中性K介子系统唯象理论的修正*

梁颖斌　　王　青
(清华大学现代应用物理系　北京　100084)

摘要　研究中性K介子系统的唯象理论,传统上采用的是建立在Wigner-Weisskopf近似基础上的有效哈密顿量理论. 为了对此系统进行更精确地描述,采用了不作Wigner-Weisskopf近似的态演化矩阵,得到了描述此系统CP和CPT破坏的4个复参数(有效哈密顿量理论用2个复参数描述),并估计出实验精确到10^{-14}时,必须采用这种严格地描述,而不能再近似用有效哈密顿量理论.

关键词　中性K介子系统　有效哈密顿量理论　态演化矩阵　CP和CPT破坏参数

1　引言

中性K介子系统一直以来是由一个准到弱作用二阶的2×2非厄密有效哈密顿量描述的. 这一理论是由Lee,Oeheme和Yang在50年代提出的[1—3],其核心是采用了Wigner-Weisskopf(W-W)近似[4],使得理论可以用一个有效哈密顿量近似地描述. 这样的理论是否可靠,它究竟准确到什么程度,一直是人们关心的问题. 文献中不断有文章进行讨论[5—7]. 大致说来,可以把对传统有效哈密顿量理论的修正分为两类. 一类仍采用有效哈密顿量描述体系,但有效哈密顿量不再只准到弱作用二阶,而是包括了高阶修正项. 另一类是讨论体系不能用有效哈密顿量描述的部分. 本文主要进行第二类的讨论. 在这类讨论中,文献多集中研究态演化矩阵的偏离指数型的幂次型项的贡献. 对中性K介子系统来说,文献[7]的估计给出幂次型项的贡献小于10^{-21}. 我们的工作主要讨论指数型项的效应. 通常人们认为,指数型项可用有效哈密顿量描述. 因为有效哈密顿量理论给出的态演化矩阵是指数型的. 本文证明,对指数型项仍存在不能用有效哈密顿量描述的部分,并且这部分的效应远大于幂次型项的贡献. 还给出在态演化矩阵理论下,应该用4个复参数描述系统CP和CPT破坏的性质(而不是有效哈密顿量理论所用的2个复参数),并估计出实验准到什么量级时,有效哈密顿量理论已不是一个好的近似,必须用更严格的态演化矩阵体系进行描述. 这种严格的量子力学态演化矩阵描述是由文献[7]提出的. 为了能在此基础上进行讨论,首先将文献[7]中关于态演化矩阵的结果作一简要回顾.

1999-03-12收稿
* 国家自然科学基金资助(19775029)

考虑一个 $N+2$ 维的粒子系统,此系统包括 K^0,$\bar{K}^0$ 及 N 个通过弱作用与 K^0,$\bar{K}^0$ 相耦合的粒子态,例如 2π,3π 态,该系统的总哈密顿量为

$$H = H_0 + H_W, \tag{1}$$

其中 H_0 为系统的强作用及电磁作用哈密顿量之和,H_W 为系统的弱作用哈密顿量. 用 $|a\rangle$,$|b\rangle$ 来代表 $|K^0\rangle$,$|\bar{K}^0\rangle$ 态,用 $|j\rangle(j=1,2,\cdots,N)$ 来代表其它 N 个粒子态. $|K^0\rangle$,$|\bar{K}^0\rangle$,$|j\rangle(j=1,2,\cdots,N)$ 为 H_0 的本征态.

考虑一个这样的态 $|\psi(t)\rangle$,当 $t=0$ 时,$|\psi(t)\rangle$ 为 $|K^0\rangle$ 和 $|\bar{K}^0\rangle$ 的线性组合,即

$$\langle K^0|\psi(0)\rangle = c_1, \langle \bar{K}^0|\psi(0)\rangle = c_2, \langle j|\psi(0)\rangle = 0\ (j=1,2,\cdots,N),$$

其中,c_1 和 c_2 是常数,满足

$$|c_1|^2 + |c_2|^2 = 1.$$

传统的有效哈密顿量理论对中性 K 介子系统中态的时间演化规律用薛定谔方程描述,即

$$\mathrm{i}\frac{\partial}{\partial t}\langle a|\psi(t)\rangle = \sum_{b=K^0,\bar{K}^0}\langle a|H_{\mathrm{eff}}|b\rangle\langle b|\psi(t)\rangle, \tag{4}$$

其中

$$(H_{\mathrm{eff}})_{ab} = \langle a|H_{\mathrm{eff}}|b\rangle = \langle a|H|b\rangle + \sum_{jk}\frac{\langle a|H_W|j\rangle\langle k|H_W|b\rangle}{m_K + \mathrm{i}0^+ - \langle j|H_W|k\rangle}. \tag{5}$$

矩阵 H_{eff} 的两个本征值 $M_S - \mathrm{i}\frac{\Gamma_S}{2}$,$M_L - \mathrm{i}\frac{\Gamma_L}{2}$ 即给出了两个衰变本征态的质量和衰变宽度.

