

## 核子共振态的螺旋度振幅的计算

董宇兵

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

**摘要** 相对论夸克模型用来计算  $\Delta$  和  $N^*$  的电产生振幅. 介子云的贡献是一个重要的课题. 计算表明考虑了介子云的作用对  $\Delta$  和  $N^*(1440)$  螺旋度振幅的解释将会有明显的改进. 这有助于进一步认识 Roper 共振态的性质.

**关键词** 螺旋度振幅 介子云 Roper 共振态

对核子共振态的螺旋度振幅的描述一直是共振态物理的一个重要的研究课题<sup>[1]</sup>. 然而多年来夸克模型对  $\Delta(1232)$  螺旋度振幅的计算表明夸克模型不能完全解释实验上  $\Delta(1232)$  的螺旋度振幅. 理论计算只给出 70% 左右的实验值. 如何改进对  $\Delta(1232)$  的描述是一个重要的研究方向. 另外对  $N^*(1440)$  共振态的螺旋度振幅的计算也存在着许多不确定性. 夸克模型的结果与实验相差较远, 一种理论认为  $N^*(1440)$  是胶子混杂态<sup>[2]</sup>.

本工作试图利用相对论夸克模型并考虑介子云的影响来研究  $\Delta(1232)$  和  $N^*(1440)$  的螺旋度振幅的性质. 由于在传统模型基础之上引入了介子的自由度, 因此希望会对理论给予改进. 同时也会对  $N^*(1440)$  的性质有更深入的了解.

以前的工作已表明了本理论在解释中子电子形状因子时的优点<sup>[3]</sup>. 这里我们把它应用到共振态上. 与以前的工作相一致, 相对论三夸克体系的描述是基于 Dirac 方程之上. 三夸克部分的波函数是扣除质心部分的三个单粒子夸克波函数之积. 对核子和  $\Delta(1232)$  为

$$\psi^{N,\Delta}(3q) = (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 - \mathbf{p}) \psi_{0S}(\mathbf{p}_1) \psi_{0S}(\mathbf{p}_2) \psi_{0S}(\mathbf{p}_3), \quad (1)$$

对  $N^*(1440)$  共振态为

$$\psi^R(3q) = (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 - \mathbf{p}) \times \frac{1}{\sqrt{3}} [\psi_{0S}(\mathbf{p}_1) \psi_{0S}(\mathbf{p}_2) \psi_{1S}(\mathbf{p}_3) + \psi_{0S}(\mathbf{p}_1) \psi_{1S}(\mathbf{p}_2) \psi_{0S}(\mathbf{p}_3) + \psi_{1S}(\mathbf{p}_1) \psi_{0S}(\mathbf{p}_2) \psi_{0S}(\mathbf{p}_3)]. \quad (2)$$

方程(1)-(2)中  $\psi_{0S}$  和  $\psi_{1S}$  分别是单粒子波函数. 它们满足 Dirac 方程

$$[\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + r_0 (V_{\text{conf}}(\mathbf{r}) + m_q) - E_n] |\psi_n\rangle = 0. \quad (3)$$

方程(3)中  $E_n$  为本征能量,  $V_{\text{conf}}(\mathbf{r})$  是禁闭位, 其形式为矢量和标量混合型的谐振子位

$$V_{\text{conf}}(\mathbf{r}) = \frac{a_s}{2} (1 + r_0) r^2 = V_s(\mathbf{r}) + V_v(\mathbf{r}). \quad (4)$$

本文之所以选择(4)式的禁闭位是因为这种禁闭位可以给出方程(3)解析形式的解<sup>[4]</sup>. 这里选夸克质量和基态的 Dirac 方程本征能量  $E_{0S}$  为两个自由参数, 选

$$m_q = 0, \quad E_{0S} = 540 \text{ MeV}. \quad (5)$$

这样, 禁闭位强度  $a_c$  以及波函数的谐振子常数  $\alpha_{0S}$  等均可由此定出. 基态和第一径向激发态的波函数可写为

$$\psi_{0S}(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( \frac{\alpha_{0S}}{\pi} \right)^{3/4} \begin{pmatrix} i \\ -\sqrt{\frac{\alpha_{0S}}{3}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r} \end{pmatrix} e^{-\frac{\alpha_{0S} r}{2}}$$

$$\psi_{1S}(\mathbf{r}) = \left( \frac{\alpha_{1S}}{\pi} \right)^{3/4} \begin{pmatrix} i \left( 1 - \frac{2}{3} \alpha_{1S} r^2 \right) \\ -\sqrt{\frac{\alpha_{1S}}{7}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r} \left( \frac{7}{3} - \frac{2}{3} \alpha_{1S} r^2 \right) \end{pmatrix} e^{-\frac{\alpha_{1S} r^2}{2}}$$

