_0 是 $I = 0$ 时每周期的相移。

把一系列薄透镜安放在束流的每个束腰处来近似空间电荷之间的相互作用。当粒子通过薄透镜时,粒子受透镜的作用 r' 将增加 $\Delta r'$, 即 $r' \rightarrow r' + \Delta r'$ 。当束核为 K-V 分布时,在 $z = 0$ 或 $z = L$ 处,

$$\Delta r' = \begin{cases} \frac{gr}{R_a^2 \rho} = \frac{gr}{\beta \varepsilon \rho}, & \text{如果 } |r| \leq R_a \sqrt{\rho}, \\ \frac{g}{r}, & \text{如果 } |r| > R_a \sqrt{\rho}, \end{cases}$$

在 $z = L/2$ 处,

$$\Delta r' = \begin{cases} \frac{g\rho r}{\beta\varepsilon}, & \text{如果 } |r| \leq \frac{R_a}{\sqrt{\rho}}, \\ \frac{g}{r}, & \text{如果 } |r| > \frac{R_a}{\sqrt{\rho}}, \end{cases} \quad (3)$$

这里 g 是一个和广义导流系数有关的常数. 另一方面, 如果考虑空间电荷相互作用力, 那么前半周期的传输矩阵可以写成

$$M_F = \begin{pmatrix} \rho^{-1}\cos(\mu/2) & \beta\sin(\mu/2) \\ -\beta^{-1}\sin(\mu/2) & \rho\cos(\mu/2) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

这里 μ 是考虑空间电荷相互作用力时束核内的粒子每周期的相移. 显然, M_F 应当满足以下条件

$$M_F = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{g\rho}{2\beta\varepsilon} & 1 \end{pmatrix} M_{F0} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{g}{2\beta\varepsilon\rho} & 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

从公式 (4) 和 (5) 可以得到

$$\frac{1}{\rho} \cos\left(\frac{\mu}{2}\right) = \frac{1}{\rho} \cos\left(\frac{\mu_0}{2}\right) + \frac{g\beta_0}{2\beta\varepsilon\rho} \sin\left(\frac{\mu_0}{2}\right),$$

和

$$\beta \sin\left(\frac{\mu}{2}\right) = \beta_0 \sin\left(\frac{\mu_0}{2}\right).$$

让 $G = \frac{g\beta_0}{\beta\varepsilon}$, 那么可得

$$G = \frac{2}{\sin\left(\frac{\mu_0}{2}\right)} \left[\cos\left(\frac{\mu}{2}\right) - \cos\left(\frac{\mu_0}{2}\right) \right], \quad (6)$$

$$\beta = \beta_0 \frac{\sin\left(\frac{\mu_0}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\mu}{2}\right)}. \quad (7)$$

用同样的方法可以得到后半周期的传输矩阵 M_L .

为了把变量 r 和 r' 转换成无量纲变量, 对 r 和 r' 作以下变换

$$x = \frac{r}{R_a}, \quad y = \frac{r'}{R_a} \beta_0 \mu_0.$$

这样,在不考虑空间电荷相互作用时,变量 x, y 的前半周期和后半周期的传输矩阵分别为

$$\begin{aligned} M'_{F_0} &= \begin{pmatrix} \rho^{-1} \cos(\mu_0 / 2) & \mu_0^{-1} \cos(\mu_0 / 2) \\ -\mu_0 \sin(\mu_0 / 2) & \rho \cos(\mu_0 / 2) \end{pmatrix}, \\ M'_{L_0} &= \begin{pmatrix} \rho \cos(\mu_0 / 2) & \mu_0^{-1} \cos(\mu_0 / 2) \\ -\mu_0 \sin(\mu_0 / 2) & \rho^{-1} \cos(\mu_0 / 2) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (8)$$

同时,由于受薄透镜的作用,在 $z = 0$ 或 $z = L$ 处,

$$\Delta y = \begin{cases} \frac{G\mu_0 x}{\rho}, & \text{如果 } |x| \leq \sqrt{\rho}, \\ \frac{G\mu_0}{x}, & \text{如果 } |x| > \sqrt{\rho}. \end{cases}$$

在 $z = L/2$ 处,

$$\Delta y = \begin{cases} G\mu_0 \rho x, & \text{如果 } |x| \leq \sqrt{\rho}, \\ \frac{G\mu_0}{x}, & \text{如果 } |x| > \sqrt{\rho}. \end{cases} \quad (9)$$

以上所得到的结果都是在束核为 K-V 分布时的情况. 为引入较真实、复杂的束流分布形式,在 $z = 0$ 或 $z = L$ 处,让

$$\Delta y = \begin{cases} \frac{G\mu_0 x}{\rho} \left(1 - h \frac{x^2}{\rho}\right), & \text{如果 } |x| \leq x_s, \\ \frac{G\mu_0}{x}, & \text{如果 } |x| > x_s, \end{cases}$$