(4)式和(5)式只有在 W-W 近似下才成立. 当不用此近似时,从文献[7]的讨论得到对 $|\psi(t)\rangle$ 在 $|K^0\rangle$,$|\bar{K}^0\rangle$ 子系统中时间演化的准确描述应为

$$\langle a|\psi(t)\rangle = \sum_{b=K^0\bar{K}^0} U_{ab}(t)\langle b|\psi(0)\rangle,$$

$$U_{ab}(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{d}y\,\mathrm{e}^{(\mathrm{i}y+0^+)t}D_{ab}^{-1}(\mathrm{i}y+0^+), \tag{7}$$

$$D_{ab}(s) = -\mathrm{i}\Big[\mathrm{i}s\delta_{ab} - \langle a|H|b\rangle - \sum_{jk}\langle a|H_W|j\rangle T_{jk}^{-1}(s)\langle k|H_W|b\rangle\Big], \tag{8}$$

$$T_{jk}(s) = \mathrm{i}s\delta_{jk} - \langle j|H|k\rangle, s = \mathrm{i}y + 0^+ \tag{9}$$

下面的工作就是用这种准确描述来分析中性 K 介子系统的性质. 在第 2 节中利用态随时间的演化矩阵,对中性 K 介子系统给出一个比有效哈密顿量理论更准确的描述. 在第 3 节中采用态演化矩阵,从严格理论上给出应该用 4 个复参数描述系统的 CP 和 CPT 破坏性质. 第 4 节是一简短的结论.

2 对中性 K 介子系统的更严格描述

(6)式和(7)式给出,在中性 K 介子系统中,不作 W-W 近似时,态随时间演化的性质由 D 矩阵决定,下面将通过对 D 矩阵的讨论,得到对中性 K 介子系统的态随时间演化的严格描述. 此时态的演化在严格的意义上不能化为定态薛定谔方程. 还将给出在什么条

件下,这种描述可以转化为原来的有效哈密顿量理论(即(4)式给出的定态薛定谔方程).

首先,引入一个 $N\times N$ 的矩阵 H_{co},

$$(H_{co})_{jk}\equiv\langle j|H|k\rangle. \tag{10}$$

因为 H_{co} 是厄密矩阵,所以它具有实数本征值和正交归一的本征态. 设它的本征值为 $M_{\tilde{j}}(\tilde{j}=1,2,\cdots,N)$,相应的本征态为 $|\tilde{j}\rangle$,则

$$\sum_k (H_{co})_{jk}\langle k|\tilde{j}\rangle = M_{\tilde{j}}\langle j|\tilde{j}\rangle,\ (H_{co})_{jk}=\sum_{\tilde{j}}\langle j|\tilde{j}\rangle M_{\tilde{j}}\langle\tilde{j}|k\rangle. \tag{11}$$

D 矩阵可化为

$$D_{ab}(\mathrm{i}y+0^+) = -\mathrm{i}\left[(-y+\mathrm{i}0^+)\delta_{ab}-\langle a|H|b\rangle-\sum_{\tilde{j}}\frac{\langle a|H_W|\tilde{j}\rangle\langle\tilde{j}|H_W|b\rangle}{-y+\mathrm{i}0^+-M_{\tilde{j}}}\right]. \tag{12}$$

下面对 D 矩阵的极点性质作一些讨论,即讨论一下 $\mathrm{Det}D=0$ 的根的性质.

首先从数学的迭代求根法很容易判断在 $y=-m_K$(m_K 为 K 介子的强作用质量)附近,存在 $\mathrm{Det}D=0$ 的两个根. 因为令 $\sum_{\tilde{j}}\frac{\langle a|H_W|\tilde{j}\rangle\langle\tilde{j}|H_W|b\rangle}{-y+\mathrm{i}0^+-M_{\tilde{j}}}$ 项中 $y=-m_K$,可通过 $\mathrm{Det}D=0$ 求得两个根 $y_{1,2}=-m_K+\mathrm{O}(H_W)$,此根即为传统理论中的有效哈密顿量本征值的负值. 但严格讲,$y_{1,2}$ 并非是 $\mathrm{Det}D=0$ 的真正根,只有通过将此值再带回 $\sum_{\tilde{j}}\frac{\langle a|H_W|\tilde{j}\rangle\langle\tilde{j}|H_W|b\rangle}{-y+\mathrm{i}0^+-M_{\tilde{j}}}$ 中,重复求 $\mathrm{Det}D=0$ 的根,这样不断迭代下去才能获得具有一定精度的根,在这里仅以

$$y_1=-\lambda_S,\ y_2=-\lambda_L, \tag{13}$$

表示在 $-m_K$ 附近的两个真正的根即可.

而且不难发现

$$\mathrm{Det}'D(-\mathrm{i}\lambda_{S,L})\neq 0, \tag{14}$$

这就说明 λ_S,λ_L 是一阶极点.