可以证明  $\alpha_{nl} = (E_{nl} a_c)^{1/2}$  如果  $E_{0S}$  选定,  $a_c$  可通过  $E_{0S}$  确定

$$a_c = E_{0S}^3/9; \quad \text{且 } \alpha_{0S} = \sqrt{a_c E_{0S}}. \quad (8)$$

这样有  $E^d = \left[ 2 \sqrt{a_c} \left( 2n + l + \frac{3}{2} \right) \right]^{2/3}$ ,  $E^{0S} = (3 \sqrt{a_c})^{2/3}$ ,  $E^{1S} = (7 \sqrt{a_c})^{2/3}$  同时可以证明  $\langle \psi_{0S} | \psi_{1S} \rangle = 0$ . 在参数  $m_q$  和  $E_{0S}$  选定情况之下(见等式(5)), 有

$$a_c = (E_{0S})^3/9 = 449.525 \text{ MeVfm}^{-2}; \quad \alpha_{0S} = E_{0S}^2/3 = 0.0972 \text{ GeV}^2$$

$$\alpha_{1S} = (\sqrt{7} a_c)^{2/3} = 0.1289 \text{ GeV}^2.$$

可见波函数(1)和(2)分别是  $\alpha_{0S}$  和  $(\alpha_{0S}, \alpha_{1S})$  的函数. 虽然有 Dirac 方程单粒子波函数之间的正交关系, 但由于质心的扣除,  $\langle \psi^{N,\Delta}(3q) | \psi^R(3q) \rangle \neq 0$ . 为了建立正确的 Roper  $N^*$  (1440) 波函数, 我们重新写 Roper 波函数为

$$\tilde{\psi}^R(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3; \alpha_{0S}, \alpha_{1S}) = \frac{1}{\sqrt{1-Z_0^2}} [\psi^R(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3; \alpha_{0S}, \alpha_{1S}) - Z_0 \psi^N(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3, \alpha_{0S})], \quad (10)$$

其中重整化常数  $Z_0$  为

$$Z_0 = \langle \psi^{N,\Delta}(\alpha_{0S}) | \psi^R(\alpha_{0S}, \alpha_{1S}) \rangle.$$

这样保证了  $\langle \psi^N(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3, \alpha_{0S}) | \tilde{\psi}^R(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3; \alpha_{0S}, \alpha_{1S}) \rangle = 0$ . 以上说明了如何建立扣除质心运动的三个夸克部分波函数的相对论描述. 在坐标空间中质子和中子三夸克波函数可写为(见(1)式)

$$\psi_p(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3; \alpha_{0S}) = \frac{N_{N,\Delta}(\mathbf{p})}{(2\pi)^9} \int d^3 p_1 d^3 p_2 d^3 p_3 e^{i\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{r}_1 + i\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{r}_2 + i\mathbf{p}_3 \cdot \mathbf{r}_3} \psi^{N,\Delta}(3q) \quad (12)$$

其中  $N_{N,\Delta}(\mathbf{p})$  是归一化常数, 它与质心运动  $\mathbf{p}$  有关. 这也说明了在相对论框架下是不能完全严格地扣除质心运动的.