这里 $h = 1/4$, $x_s = \sqrt{2\rho}$, 由 Δy 及其导数在边界 $x = x_s$ 上连续的条件得到. 因此,

$$\Delta y = \begin{cases} \frac{G\mu_0 x}{\rho} \left(1 - \frac{x^2}{4\rho}\right), & \text{如果 } |x| \leq \sqrt{2\rho}, \\ \frac{G\mu_0}{x}, & \text{如果 } |x| > \sqrt{2\rho}. \end{cases} \quad (10)$$

用相同的方法可得到在 $z = L/2$ 处,

$$\Delta y = \begin{cases} G\mu_0 x \rho \left(1 - \frac{x^2}{4\rho}\right), & \text{如果 } |x| \leq \sqrt{\frac{2}{\rho}}, \\ \frac{G\mu_0}{x}, & \text{如果 } |x| > \sqrt{\frac{2}{\rho}}. \end{cases} \quad (11)$$

上述分布就是所谓的“钟形分布”.

3 计算结果

计算前,首先定性分析束流粒子的运动.当束核粒子的分布为 K-V 分布时,对半径 $r \leq R$ 的束流粒子,粒子受到来自外场的力和空间电荷力都是线性的,其运动轨迹由传输矩阵 M_F 和 M_L 来描述, μ 是半径 $r \leq R$ 的束流粒子每周期的相移;对半径 $r \gg R$ 的束流粒子,由于粒子受到的空间电荷力可以忽略,其运动轨迹则由传输矩阵 M_{F0} 和 M_{L0} 来描述, μ_0 是半径 $r \gg R$ 的束流粒子每周期的相移.半径从 $r \leq R$ 增加到 $r \gg R$ 的粒子,尽管受到非线性空间电荷力的作用,但由于该力是单调减小的,所以其每周期的相移从 μ 增加到 μ_0 .如果 $\mu_0 > 180^\circ$, $\mu < 180^\circ$,将发生半整数共振,这种情况在加速器的设计中必须加以避免.如果 $\mu_0 > 90^\circ$, $\mu < 90^\circ$,将发生 $1/4$ 整数以及其它更高级别的整数共振,正如将在本文的计算中看到的那样,这也会使束流不稳定.当束流分布为本文介绍的钟形分布时,由于束流密度随 r 的增大逐渐减小,并在 $r = \sqrt{2}R$ 时为 0.在相同的相移 μ, μ_0 情况下,束流比 K-V 分布时稳定.这与下面的计算结果是相一致的.同时,这也与以前的文献得到的“K-V 分布的束流比分布较为实际的束流更易于处于不稳定状态”的结论相一致^[13].