还可以发现,在 $y=-M_{\tilde{j}}$,($\tilde{j}=1,2,\cdots,N$)附近也存在 $\mathrm{Det}D=0$ 的根,因为(12)式的前两项≫第三项,所以通分后有

$$D_{ab}(\mathrm{i}y+0^+) = \frac{-\mathrm{i}[(-y+\mathrm{i}0^+)\delta_{ab}-\langle a|H|b\rangle]\prod_{\tilde{j}}(-y+\mathrm{i}0^+-M_{\tilde{j}})+\mathrm{O}(H_W^2)}{\prod_{\tilde{j}}(-y+\mathrm{i}0^+-M_{\tilde{j}})}. \tag{15}$$

略去 H_W 二阶时,$y=-M_{\tilde{j}}$ 使得分子为0. 考虑 H_W 二阶时,只需加一个小的修正量,即:$y=-M_{\tilde{j}}+\delta M_{\tilde{j}}$ 则可使分子为0,而分母不为0,此时 $y=-M_{\tilde{j}}+\delta M_{\tilde{j}}$ 为 $\mathrm{Det}D=0$ 的根,方便起见,仍记此时根为 $M_{\tilde{j}}(\tilde{j}=1,2,\cdots,N)$,一般说来,这样的根可能为 n 阶极点.

由以上讨论可得

$$D_{ab}^{-1}(\mathrm{i}y+0^+) = \frac{\mathrm{i}X_{ab}^S}{-y+\mathrm{i}0^+-\lambda_S}+\frac{\mathrm{i}X_{ab}^L}{-y+\mathrm{i}0^+-\lambda_L}+\sum_{\tilde{j},n}\frac{\mathrm{i}Y_{ab}^{\tilde{j},n}}{(-y+\mathrm{i}0^+-M_{\tilde{j}})^n}, \tag{16}$$

其中 $X_{ab}^{S}, X_{ab}^{L}, Y_{ab}^{j,n}$ 是相应极点的留数，

$$-\mathrm{i}X_{ab}^{S,L} = (y+\lambda_{S,L})D_{ab}^{-1}(\mathrm{i}y)\big|_{y\to-\lambda_{S,L}} = \left.\frac{\widetilde{D}_{ab}(\mathrm{i}y)}{\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y}\mathrm{Det}D(\mathrm{i}y)\right]}\right|_{y\to-\lambda_{S,L}}$$

$$-\mathrm{i}Y_{ab}^{j,k} = (y+M_j)D_{ab}^{-1}(\mathrm{i}y)\big|_{y\to-M_j} = \left.\frac{\widetilde{D}_{ab}(\mathrm{i}y)}{\left[\frac{\mathrm{d}^k}{\mathrm{d}y^k}\mathrm{Det}D(\mathrm{i}y)\right]}\right|_{y\to-M_j},$$

其中

$$\widetilde{D}(\mathrm{i}y) = \begin{pmatrix} D_{\bar{K}^0\bar{K}^0}(\mathrm{i}y) & -D_{K^0\bar{K}^0}(\mathrm{i}y) \\ -D_{\bar{K}^0K^0}(\mathrm{i}y) & D_{K^0K^0}(\mathrm{i}y) \end{pmatrix}. \tag{18}$$

将式(16)代入式(7)可得，时间演化矩阵为

$$U_{ab}(t) = X_{ab}^{S}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\lambda_S t} + X_{ab}^{L}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\lambda_L t} + \sum_n\sum_j \frac{t^n}{n!}Y_{ab}^{j,n}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}M_j t}. \tag{19}$$

在文献[7]中已证明，(19)式的最后一项在长时间的区域(即实验区域)产生幂次型的项．它是通常文献[5—7]中重点讨论的对指数型项的偏离，其值为 10^{-21} 量级，远小于弱作用二阶．本文中忽略此项，只讨论前两项在长时间区域的效果．此时的演化矩阵为

$$U_{ab}(t) = X_{ab}^{S}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\lambda_S t} + X_{ab}^{L}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\lambda_L t}. \tag{20}$$

在(20)式中包含 10 个复的自由参数，它们是 λ_S, λ_L 及 $X_{ab}^{S,L}$ 所含的 8 个矩阵元．对这 10 个复参数，可给出的约束为

$$\mathrm{Det}X^S = \mathrm{Det}X^L = 0. \tag{21}$$

由于(21)式的约束，现在只剩下 8 个独立的自由参数．可将 X^S, X^L 这两个矩阵参数化，

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} X_{K^0K^0}^{S} & X_{K^0\bar{K}^0}^{S} \\ X_{\bar{K}^0K^0}^{S} & X_{\bar{K}^0\bar{K}^0}^{S}\end{bmatrix} &= \frac{\sqrt{|p_1|^2+|q_1|^2}}{\sqrt{|\tilde{p}_1|^2+|\tilde{q}_1|^2}(p_1q_2+p_2q_1)}\begin{bmatrix} q_2\tilde{p}_1 & p_2\tilde{p}_1 \\ q_2\tilde{q}_1 & p_2\tilde{q}_1\end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} X_{K^0K^0}^{L} & X_{K^0\bar{K}^0}^{L} \\ X_{\bar{K}^0K^0}^{L} & X_{\bar{K}^0\bar{K}^0}^{L}\end{bmatrix} &= \frac{\sqrt{|p_2|^2+|q_2|^2}}{\sqrt{|\tilde{p}_2|^2+|\tilde{q}_2|^2}(p_1q_2+p_2q_1)}\begin{bmatrix} q_1\tilde{p}_2 & -p_1\tilde{p}_2 \\ -q_1\tilde{q}_2 & p_1\tilde{q}_2\end{bmatrix},\end{aligned} \tag{22}$$