通过以上的方法可以给出  $\Delta$  和  $N^*$  (1440) 共振态的三夸克部分的波函数. 这里仍是假定 Roper 共振态有一个粒子激发到 1S 态上, 如式(2)所示

进一步考虑夸克和介子云的相互作用为赝标耦合,

$$\mathcal{L}_{\text{qq}\pi} = \frac{i}{f_\pi} \bar{\psi}(\mathbf{r}) \gamma^5 (V_s(\mathbf{r}) + m_q) \psi(\mathbf{r}) \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi}_\pi(\mathbf{r}) \quad (13)$$

其中  $f_\pi$  是  $\pi$  衰变常数,  $\pi$  场可写为

$$\phi_\pi(\mathbf{r}) = \int \frac{d^3 R}{[2\omega_\kappa(2\pi)^3]^{1/2}} [a(\mathbf{k})e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + a^\dagger(\mathbf{k})e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}], \quad (14)$$

描述  $\pi$  场的拉氏量为

$$\mathcal{L}_\pi = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi_\pi(\mathbf{r}))^2 - \frac{1}{2} m_\pi^2 \phi_\pi(\mathbf{r}) \quad (15)$$

通过最小替换,可以得出  $\pi$  场与光子的耦合

$$j_\pi^\mu = ie [\phi_{\pi^+}^\dagger(\mathbf{r}) \partial^\mu \phi_{\pi^+}(\mathbf{r}) - \phi_{\pi^+}(\mathbf{r}) \partial^\mu \phi_{\pi^+}^\dagger(\mathbf{r})], \quad (16)$$

其中

$$\phi_{\pi^+} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_1 + i\phi_2) \quad (17)$$

是产生一个正电荷  $\pi^+$  或消灭一个负电荷  $\pi^-$  的场算符. 这样  $\Delta$  和 Roper 共振态的波函数可写为<sup>[5]</sup>

$$|\tilde{B}\rangle = Z_2^B [|\tilde{\psi}^B\rangle + \sum_{B'=N,\Delta} C^{BB'} |\tilde{\psi}^B \pi_B\rangle]. \quad (18)$$

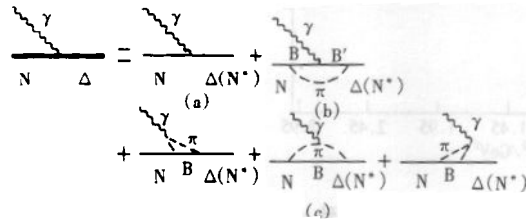


图1 光子和共振态  $\Delta(N^*)$  相互作用

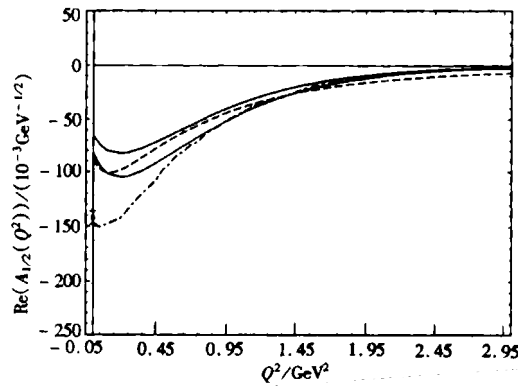


图2  $\Delta(1232)$  的  $A_{1/2}(Q^2)$

---是非相对论的计算结果. —是图1(a)的结果,  
 .....是图1(b)加(c)的结果, -·-·-是图1总的结果.

实验点取自文献[6].

而光子即可以与  $|\tilde{\psi}^B\rangle$  中夸克作用,也可以和介子-重子态中  $\pi^+$  作用. 图 1 给出了光子与  $\Delta$  以及 Roper 相互作用的图示. 因此光子场与共振态的相互作用流可写为

$$J_{\text{tot}}^\mu = j_{\text{q}}^\mu + j_{\pi}^\mu \quad (19)$$

其中夸克-光子流可写为

$$j_{\text{q}}^\mu = \tilde{\psi} \sum_{i=1}^3 e_i \gamma_0(i) \gamma^\mu(i) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_i} \tilde{\psi} \quad (20)$$

图 2—3 给出了  $\Delta$  共振态的振幅  $A_{1/2,3/2}(Q^2)$ , 其中  $Q^2$  是动量转移的平方. 图 4—5 给出了 Roper 共振态的  $A_{1/2}^p(Q^2)$  和  $A_{1/2}^n(Q^2)$ . 另外在表 1 中给出了本工作的螺旋度振幅. 其它一些工作结果也列于表中<sup>[9-14]</sup>. 表 1 的结果表明考虑介子云效应可以明显地改进对  $\Delta(1232)$  和 Roper  $N^*(1440)$  共振态螺旋度振幅的计算. 特别是图 1(c) 所给出的结果使得对  $\Delta(1232)$  有  $E2/M1 \approx -2.0\%$ . 这是以往夸克模型较难解释的. 即使考虑了组态混合效

