

用改进的格点哈密顿量计算 2+1 维 $SU(2)$ 规范场胶球质量*

李洁明

(中山大学物理系 广州 510275)

江俊勤

(广东教育学院物理系 广州 510303)

(中国高等科学技术中心 北京 100080)

摘要 用改进的格点哈密顿量和截断本征方程法计算 2+1 维 $SU(2)$ 规范场胶球质量, 结果在广阔的耦合区内 ($1.0 \leq 1/g^2 \leq 8.0$) 显示出极好的标度行为.

关键词 格点规范 改进哈密顿量 胶球质量

1 引言

格点规范理论从第一原理出发, 是研究规范场非微扰性质的最可靠方法, 在这一理论中存在着两种等价的形式——作量形式和格点哈密顿量形式, 格点哈密顿量形式的优点在于既能计算粒子质量又能计算粒子波函数, 而波函数可用于计算粒子的产生和衰变. 最近, 我们用改进的格点哈密顿量计算了 1+1 维 QCD 中夸克凝聚和矢量介子质量谱^[1]、2+1 维 $U(1)$ 和 $SU(2)$ 模型中格点规范场真空波函数^[2,3], 结果显示改进格点哈密顿量的优越性. QCD 理论预言, 两个或多个胶子可以组成束缚态——胶球, 胶球的确认不仅是对 QCD 理论的直接验证, 同时, 由于胶球是参与强相互作用的全新类型的强子, 对它的性质的研究将有助于理解强相互作用的本质, 20 多年来, 它一直是理论和实验研究的主要课题. 陈启州等曾经用原始的格点哈密顿量计算了 2+1 维 $SU(2)$ 规范场胶球质量^[4,5], 获得较好结果, 但只能计算到中间耦合区 ($1/g^2 \approx 2.0$).

本文用改进的格点哈密顿量重新计算了 2+1 维 $SU(2)$ 规范场胶球质量, 再次显示了改进格点哈密顿量的优越性.

2 改进格点哈密顿量

对于 $SU(2)$ 规范场改进的格点哈密顿量可写成^[3]

2000-01-10 收稿

* 国家自然科学基金资助

$$H = \frac{g^2}{2a} \text{Tr} \sum_{x,i} \left\{ \frac{1+C'^2}{(1-C')^2} E_i(x) E_i(x) - \frac{2C'}{(1-C')^2} U_i^\dagger E_i(x) U_i(x) E_i(x+i) \right\} - \left(-\frac{2}{g^2 a} C'_1 \square + 2C'_2 \square \right),$$

式中 E_i 为规范场色电场强, a 为格距, g 为无量纲的耦合常数, 它与不变荷 e 的关系为 $g^2 = e^2 a$, $C'_1 = 5/3$, $C'_2 = -1/12$, $C' = -5 + 2\sqrt{6}$. 当取 $C'_1 = 1, C'_2 = 0, C' = 0$ 时, (1) 式回到原始的 Kogut-Susskind 哈密顿量.

取真空波函数为

$$|\Omega\rangle = e^R |0\rangle. \tag{2}$$

$|0\rangle$ 为裸真空波函数, 定义为 $E_i(x)|0\rangle = 0$, R 由 Wilson 圈组成, 可按圈图的阶展开

$$R = \sum_i R_i. \tag{3}$$

将 H 代入本征方程 $H|\Omega\rangle = E_n|\Omega\rangle$, 求得 N 阶截断本征方程为

$$B'_1 \left\{ \sum_{x,i} [E_i^\circ(x), [E_i^\circ(x), R]] + \sum_{n_1+n_2 \leq N} [E_i^\circ(x), R_{n_1}] [E_i^\circ(x), R_{n_2}] \right\} + B'_2 \left\{ \sum_{x,i} [E_i^\circ(x), [E_i^\circ(x+i), R]] + \sum_{n_1+n_2 \leq N} [E_i^\circ(x+i), R_{n_1}] [E_i^\circ(x), R_{n_2}] \right\} - \frac{4}{g^4} (C'_1 \square + 2C'_2 \square) = \frac{2a}{g^2} E_n,$$

式中 $B'_1 = \frac{1+C'^2}{(1-C')^2} = \frac{5}{6}, B'_2 = \frac{-4C'}{(1-C')^2} = \frac{1}{3}$.

取一阶图 $R_1 = C_1 \sum_p \text{Tr} U_p = C_1 \square$, 则由(4)式的对易子可以产生高阶图, 截断到 3 阶, 共有 28 个图^[3]

$$R = C_1 \square + C_2 \square + C_3 \square + C_4 \square + C_5 \square + C_6 \square + C_7 \square + C_8 \square + C_9 \square + C_{10} \square + C_{11} \square + C_{12} \square + C_{13} \square + C_{14} \square + C_{15} \square + C_{16} \square + C_{17} \square + C_{18} \square + C_{19} \square + C_{20} \square + C_{21} \square + C_{22} \square + C_{23} \square + C_{24} \square + C_{25} \square + C_{26} \square + C_{27} \square + C_{28} \square. \tag{5}$$