其中 $p_i, \tilde{p}_i, q_i, \tilde{q}_i, (i=1,2)$ 为 8 个复数．

(20)式就是本文给出的对中性 K 介子系统在长时间区域的态随时间演化规律．一般情况下，这一描述无法转化为有效哈密顿量理论(定态薛定谔方程的描述)．但若

$$p_i = \tilde{p}_i, q_i = \tilde{q}_i \quad (i=1,2), \tag{23}$$

成立，这种描述可转化为有效哈密顿量理论的描述．因为当(23)式成立时，有

$$U(t) = W^{-1}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\begin{bmatrix}\lambda_S & 0\\ 0 & \lambda_L\end{bmatrix}t}W = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}W^{-1}\begin{bmatrix}\lambda_S & 0\\ 0 & \lambda_L\end{bmatrix}Wt} = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}H_{\mathrm{eff}}t} \tag{24}$$

其中

$$W = \frac{1}{\sqrt{p_1q_2+p_2q_1}}\begin{bmatrix} q_2 & p_2 \\ -q_1 & p_1\end{bmatrix},\quad H_{\mathrm{eff}} = W^{-1}\begin{bmatrix}\lambda_S & 0 \\ 0 & \lambda_L\end{bmatrix}W.$$

将(24)式代入(6)式，则

$$\begin{bmatrix} \langle K^0 | \psi(t) \rangle \\ \langle \overline{K}^0 | \psi(t) \rangle \end{bmatrix} = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}H_{\mathrm{eff}}t} \begin{bmatrix} \langle K^0 | \psi(0) \rangle \\ \langle \overline{K}^0 | \psi(0) \rangle \end{bmatrix}, \tag{26}$$

或

$$\mathrm{i}\frac{\partial}{\partial t}\begin{bmatrix} \langle K^0 | \psi(t) \rangle \\ \langle \overline{K}^0 | \psi(t) \rangle \end{bmatrix} = H_{\mathrm{eff}} \begin{bmatrix} \langle K^0 | \psi(t) \rangle \\ \langle \overline{K}^0 | \psi(t) \rangle \end{bmatrix}. \tag{27}$$

(27)式即给出了有效哈密顿量理论对中性K介子系统的描述.

所以,在 $p_i = \tilde{p}_i, q_i = \tilde{q}_i (i = 1,2)$ 成立的条件下,系统可以由有效哈密顿量的理论来描述. 而这个条件不成立时,即使忽略幂次型项的贡献,系统也只能用(20)式来描述,无法找到一个有效哈密顿量来描述态的时间演化规律. 严格来讲,$p_i = \tilde{p}_i, q_i = \tilde{q}_i (i = 1,2)$ 是不成立的(由(12),(17),(22)式计算可以得到).

下面从(20)式出发,给出在严格理论下,要用4个复参数描述中性K介子系统CP及CPT破坏的性质,这是有效哈密顿量理论所不能给出的. 只有在 $p_i = \tilde{p}_i, q_i = \tilde{q}_i (i = 1,2)$ 这一条件成立时,4个复参数才变为2个,回到有效哈密顿量理论

3　中性介子系统CP,CPT破坏参数

下面从演化矩阵 $U(t)$ 出发,给出中性K介子系统的衰变态及描述此系统CP及CPT破坏参数的性质.

首先由(20)式,希望看到,在这样的时间演化规律下,物理衰变的长寿命态和短寿命态究竟是什么样的. 考虑下面的两个态:

$$\begin{aligned} |K_{\mathrm{S}}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{|p_1|^2 + |q_1|^2}}[p_1 | K^0 \rangle + q_1 | \overline{K}^0 \rangle], \\ |K_{\mathrm{L}}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{|p_2|^2 + |q_2|^2}}[p_2 | K^0 \rangle - q_2 | \overline{K}^0 \rangle]. \end{aligned} \tag{28}$$

这两个态便是物理衰变的长寿命态和短寿命态,因为由(20)和(22)式知,在长时间区域,有以下式子成立:

$$|K_{\mathrm{S}}(t)\rangle = U(t)|K_{\mathrm{S}}\rangle = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\lambda_{\mathrm{S}}t}|\widetilde{K}_{\mathrm{S}}\rangle, |K_{\mathrm{L}}(t)\rangle = U(t)|K_{\mathrm{L}}\rangle = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\lambda_{\mathrm{L}}t}|\widetilde{K}_{\mathrm{L}}\rangle, \tag{29}$$

其中

$$\begin{aligned} |\widetilde{K}_{\mathrm{S}}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{|\tilde{p}_1|^2 + |\tilde{q}_1|^2}}[\tilde{p}_1 | K^0 \rangle + \tilde{q}_1 | \overline{K}^0 \rangle], \\ |\widetilde{K}_{\mathrm{L}}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{|\tilde{p}_2|^2 + |\tilde{q}_2|^2}}[\tilde{p}_2 | K^0 \rangle - \tilde{q}_2 | \overline{K}^0 \rangle], \end{aligned} \tag{30}$$

则有

$$| |K_{\mathrm{S}}(t)\rangle |^2 = \mathrm{e}^{-\Gamma_{\mathrm{S}}t}, \quad | |K_{\mathrm{L}}(t)\rangle |^2 = \mathrm{e}^{-\Gamma_{\mathrm{L}}t}, -\frac{\Gamma_{\mathrm{L}}}{2} = \mathrm{Im}(\lambda_{\mathrm{L}}), -\frac{\Gamma_{\mathrm{S}}}{2} = \mathrm{Im}(\lambda_{\mathrm{S}}). \tag{31}$$