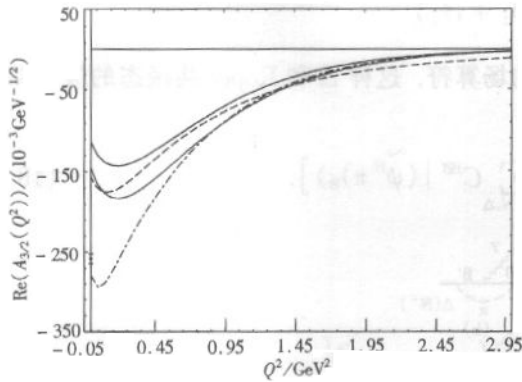


图 3  $\Delta(1232)$  的  $A_{3/2}(Q^2)$  (其它与图 2 一致)

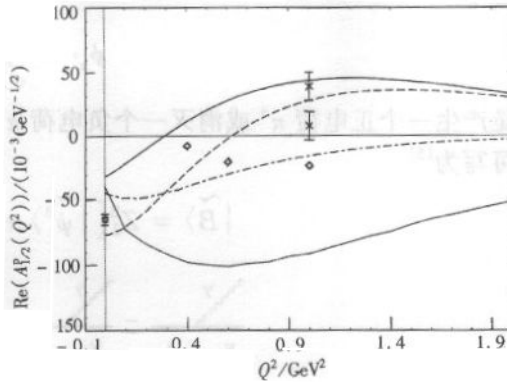


图 4  $N^*(1440)$  的  $A_{1/2}^n(Q^2)$

实验点取自文献[6,7,8], .....代表非相对论计算结果,  
——是图 1(a)的结果, -·-·-是图 1(b)加(c)的结果,  
----是图 1 总的结果.

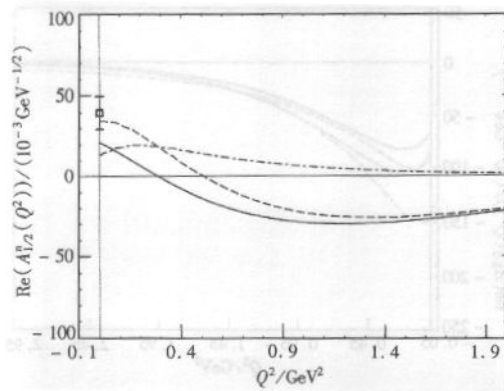


图 5  $N^*(1440)$  的  $A_{1/2}^p(Q^2)$

实验点取自文献[6], ——是图 1(a)的结果,  
-·-·-是图 1(b)加(c)的结果, ----是图 1 总的结果.

表 1  $\Delta(1232)$  的螺旋度振幅  $A_{1/2}$  和  $A_{3/2}$ , Roper  $N^*(1440)$  的螺旋度振幅  $A_{1/2}^p$   
(单位是  $10^{-3}\text{GeV}^{-1/2}$ ) 和  $E2/M1(\Delta(1232))$ , 以及  $\text{Re}(A_{1/2}^p)/\text{Re}(A_{3/2}^p)$

$\Delta(1232)$	$\text{Re}(A_{1/2})$	$\text{Re}(A_{3/2})$	E2/M1
Fig. 1(a)	-65.15	-112.84	0
Fig. 1(a) + Fig. 1(b)	-83.47	-166.43	-2.0%
Total result	-148.62	-279.29	-2.0%
Giannini <sup>[9,11]</sup>	-86	-149	~0
Bijker <sup>[10,11]</sup>	91	-157	~0
Ferraris <sup>[11,11]</sup>	-93	-162	~0
Capstick <sup>[11,2]</sup>	-108	-186	-0.14%
Data for $\Delta(1232)$ <sup>[6]</sup>	$-141 \pm 5$	$-258 \pm 6$	$(-2.85 \pm 0.34 \pm 0.21)\%$ <sup>[15]</sup>
$N^*(1440)$	$\text{Re}(A_{1/2}^p)$	$\text{Re}(A_{3/2}^p)$	$\text{Re}(A_{1/2}^p)/\text{Re}(A_{3/2}^p)$
Fig. 1(a)	-32.12	21.41	-2/3
Fig. 1(b) + Fig. 1(c)	-44.49	13.21	-0.30
Total of this work	-76.61	34.62	-0.45
Cano and Gonzalez <sup>[12,3]</sup>	81.5	52.0	0.638
Koniuk and Isgur <sup>[13,1]</sup>	-24	16	-2/3
Capstick <sup>[11,2]</sup>	-6	-4	-2/3
Cardarelli et al. <sup>[14,4]</sup>	~50	~30	-0.6
$I_1$ <sup>[7,2,5]</sup>	-61	41	-0.6721
Data of $N^*(1440)$ <sup>[6]</sup>	$-65 \pm 4$	$+40 \pm 10$	$-0.54 \pm 0.27$

