第25卷 第10期 高能物理与核物理 Vol.25, No.10
2001年10月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Oct.,2001

相对论电子束对波的相速的影响

潘卫民 李中泉
(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

谢 羲
(核工业部研究生部 北京 102413)

摘要 在小信号情况下研究了相对论电子束对加速器微波相速的影响. 首次提出了电子束流的介质等效的思想,并建立了等效的相对介电常数的计算公式. 同时,建立了考虑小信号下相对论电子束的盘荷波导的简化色散方程.

关键词 相对论电子束 等效介质 简化色散方程

1 引言

在电子直线加速器中,微波特性直接影响着加速器电子束的品质. 以往人们着重于讨论谐振腔中的微波特性对电子束流的影响,而对电子束流如何影响波的特性以及影响作用的大小则研究得较少. 本文旨在更为有效地深入讨论波的特性与电子束之间的关系,完善电子束影响波的特性的理论. 在考虑相对论效应的情况下对加速器中的电子束流对微波相速的影响进行了研究,提出了电子束流的介质等效思想,并建立了等效介质的相对介电常数的计算公式,同时在这种思想下,建立了考虑相对论电子束在小信号下的盘荷波导的简化色散方程.

2 电子束流的介质等效思想的提出

我们讨论的情况为小信号情况,即腔内建立的微波场为小信号场(例如在预聚束器中),此时腔内总场 $\boldsymbol{E}_t = \boldsymbol{E}_0 + \boldsymbol{E}_1$ 中的 $\left|\frac{\boldsymbol{E}_1}{\boldsymbol{E}_0}\right| = \varepsilon$ 很小,其中 $\boldsymbol{E}_1$ 为腔内总的交变场. $\boldsymbol{E}_0$ 为腔内恒定场(总场的傅里叶展开中的第一项). 在交变场作用下,电子束的电荷密度 ρ 和电流密度 $\boldsymbol{J}$ 将产生一个微扰,$\rho_t = \rho_0 + \rho_1$,$\boldsymbol{J}_t = \boldsymbol{J}_0 + \boldsymbol{J}_1$,其中 ρ_0,$\boldsymbol{J}_0$ 为平均电荷和电流密度;ρ_1,$\boldsymbol{J}_1$ 为微扰电荷和电流密度. 这时,麦氏方程可写为

2000-11-24 收稿

$$\begin{cases}\nabla \times \boldsymbol{E}_t = -\dfrac{\partial \boldsymbol{B}_t}{\partial t} \\ \nabla \times \boldsymbol{H}_t = \varepsilon_0 \dfrac{\partial \boldsymbol{E}_t}{\partial t} + \boldsymbol{J}_t \\ \nabla \cdot \boldsymbol{E}_t = \rho_t / \varepsilon_0 \\ \nabla \cdot \boldsymbol{B}_t = 0 \end{cases} \tag{2.1}$$

其中“t”表示“总的”, $\boldsymbol{E}_t, \boldsymbol{D}_t, \boldsymbol{B}_t, \boldsymbol{H}_t$ 均为总场.

因 $\boldsymbol{E}_t = \boldsymbol{E}_0 + \boldsymbol{E}_1$, $\boldsymbol{B}_t = \boldsymbol{B}_0 + \boldsymbol{B}_1$, $\boldsymbol{E}_0, \boldsymbol{B}_0$ 均为恒定场, $\boldsymbol{E}_t, \boldsymbol{B}_t$ 为总交变场,所以,有

$$\begin{cases}\nabla \times \boldsymbol{E}_1 = -\dfrac{\partial \boldsymbol{B}_1}{\partial t} \\ \nabla \times \boldsymbol{H}_1 = \varepsilon_0 \dfrac{\partial \boldsymbol{E}_1}{\partial t} + \boldsymbol{J}_1 \\ \nabla \cdot \varepsilon_0 \boldsymbol{E}_1 = \rho_1 \\ \nabla \cdot \boldsymbol{B}_1 = 0 \end{cases} \tag{2.2}$$