由(31)式知,在长时间区域,$|K_{\mathrm{S}}(t)\rangle$,$|K_{\mathrm{L}}(t)\rangle$态的几率幅度随时间呈指数率衰减(注意:波函数演化并不是指数率,而是 $U(t)$),所以应被认为是物理实验中探测的衰变

粒子. 由于$|K_S(t=0)\rangle=|K_S\rangle,|K_L(t=0)\rangle=|K_L\rangle$,所以$|K_S\rangle,|K_L\rangle$态应是实际的初态. 但是,却会由通常有效哈密顿量理论给出的指数率态演化规律认为$|\widetilde{K}_S\rangle,|\widetilde{K}_L\rangle$态是初态. 由(28)式和(30)式知,$\widetilde{K}_S,\widetilde{K}_L$与$K_S,K_L$是不同的两组态(因为一般情况下,$\tilde{p}_i\neq p_i,\tilde{q}_i\neq q_i(i=1,2)$),这两组态的物理意义也截然不同,$|K_S\rangle$和$|K_L\rangle$是真正的物理初态,经过实际的态演化规律$U(t)$演化;而$|\widetilde{K}_S\rangle$和$|\widetilde{K}_L\rangle$是一组表观的初态,是根据通常有效哈密顿量理论给出的态指数衰减规律(非实际态演化规律$U(t)$)而推得的系统初态,所以称之为表观的.

对于中性 K 介子系统,人们主要关心的是 CP 和 CPT 破坏的性质. 下面给出在严格意义的讨论下,对 CP 和 CPT 破坏参数的描述.

令

$$\begin{aligned}&\frac{q_1}{p_1}\equiv\frac{1-\varepsilon_S}{1+\varepsilon_S},\frac{q_2}{p_2}\equiv\frac{1-\varepsilon_L}{1+\varepsilon_L},\quad \varepsilon_S\equiv\varepsilon+\delta,\quad \varepsilon_L\equiv\bar{\varepsilon}-\delta,\\&\frac{\tilde{q}_1}{\tilde{p}_1}\equiv\frac{1-\tilde{\varepsilon}_S}{1+\tilde{\varepsilon}_S},\frac{\tilde{q}_2}{\tilde{p}_2}\equiv\frac{1-\tilde{\varepsilon}_L}{1+\tilde{\varepsilon}_L},\quad \tilde{\varepsilon}_S\equiv\bar{\varepsilon}+\bar{\delta},\quad \tilde{\varepsilon}_L\equiv\varepsilon-\delta.\end{aligned}\tag{32}$$

下面证明(32)式中定义的 4 个复参数$\varepsilon,\bar{\varepsilon},\delta,\bar{\delta}$即为描述系统 CP 和 CPT 破坏的参数.

因为若系统保持 CPT 不变性,则

$$\langle K^0|H_0|K^0\rangle=\langle\overline{K}^0|H_0|\overline{K}^0\rangle,\langle K^0|H_W|K^0\rangle=\langle\overline{K}^0|H_W|\overline{K}^0\rangle.\tag{33}$$

由(12)式得

$$D_{K^0K^0}(s)=D_{\overline{K}^0\overline{K}^0}(s).\tag{34}$$

由(34),(17),(22)及(32)式可得:$\varepsilon_S=\tilde{\varepsilon}_L,\varepsilon_L=\tilde{\varepsilon}_S$,此时有$\delta=\bar{\delta}=0$,所以,$\delta$和$\bar{\delta}$为描述 CPT 破坏的参数.

同理可证明,如果系统 CP 对称性成立,则有$\varepsilon_S=-\tilde{\varepsilon}_L,\varepsilon_L=-\tilde{\varepsilon}_S$,即$\varepsilon=\bar{\varepsilon}=0$,所以,$\varepsilon$和$\bar{\varepsilon}$为描述 CP 破坏的参数.

以上得到了描述系统 CP 及 CPT 破坏的 4 个复参数. 并且由上面对系统 CP 和 CPT 破坏参数的定义及讨论知,系统的 CP 和 CPT 破坏的性质不仅决定于实际初态,而且与表观初态也有直接的关系.

已知,有效哈密顿量理论对 CP 和 CPT 破坏用两个复参数来描述,而本文的结论给出 4 个复参数,这是有效哈密顿量理论所不能描述的性质. 由(32)式可知,若$\tilde{p}_i=p_i,\tilde{q}_i=q_i(i=1,2)$成立,则有$\varepsilon=\bar{\varepsilon},\delta=\bar{\delta}$,此时即为有效哈密顿量理论对 CP 和 CPT 破坏参数的描述,这与上一节的结论一致.

下面给出对$\bar{\varepsilon}-\varepsilon$和$\bar{\delta}-\delta$的量级估计,因为它们代表了本文的严格理论与有效哈密顿量理论的差别,并且给出如果实验能精确到$\bar{\varepsilon}-\varepsilon,\bar{\delta}-\delta$的量级,就必须用严格理论描述此系统,而不能采用传统有效哈密顿量理论.