- 1) 非相对论夸克模型
- 2) 含有相对论修正和组态混合的夸克模型
- 3) 含有矢量介子交换效应的计算
- 4) 相对论光锥坐标下的计算
- 5) 混杂态的计算

应,夸克模型的结果也小于  $-1.5\%$ ,这与最新实验值  $(-2.85 \pm 0.34 \pm 0.21)\%$ <sup>[15]</sup> 有较大的差异.其次,对螺旋度振幅的结果也和实验相符.与其它理论计算结果相比,有了较为明显的改进.对 Roper 共振态的计算也表明了本工作的优越性.虽然目前为止对 Roper 的实验数据非常有限,但是表 1 对 Roper 的螺旋度振幅的计算已清楚地表明了本模型理论的成功之处.特别是对  $\text{Re}(A_{1/2}^p)/\text{Re}(A_{3/2}^p)$  的比,以及电产生振幅随动量转移平方  $Q^2$  的关系.这些数值清楚地反映了介子云的贡献.图 1(a) 的三夸克分量已经对 Roper 螺旋度振幅的计算给出了改进的结果.这主要是因为(10)式所描写的波函数.正交化的条件使得 Roper 共振态与传统模型中的行为完全不同.相对论波函数中重整化常数  $z_0 \simeq -0.649$ .

总之,相对论模型加上介子云作用可以明显地改进理论对共振态性质的描述.进一步利用本模型理论去计算其它共振态,如  $D_{13}$  和  $S_{11}$  将是必要的。

**参考文献 (References)**

- 1 Close F E, LI Z P, Phys. Rev., 1990, **D42**:2194; Capstick S. Phys. Rev., 1992, **D46**:1945
- 2 LI Z P, Phys. Rev., 1992, **D46**:70
- 3 DONG Y B, Faessler A, Shimizu K. Eur. Phys. Jour., 1999, **A6**:203
- 4 Tegen R, Brockmann R, Weise W. Z. Phys., 1982, **A307**:339
- 5 Theberge S, Thomas A W. Nucl. Phys., 1983, **A393**:252
- 6 Particle Data Group, Caso C et al. Eur. J. Phys., 1998, **C3**:1
- 7 Gerhrdt Gh. Z. Phys., 1980, **C4**:311
- 8 Boden B, Krosen G. In Proc. of the Conf. on Research Program at CEBAF II. eds. V. Burkert et al., CEBAF (USA), 1986
- 9 Giannini M M. Rep. Prog. Phys., 1990, **54**:453
- 10 Bijker R et al. Ann. Phys. (N. Y.), 1994, **236**:64
- 11 Ferraris M. et al. Phys. Lett, 1995, **B364**:231
- 12 Cano F, Gonzalez P. Phys. Lett., 1998, **B431**:270
- 13 Koniuk R, Isgur I. Phys. Rev., 1980, **D21**:1888
- 14 Cardarelli F, Gonzalez P. Phys. Lett., 1998, **B431**:270
- 15 Workman R L. The E2/M1 Ratio, A Status Report, nucl-th/9810013

## The Calculation for the Helicity Amplitudes of the Nucleon Resonances and the Meson Cloud Effect in Relativistic Quark Model

DONG Yu-Bing

*(Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)*

**Abstract** Relativistic quark model is employed to study the helicity amplitudes and the electroproduction amplitudes of the  $\Delta(1232)$  and  $N^*(1440)$ . The meson cloud effect is considered. The calculations show the improved results for those spin observables. A good description for the Roper resonance is achieved.

**Key words** helicity amplitude, meson cloud, resonance