3 胶球质量

取胶球波函数为

$$|\Psi\rangle = (F - \langle F\rangle)|\Omega\rangle, \tag{6}$$

F 与 R 一样由 Wilson 圈组成

$$F = \sum_i F_i, \tag{7}$$

截断到 3 阶, 共有 28 个图

$$\begin{aligned}
 F = & B_1 \square + B_2 \square + B_3 \square\square + B_4 \square\square\square + B_5 \square\square\square + B_6 \square\square\square + B_7 \square\square\square + B_8 \square\square\square + \\
 & B_9 \square\square\square + B_{10} \square\square\square + B_{11} \square\square\square + B_{12} \square\square\square + B_{13} \square\square\square + B_{14} \square\square\square + B_{15} \square\square\square + \\
 & B_{16} \square\square\square + B_{17} \square\square\square + B_{18} \square\square\square + B_{19} \square\square\square + B_{20} \square\square\square + B_{21} \square\square\square + B_{22} \square\square\square + \\
 & B_{23} \square\square\square + B_{24} \square\square\square + B_{25} \square\square\square + B_{26} \square\square\square + B_{27} \square\square\square + B_{28} \square\square\square \tag{8}
 \end{aligned}$$

将(6),(7)式代入本征方程, 求得 N 阶截断本征方程为

$$\begin{aligned}
 & \frac{5}{6} \left\{ \sum_{x,i} [E_i^\sigma(x), [E_i^\sigma(x), F]] + 2 \sum_{n_1+n_2 \leq N} [E_i^\sigma(x), R_{n_1}][E_i^\sigma(x), F_{n_2}] \right\} + \\
 & \frac{1}{3} \left\{ \sum_{x,i} [E_i^\sigma(x+i), [E_i^\sigma(x), F]] + \sum_{n_1+n_2 \leq N} [E_i^\sigma(x+i), R_{n_1}][E_i^\sigma(x), F_{n_2}] + \right. \\
 & \left. \sum_{n_1+n_2 \leq N} [E_i^\sigma(x+i), F_{n_1}][E_i^\sigma(x), R_{n_2}] \right\} = \frac{2a\Delta m}{g^2} F, \tag{9}
 \end{aligned}$$

式中 Δm 为胶球质量.

4 计算结果与讨论

将(5)式代入(4)式, 求得 C_1, C_2, \dots, C_{28} 所满足的非线性方程组, 解方程组可得 C_1, C_2, \dots, C_{28} 与 $1/g^2$ 的关系, 再将(5)式、(8)式和 C_1, C_2, \dots, C_{28} 代入(9)式, 可求得 B_1, B_2, \dots, B_{28} 和 Δm 所满足的非线性方程组, 从而求得 3 阶截断时的胶球质量 Δm 与 $1/g^2$ 的关系, 如图 1 所示.

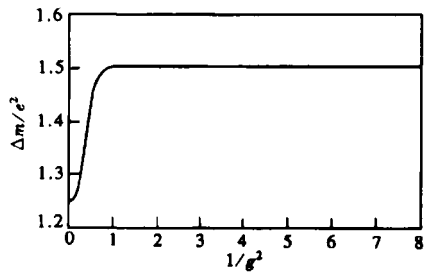


图 1 $\Delta m/e^2$ 与 $1/g^2$ 的关系

由图 1 可见, 用基于改进的格点哈密顿量的截断本征方程求得的胶球质量在很广的耦合区内都显示出了极好的标度行为, 而且数值与 Monte-Carlo 结果^[6] ($\Delta m \approx 1.59$) 相一致: 在 $1/g^2 \in [1.0, 8.0]$ 内, Δm 几乎保持在 1.505 不变.

本文所到达的深度弱耦合区 $1/g^2 = 8.0$ (即 $\beta = 32.0$) 是使用未改进的格点哈密顿量的结果^[4,5] 远未能到达的.

参考文献(References)

- 1 JIANG JunQin, LUO XiangQian et al. Phys. Rev. , 1999, **D60**: 014501
- 2 JIANG JunQin, LUO XiangQian, GUO ShuoHong et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1999, **23** (12): 1152
(江俊勤, 罗向前, 郭硕鸿等. 高能物理与核物理, 1999, **23**(12): 1152)
- 3 JIANG JunQin. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 2000, **24**(10): 922
(江俊勤. 高能物理与核物理, 2000, **24**(10): 922)
- 4 CHEN QiZhou, GUO ShuoHong, ZHENG WeiHong et al. Phys. Rev. , 1994, **D50**: 3564
- 5 CHEN QiZhou, CAI PengFei, FANG XiYan et al. Commun. Thero. Phys. , 1997, **27**: 337
- 6 Teper M. Phys. Lett. , 1992, **B289**: 115; Nucl. Phys. , 1993, **B**(P. S.): 529

Calculation of the Glueball Mass for 2 + 1 Dimensional $SU(2)$ Lattice Gauge Field Theory by Using the Improved Hamiltonian *

LI JieMing

(Department of Physics, Zhongshan University, Guangzhou 510275, China)

JIANG JunQin

(Department of Physics, Guangdong Institute of Education, Guangzhou 510303, China)

(CCAST - (World Laboratory), Beijing 100080, China)

Abstract Using the improved lattice Hamiltonian and the truncated eigenvalue equation method, we compute the glueball mass of (2 + 1) dimensional $SU(2)$ gauge field theory. The numerical result displays a very good scaling behavior in the wide coupling region ($1.0 \leq 1/g^2 \leq 8.0$).

Key words lattice gauge, improved Hamiltonian, glueball mass

Received 10 January 2000

* Supported by National Natural Science Foundation of China