首先,定义

$$\Delta_1\equiv1-\frac{q_1\tilde{p}_1}{p_1\tilde{q}_1}=1+\frac{D_{\overline{K}^0\overline{K}^0}(-\mathrm{i}\lambda_S)D_{\overline{K}^0K^0}(-\mathrm{i}\lambda_L)}{D_{K^0K^0}(-\mathrm{i}\lambda_L)D_{\overline{K}^0K^0}(-\mathrm{i}\lambda_S)},$$

$$\Delta_2 \equiv 1 - \frac{q_2 \bar{p}_2}{p_2 \bar{q}_2} = 1 + \frac{D_{\bar{K}^0\bar{K}^0}(-i\lambda_S) D_{K^0\bar{K}^0}(-i\lambda_L)}{D_{K^0K^0}(-i\lambda_L) D_{K^0\bar{K}^0}(-i\lambda_S)}. \tag{35}$$

由附录推导可得下面结论:

$$\frac{D_{\bar{K}^0K^0}(-i\lambda_L)}{D_{\bar{K}^0K^0}(-i\lambda_S)} = 1 + \frac{(\lambda_S - \lambda_L)\sum\limits_{\tilde{j}} \frac{\langle \bar{K}^0 | H_W | \tilde{j} \rangle \langle \tilde{j} | H_W | K^0 \rangle}{(\lambda_S - M_{\tilde{j}})(\lambda_L - M_{\tilde{j}})}}{\langle \bar{K}^0 | H | K^0 \rangle + \sum\limits_{\tilde{j}} \frac{\langle \bar{K}^0 | H_W | \tilde{j} \rangle \langle \tilde{j} | H_W | K^0 \rangle}{(\lambda_S - M_{\tilde{j}})}} = 1 + O\left(\frac{\lambda_S - \lambda_L}{m_K}\right), \tag{36}$$

$$\frac{D_{K^0\bar{K}^0}(-i\lambda_L)}{D_{K^0\bar{K}^0}(-i\lambda_S)} = 1 + \frac{(\lambda_S - \lambda_L)\sum\limits_{\tilde{j}} \frac{\langle K^0 | H_W | \tilde{j} \rangle \langle \tilde{j} | H_W | \bar{K}^0 \rangle}{(\lambda_S - M_{\tilde{j}})(\lambda_L - M_{\tilde{j}})}}{\langle K^0 | H | \bar{K}^0 \rangle + \sum\limits_{\tilde{j}} \frac{\langle K^0 | H_W | \tilde{j} \rangle \langle \tilde{j} | H_W | \bar{K}^0 \rangle}{(\lambda_S - M_{\tilde{j}})}} = 1 + O\left(\frac{\lambda_S - \lambda_L}{m_K}\right), \tag{37}$$

$$\frac{D_{\bar{K}^0\bar{K}^0}(-i\lambda_S)}{D_{K^0K^0}(-i\lambda_L)} \approx \frac{\lambda_S - \langle \bar{K}^0 | H | \bar{K}^0 \rangle - \sum\limits_{\tilde{j}} \frac{\langle \bar{K}^0 | H_W | \tilde{j} \rangle \langle \tilde{j} | H_W | \bar{K}^0 \rangle}{(\lambda_S - M_{\tilde{j}})}}{\lambda_L - \langle K^0 | H | K^0 \rangle - \sum\limits_{\tilde{j}} \frac{\langle K^0 | H_W | \tilde{j} \rangle \langle \tilde{j} | H_W | K^0 \rangle}{(\lambda_L - M_{\tilde{j}})}} = -1 + O\left(\frac{\lambda_S + \lambda_L - 2m_K}{m_K}\right), \tag{38}$$

$$\frac{D_{\bar{K}^0K^0}(-i\lambda_L)}{D_{\bar{K}^0K^0}(-i\lambda_S)} - \frac{D_{K^0\bar{K}^0}(-i\lambda_L)}{D_{K^0\bar{K}^0}(-i\lambda_S)} \approx (\lambda_S - \lambda_L)\left[\frac{\sum\limits_{\tilde{j}} \frac{\langle \bar{K}^0 | H_W | \tilde{j} \rangle \langle \tilde{j} | H_W | K^0 \rangle}{(m_K + i0^+ - M_{\tilde{j}})^2}}{(H_{\mathrm{eff}})_{\bar{K}^0K^0}} - \frac{\sum\limits_{\tilde{j}} \frac{\langle K^0 | H_W | \tilde{j} \rangle \langle \tilde{j} | H_W | \bar{K}^0 \rangle}{(m_K + i0^+ - M_{\tilde{j}})^2}}{(H_{\mathrm{eff}})_{K^0\bar{K}^0}}\right] = O\left(\varepsilon \frac{\lambda_S - \lambda_L}{m_K}\right). \tag{39}$$

所以

$$\delta - \bar{\delta} = \frac{1}{4}(\Delta_1 + \Delta_2) \sim O\left(\frac{\lambda_S - \lambda_L}{m_K}\right) \sim O(10^{-14}),$$

$$\varepsilon - \bar{\varepsilon} \approx \frac{1}{4}(\Delta_1 - \Delta_2) \sim O\left(\varepsilon \frac{\lambda_S - \lambda_L}{m_K}\right) \sim O(10^{-17}). \tag{41}$$

(40)和(41)式得出的 $\bar{\varepsilon} - \varepsilon$, $\bar{\delta} - \delta$ 的量级远在目前实验精度之外,所以可以认为 $\bar{\varepsilon} \approx \varepsilon$, $\bar{\delta} \approx \delta$,这样严格理论的 4 个复参数就转化为了有效哈密顿量理论的 2 个参数. 由(32)式可得,此时(23)式是近似成立的. 所以就目前实验精度而言,认为可以用有效哈密顿量理论描述中性 K 介子系统.