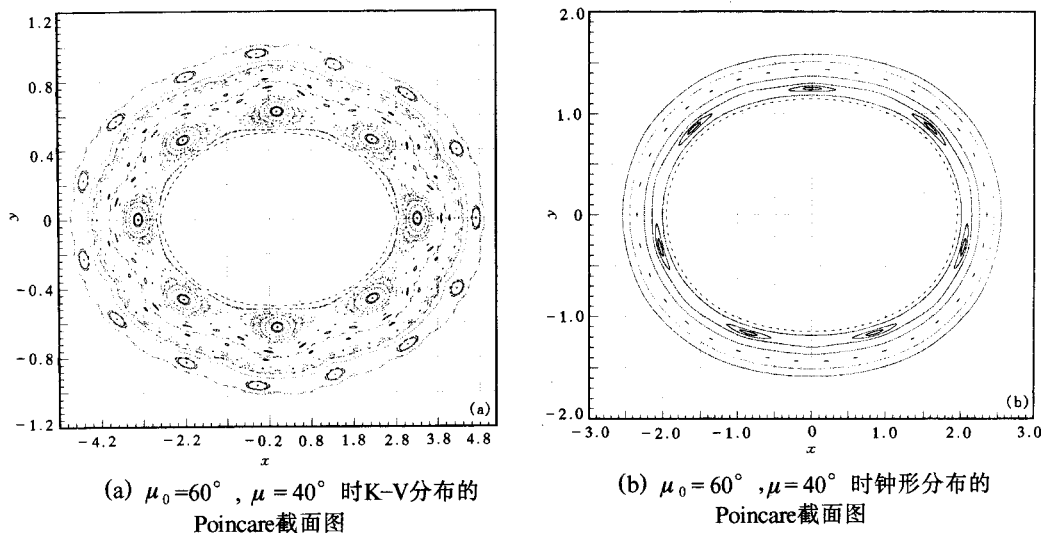


图 1

当 $\mu_0 = 60^\circ$ 和 $\mu = 40^\circ$ 时, K-V 分布和钟形分布束流的 Poincaré 截面图(粒子每经过束峰时便记录一次粒子在 (x, y) 相空间的位置)分别显示在图 1(a) 和图 1(b) 中.从图 1(a) 中可以明显地看到比较大的 $1/8$ ($\mu = 45^\circ$) 共振岛,同时也能分辨出其它级别的共振岛.在图 1(b) 中仅能看到 $1/7$ ($\mu = 51.4^\circ$) 共振岛.根据上面的分析,在 $1/7$ 共振岛的里面还应出现 $1/8$ 共振岛,但从图 1(b) 并未看到.这可能是 $1/8$ 共振岛太小的原因.两个图中都未发现随机的轨迹,不过,可以看出 K-V 分布的相图比钟形分布的相图不规整.因此,在这种相移情况下两种分布都不会产生束晕.以上两图都是在 $\rho = 1.44$ 时得到的, ρ 为其它值时的相图与 $\rho = 1.44$ 时的相图有相同的拓扑结构,所以在以下的计算中保持 $\rho = 1.44$ 不变.

当 $\mu_0 = 100^\circ$ 和 $\mu = 70^\circ$ 时,由以上的分析可知,将发生 $1/4$ ($\mu = 90^\circ$) 和 $1/5$ ($\mu =$

72°)共振. 图 2(a)是 K-V分布的 Poincare 截面图. 图中的 1/4 共振岛非常明显, 但 1/5 共振岛因和 1/4 共振区重叠在一起而看不到. 在 1/4 共振岛附近存在大片混沌区, 通过混沌区束核里的粒子可以出来形成束晕粒子, 反之, 束晕粒子也可以通过混沌区变为束核粒子. 这就说明了为什么束晕粒子被刮掉后又有新的粒子出来形成束晕粒子. 与 K-V分布不同, 对钟形分布的束流, 尽管在其相图 2(b)中也出现 1/4 共振岛, 但在其周围并没有出现混沌区. 所以, 对 K-V分布, 为了得到稳定的强束流, 在束流强度 $I = 0$ 时粒子在加速结构中每周期的相移 μ_0 必须小于 90° . 但是, 对于像钟形分布这样较为真实的其它束流分布则不必要求如此严格.

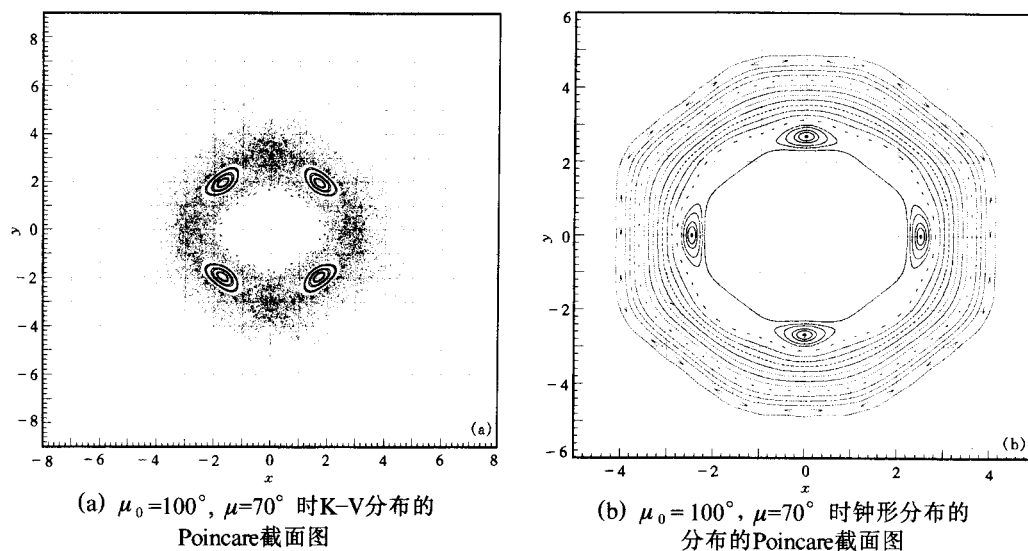


图 2

当相移 μ_0 不变, μ 进一步减小时, 情况基本上还是这样. 图 3(a)是 $\mu_0 = 100^\circ, \mu = 50^\circ$ 时 K-V 分布的 Poincaré 截面图. 这时, 从图中不但可以看到 1/4 共振岛, 同时还可以看到 1/6