将(2.2)式进一步写成如下形式:

$$\begin{cases}\nabla \times \boldsymbol{E}_1 = -\dfrac{\partial \boldsymbol{B}_1}{\partial t}, \\ \nabla \times \boldsymbol{H}_1 = \dfrac{\partial \boldsymbol{D}_1}{\partial t}, \\ \nabla \cdot \boldsymbol{D}_1 = 0 \\ \nabla \cdot \boldsymbol{B}_1 = 0 \end{cases} \tag{2.3}$$

其中

$$\begin{cases}\dfrac{\partial \boldsymbol{D}_1}{\partial t} = \varepsilon_0 \dfrac{\partial \boldsymbol{E}_1}{\partial t} + \boldsymbol{J}_1 \\ \boldsymbol{D}_1 = \varepsilon_0 \tilde{\varepsilon}_r \boldsymbol{E}_1 \\ \boldsymbol{B}_1 = \mu_0 \mu_r \boldsymbol{H}_1 \approx \mu_0 \boldsymbol{H}_1 \\ \boldsymbol{J}_1 = \tilde{\sigma} \boldsymbol{E}_1 \end{cases} \tag{2.4}$$

将电子束在交变场作用下产生的微扰电流和电荷进行介质等效,(2.4)式中的 $\tilde{\varepsilon}_r$ 被看作为等效介质的相对介电常数, $\tilde{\sigma}$ 为等效介质的电导率. 这样,电子束对波的相速的影响即等效为介质产生的影响,因而,对电子束影响波的相速的研究可以转化为对等效介质影响的研究.

由(2.4)式,得

$$\varepsilon_0 \tilde{\varepsilon}_r \frac{\partial \boldsymbol{E}_1}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}_1}{\partial t} + \tilde{\sigma} \boldsymbol{E}_1 .$$

为推导方便起见,将场的表达式写成复数形式,对于 TM_{01} 波, $E \sim e^{j(\omega t - k_z z)}$ 有

$$\tilde{\sigma} = j\omega\varepsilon_0 (\tilde{\varepsilon}_r - 1)$$

或

$$\tilde{\varepsilon}_r = 1 - j \frac{\tilde{\sigma}}{\omega \varepsilon_0} \tag{2.5}$$

在 z 方向上,$\boldsymbol{E}_1$ 的分量可写成 $E_{z_1}=E_e+E_s+E_b$,E_e 为外场 z 向分量,E_s 为空间电荷场的 z 向分量. E_b 为束流负载场的 z 向分量. 在预聚束器中,E_s, E_b 与 E_e 之比均为可忽略不计的小量,所以,$E_{z_1}=E_e$. 考虑相对论或接近相对论情况,电子的 z 向运动方程为

$$m_0 c\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\gamma\beta_z \quad \gamma_0\beta_{z_0})=eE_e \tag{2.6}$$

其中 $\gamma=\frac{1}{(1-\beta^2)^{1/2}}$, $\beta=\frac{v}{c}$,v 为电子运动速度.

设 $\gamma\beta_z-\gamma_0\beta_{z_0}$ 具有 $F=F(r)\cdot \mathrm{e}^{j(\omega t-k_z z)}$ 的形式. 则