下面讨论一下这一系统的自由度问题. 由第 2 节可知,系统的自由度为 8,又知原有效哈密顿量理论给出 4 个自由度,剩下的 4 个自由度是新给出的. 其中 2 个由系统的实际初态决定,而剩下的两个则来自于(22)式中矩阵 X_{ab}^S 和 X_{ab}^L 的性质. 有效哈密顿量理论要求下式成立:

$$X^{S}_{K^0K^0} + X^{S}_{\bar{K}^0\bar{K}^0} = X^{L}_{K^0K^0} + X^{L}_{\bar{K}^0\bar{K}^0} = 1. \tag{42}$$

现在这一等式不成立,于是给出了两个新的自由度 Δ_3 和 Δ_4,

$$\Delta_3 = 1 - X^{S}_{K^0K^0} - X^{S}_{\bar{K}^0\bar{K}^0}, \quad \Delta_4 = 1 - X^{L}_{K^0K^0} - X^{L}_{\bar{K}^0\bar{K}^0}, \tag{43}$$

同时,Δ_3 和 Δ_4 也给出了原有效哈密顿量理论准确到什么程度,对 Δ_3 和 Δ_4 估计可知

$$\Delta_3 \approx \Delta_4 \sim O\left(\frac{\lambda_S - \lambda_L}{m_K}\right) \sim O(10^{-14}). \tag{44}$$

4 结论

由以上讨论可知,从严格的理论上讲,中性 K 介子系统中态的演化应该用(20)式给出的演化矩阵 $U(t)$ 描述,此系统的 CP 及 CPT 破坏的性质应该用(32)式给出的 4 个复参数描述. 但由(40)式和(41)式可知,$\bar{\varepsilon} - \varepsilon$ 和 $\bar{\delta} - \delta$ 的量级为 10^{-14} 和 10^{-17},而目前的实验远远达不到这样的精度,所以,用有效哈密顿量理论给出的两个参数描述系统 CP 及 CPT 破坏的性质是近似成立的. 对 Δ_3 和 Δ_4 的定量估计也同样证明了这一点. 但是从理论上严格讲,描述中性 K 介子系统 CP 及 CPT 破坏应该用 4 个复参数,虽然 $\bar{\varepsilon} - \varepsilon$,$\bar{\delta} - \delta$ 的量级远在目前实验精度之外,但仍然远大于文献中研究的幂次型项效应的量级 10^{-21},因此仍有对其研究的必要.

参考文献(References)

1 Lee T D, WU C S. Ann. Rev. Nucl. Sci., 1966, **16**: 511

2 Lee T D, Oehme R, YANG C N. Phys. Rev., 1957, **D106**: 340

3 Kabir P A. The CP Puzzle. London: Academic Press, 1966

4 Weisskopf V F, Wigner E P. Z. Phys., 1930, **C63**: 53

5 Khalfin L A. Sov. Phys. JETP., 1958, **6**: 1054; Khalfin L A. JETP Lett. 1972, **15**: 388; Khalfin L A. Talk Presented at the Workshop on K Physics. Orsay, France, 30 – June 4, 1996

6 Sudarshan E C G, CHIU C B. Phys. Rev., 1993, **D47**: 2602; Azimov Ya I. Phys. Atom. Nucl., 1996, **59**: 856; Urbanowski K. Intern. J. Mod. Phys., 1995, **A10**: 1151; Urbanowski K. Intern. J. Mod. Phys., 1998, **A13**: 965; Horwiz L P. hep – ph/9811383; Cohen Eli, Horwitz L. P. hep – ph/9811332, hep – ph/9808030

7 WANG Qing, Sanda A I. Phys. Rev., 1997, **D55**: 3131

附录

证明:
$$\frac{\sum_j \frac{\langle \bar{K}^0 | H_W | j\rangle\langle j | H_W | K^0\rangle}{(\lambda_S - M_j)(\lambda_L - M_j)}}{\langle \bar{K}^0 | H | K^0\rangle + \sum_j \frac{\langle \bar{K}^0 | H_W | j\rangle\langle j | H_W | K^0\rangle}{(\lambda_S - M_j)}} \sim O\left(\frac{1}{m_K}\right). \tag{A1}$$

证明:(ⅰ)对分母:

$$\begin{aligned}&\langle \bar{K}^0 | H | K^0\rangle + \sum_j \frac{\langle \bar{K}^0 | H_W | j\rangle\langle j | H_W | K^0\rangle}{(\lambda_S - M_j)} \\ &\sim (H_{eff})_{\bar{K}^0K^0} \sim \frac{1}{2}\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}(\lambda_S - \lambda_L) \sim \frac{1}{2}(\lambda_S - \lambda_L).\end{aligned} \tag{A2}$$