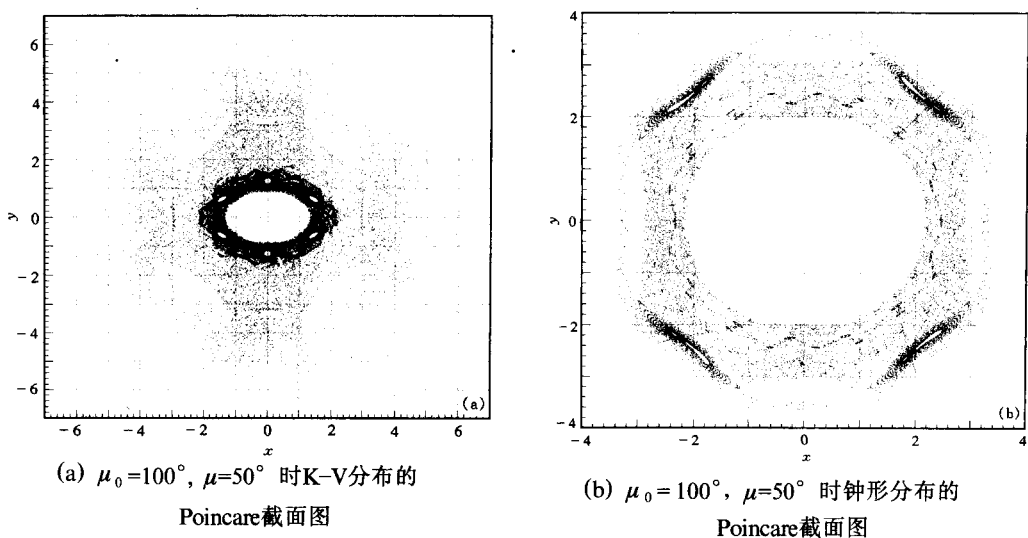


图 3

共振岛. 大片混沌区出现在这两类共振岛之间以及 $1/4$ 共振岛外面. 当然, 在这种情况下, 束晕仍能形成. 图 3(b) 是 $\mu_0 = 100^\circ$, $\mu = 50^\circ$ 时钟形分布的 Poincare 截面图. $1/4$ 共振岛仍然出现. 尽管这时相轨迹不像 $\mu = 70^\circ$ 时那样规整, 可并没有出现混沌区, 故不形成束晕.

4 结论

用薄透镜近似空间电荷相互作用的方法研究了周期场中强束流的传输特性. 经过计算, 可以从束流在相空间的混沌行为来说明束晕形成的动力学机制. 并且从 K-V 和钟形分布的比较中得到了 K-V 分布比真实的束流分布更容易不稳定的结论, 这一结论同以往文献中得到的结论相一致. 因此, 本文介绍的计算方法为研究束晕形成的动力学提供了一条新的途径.

参 考 文 献

- 1 Prome M. Proc. of the XVIII Int. Linear Accel. Conf., 26—30 August, 1996, Geneva, Switzerland, CERN 96-07, 9
- 2 Kehen D, Reiser M, Rudd H. Proc. 1991 PAC, San Francisco, CA, 1991, 284
- 3 Cucchetti A, Reiser M., Wangler T P. Proc. 1991 PAC, San Francisco, CA, 1991, 251
- 4 Reiser M. Proc. 1991 PAC, San Francisco, CA, 1991, 2497
- 5 O'Connel J et al. Proc. 1993 PAC, Washington, DC, 1993, 3657
- 6 Gluckstern R. Phys. Rev. Lett., 1994, 73:1247—1250
- 7 Lagniel J. Nucl. Inst. Meth., 1994, A345:46—53
- 8 Lagniel J. Nucl. Inst. Meth., 1994, A345:405—410
- 9 Wangler T P. Los Alamos Report LA-UR-94-1135(1994)
- 10 Kapchinskii I M. Theory of resonance Linear Accelerators, Harwood Academic Publishers, 1985
- 11 Wangler T P et al. Proc. Of the XVIII Int. Linear Accel. Conf., 26—30 August, 1996, Geneva, Switzerland, CERN 96-07, 372
- 12 Reiser M. Theory and design of Charged Particle Beams John Wiley & Sons, INC. 1994
- 13 Struckmeier J, Klabunde J, Reiser M. Part. Accel., 1984, 15:47—65

Studies on the Behavior of High Intense Beam in the Periodic Filed*

Ouyang Huafu Yu Qingchang

(Institute of High Energy Physics, CAS, Beijing 100039)

Abstract In this paper, we study the behavior of high intense beams in the periodic filed by using thin lens approximation for the space-charge forces. The main chaotic behavior and halo formation can be shown through simple calculations. Meanwhile, it is very easy for us to study the behavior of high intense beams with more complicated realistic distributions than K-V distribution by this approximation, which is rather difficult by other ways.

Key words beam halo, beam dynamics, chaos, K-V distribution, realistic distribution

Received 16 January 1998

* Supported by the National Natural Science Foundation of China