$$jm_0c^2(k-k_z\beta_z)(\gamma\beta_z-\gamma_0\beta_{z_0})=eE_e.$$

$$\begin{aligned}
\gamma\beta_z &= \frac{\beta_z}{(1-\beta^2)^{1/2}}= \\
&\frac{\beta_{z_0}+\beta_{z_1}}{(1-\beta_0^2-2\beta_0\beta_1-\beta_1^2)^{1/2}}\approx \\
&\frac{\beta_{z_0}+\beta_{z_1}}{(1-\beta_0^2)^{1/2}}\left(1+\frac{\beta_0\beta_1}{1-\beta_0^2}\right)= \\
&\frac{\beta_{z_0}}{(1-\beta_0^2)^{1/2}}+\frac{\beta_{z_1}}{(1-\beta_0^2)^{1/2}}+\frac{\beta_{z_0}\beta_0\beta_1}{(1-\beta_0^2)^{3/2}}+\frac{\beta_{z_1}\beta_0\beta_1}{(1-\beta_0^2)^{3/2}}\approx \\
&(\gamma\beta_z)_0+\gamma_0\beta_{z_1}+\gamma_0^3\beta_{z_0}\beta_0\beta_1= \\
&(\gamma\beta_z)_0+\gamma_0^3(\beta_{z_1}-\beta_{z_1}\beta_0^2+\beta_{z_0}\beta_0\beta_1)
\end{aligned} \tag{2.7}$$

考虑在强磁场作用下电子束的 $v_r\approx 0$, $v_\varphi\approx 0$,即

$$\beta_0^2=\beta_{z_0}^2+\beta_{r_0}^2+\beta_{\varphi_0}^2\approx\beta_{z_0}^2,$$

$$\beta_1^2=\beta_{z_1}+\beta_{r_1}^2+\beta_{\varphi_1}^2\approx\beta_{z_1}^2,$$

所以

$$\begin{aligned}
\gamma\beta_z &\approx(\gamma\beta_z)_0+\gamma_0^3(\beta_{z_1}-\beta_{z_1}\beta_{z_0}{}^2+\beta_{z_0}\beta_0\beta_1) \\
&(\gamma\beta_z)_0+\gamma_0^3\beta_{z_1}.
\end{aligned} \tag{2.8}$$

(2.7)式变成为

$$jm_0c^2[(k-k_z\beta_{z_0})\gamma_0^3\beta_{z_1}]\approx eE_e, \tag{2.9}$$

$$\beta_{z_1}=\frac{eE_e}{jm_0c^2(k-k_z\beta_{z_0})\gamma_0^3}, \tag{2.10}$$

由 $$J_z=J_{z_0}+J_{z_1}=\rho v_z=(\rho_0+\rho_1)(v_{z_0}+v_{z_1})\approx\rho_0v_{z_0}+\rho_1v_{z_0}+\rho_0v_{z_1}$$

得 $$J_{z_1}\approx\rho_1v_{z_0}+\rho_0v_{z_1}, \tag{2.11}$$

$$J_{z_1}\approx\tilde{\sigma}E_e. \tag{2.12}$$

由

$$\frac{\partial\rho_1}{\partial t}+\nabla\cdot\boldsymbol{J}_1\approx\frac{\partial\rho_1}{\partial t}+\frac{\partial J_{z_1}}{\partial z}=$$

$$\frac{\partial\rho_1}{\partial t}+\tilde{\sigma}\frac{\partial E_e}{\partial z}=$$

$$\frac{\partial\rho_1}{\partial t}-jk_z\tilde{\sigma}E_e=0,$$

得

$$\frac{\partial\rho_1}{\partial t}=jk_z\tilde{\sigma}E_e.$$

由于　$\rho_1\sim e^{j(\omega t-k_z z)}$,　有

$$\rho_1=\frac{\tilde{\sigma}k_z}{\omega}E_e.\tag{2.13}$$

将(2.10),(2.12),(2.13)式代入到(2.11)式中,得

$$\tilde{\sigma}=\frac{jk\rho_0 e}{m_0 c(k-k_z\beta_{z_0})^2\gamma_0^3},\tag{2.14}$$

由(2.5)式,得

$$\tilde{\varepsilon}_r=1-j\frac{\tilde{\sigma}}{\omega\varepsilon_0}=1-\frac{\rho_0 e}{m_0c^2\varepsilon_0(k-k_z\beta_{z_0})^2\gamma_0^3}=\varepsilon_r.\tag{2.15}$$

这就是等效介质的相对介电常数的计算公式,其中 ε_r 为一实数即 $\tilde{\varepsilon}_r$ 的实部. 由此式可看出,不同的束流具有不同的 ρ_0,γ_0,因而对应着不同的 ε_r 值即不同的介质.