(ⅱ)对分子令:

$$I \equiv \sum_j \frac{\langle \overline{K}^0 \mid H_W \mid \tilde{j}\rangle\langle \tilde{j} \mid H_W \mid K^0\rangle}{(\lambda_S - M_j)(\lambda_L - M_j)} = \sum_c I_c, \tag{A3}$$

$$I_c = \int_0^\infty \mathrm{d}E \rho_c(E) \frac{\langle \overline{K}^0 \mid H_W \mid c, E\rangle\langle c, E \mid H_W \mid K^0\rangle}{(\lambda_S - E)(\lambda_L - E)}, \tag{A4}$$

$$\rho_c(E) = \sum_{j \subset c} \delta(E - M_j). \tag{A5}$$

对于两粒子的子系统,设粒子为A,B,则

$$\rho_{A+B}(E) = \mathrm{const} \times \int \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}_A}{\sqrt{\boldsymbol{p}_A^2 + E_A^2}} \int \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}_B}{\sqrt{\boldsymbol{p}_B^2 + E_B^2}} \delta(\boldsymbol{p}_A + \boldsymbol{p}_B)\delta(E - \sqrt{\boldsymbol{p}_A^2 + m_A^2} - \sqrt{\boldsymbol{p}_B^2 + m_B^2}) =$$

$$\mathrm{const} \times \frac{1}{2E^2}\sqrt{E^4 - 2E^2(m_A^2 + m_B^2) + (m_A^2 - m_B^2)^2}\,\theta(E - m_A - m_B). \tag{A6}$$

对于中性K介子系统,$c = 2\pi$ 的衰变道对 I_c 的贡献最大,且其它道贡献都很小,所以,作为估计,只选取 $c = 2\pi$ 的衰变道对 I_c 的贡献,即

$$I \approx I_{2\pi} = \Delta \int_{2m_\pi}^\infty \mathrm{d}E \frac{\rho_{2\pi}(E)}{(\lambda_S - E)(\lambda_L - E)}, \quad \Delta = \langle \overline{K}^0 \mid H_W \mid 2\pi\rangle\langle 2\pi \mid H_W \mid K^0\rangle. \tag{A7}$$

由(A6)式可得

$$\rho_{2\pi}(E) = 3D\sqrt{1 - \frac{4m_\pi^2}{E^2}}. \tag{A8}$$

将(A8)式代入(A7)式得

$$\begin{aligned} I &\approx 3D\Delta \int_{2m_\pi}^\infty \mathrm{d}E \sqrt{1 - \frac{2m_\pi^2}{E^2}} \frac{1}{(\lambda_S - E)(\lambda_L - E)} = \\ &\frac{6Dm_\pi\Delta}{\lambda_S\lambda_L} \int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{x^2}\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} \frac{1}{\left(\frac{2m_\pi}{\lambda_S} - \frac{1}{x}\right)\left(\frac{2m_\pi}{\lambda_L} - \frac{1}{x}\right)}. \end{aligned} \tag{A9}$$

所以

$$I \approx \frac{6Dm_\pi\Delta}{\lambda_S\lambda_L} \approx \frac{\Delta}{\lambda_S} \approx \frac{\Delta}{m_K}. \tag{A10}$$

为了对 Δ 有一个估计,由有效哈密顿量理论

$$\Gamma_{\overline{K}^0K^0} = 2\pi \sum_{j \subset c} \delta(m_K - M_j)\langle \overline{K}^0 \mid H_W \mid \tilde{j}\rangle\langle \tilde{j} \mid H_W \mid K\rangle \approx 2\pi\rho_{2\pi}(m_K)\Delta \approx \Delta, \tag{A11}$$

又

$$\Gamma_{\overline{K}^0K^0} = \frac{1}{2}\frac{1 - \varepsilon}{1 + \varepsilon}(\Gamma_S - \Gamma_L) = \frac{1}{2}(\Gamma_S - \Gamma_L) \approx (\lambda_S - \lambda_L), \tag{A12}$$

所以

$$\Delta \approx \lambda_S - \lambda_L, \tag{A13}$$

所以

$$I \approx \frac{\Delta}{m_K} \approx \frac{\lambda_S - \lambda_L}{m_K}. \tag{A14}$$

所以,由(ⅰ),(ⅱ)得(A1)式成立.

Correction to the Phenomenological Theory for Neutral Kaon System*

LIANG YingBin　　WANG Qing

(*Department of Physics, Tsinghua University, Beijing* 100084, *China*)

Abstract Traditionally, research on the phenomenological theory for neutral kaon system use the effective Hamiltonian theory based on the Wigner-Weisskopf approximation. For describing this system precisely, we use the state evolution matrix without using the Wigner-Weisskopf spproximation and get four complex parameters to describe the CP and CPT voilation properties of nuetral kaon system. Also we have estimated that when the order of experimental resolution reaches to 10^{-14}, we will have to use state evolution matrix to describe the neutral kaon system and can not use the effective Hamiltonian theory.

Key words neutral kaon system, effective Hamiltonian theory, state evolution matrix, CP and CPT violation parameter

Received 12 March 1999

* Supported by National Natural Science Foundation of China (19775029)