3　当束流半径等于盘孔半径时简化的盘荷波导色散方程的建立

首先把盘荷波导分成两个区域(如图 1 所示),以盘片孔为横截面的圆柱形区域($r\leqslant a$)为区域Ⅰ,两盘片之间的区域($a\leqslant r\leqslant b$)为区域Ⅱ. 假设电子束充满区域Ⅰ.

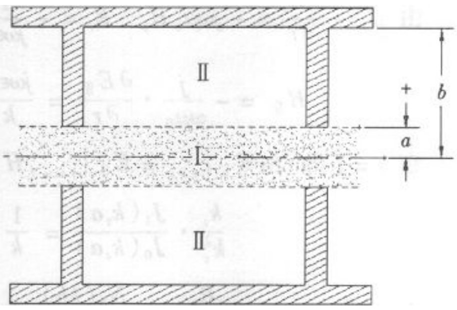

图 1　电子束半径等于盘孔半径的情况

首先讨论Ⅰ区情况,由(2.3)式中的 $\nabla\times\boldsymbol{H}_1=\frac{\partial\boldsymbol{D}_1}{\partial t}$,将 $\nabla\times\boldsymbol{E}_1=-\frac{\partial\boldsymbol{B}_1}{\partial t}$ 代入,得

$$\nabla^2\boldsymbol{E}_1-\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{E}_1)=\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{\partial^2\boldsymbol{E}_1}{\partial t^2}\tag{3.1}$$

由(2.4)式中第一式,得

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\cdot\boldsymbol{D}_1)=\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\cdot\boldsymbol{E}_1)+\nabla\cdot\boldsymbol{J}_1,$$

因 $\nabla\cdot\boldsymbol{D}_1=0$, $\boldsymbol{J}_1\approx\boldsymbol{J}_{z_1}=\tilde{\sigma}\boldsymbol{E}_{z_1}$,所以,有

$$\nabla\cdot\boldsymbol{E}_1=\frac{k_z\tilde{\sigma}}{\omega\varepsilon_0}E_{z_1},\tag{3.2}$$

将(3.2)式代入到(3.1)式中,只考虑 z 向情况,有

$$\nabla^2 E_{z_1} - \frac{k_z\tilde{\sigma}}{\omega\epsilon_0}\cdot\frac{\partial E_{z_1}}{\partial z} = \mu_0\epsilon_0\epsilon_r\frac{\partial^2 E_{z_1}}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 E_{z_1}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial E_{z_1}}{\partial r} + \left(j\frac{\tilde{\sigma}}{\omega\epsilon_0} - 1\right)k_z^2 E_{z_1} + k^2\epsilon_r E_{z_1} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 E_{z_1}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial E_{z_1}}{\partial r} + k_\epsilon^2 E_{z_1} = 0, \tag{3.3}$$

其中 $k_\epsilon^2 = k_c^2\epsilon_r = (k^2 - k_z^2)\epsilon_r$.

设Ⅰ区的 z 向场为 $E_{\rm I}$,则场方程可写为

$$\frac{\partial^2 E_{\rm I}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial^2 E_{\rm I}}{\partial r} + k_\epsilon^2 E_{\rm I} = 0, \tag{3.4}$$

仅考虑基波,其一般解为

$$E_{\rm I} = A_0 J_0(k_\epsilon r)e^{j(\omega t - k_z z)} \tag{3.5}$$

对于 TM_{01} 波,磁场只有辐向分量,其表示式为[1]

$$H_{\rm I} = -\frac{j\omega\epsilon_0}{k_c^2}\cdot\frac{\partial E_{\rm I}}{\partial r} = \frac{jk_\epsilon\omega\epsilon_0}{k_c^2}A_0 J_1(k_\epsilon r)e^{j(\omega t - k_z z)} \tag{3.6}$$

设Ⅱ区即盘片之间区域的 z 向场为 $E_{\rm II} \sim e^{j(\omega t - k_z \bar{z})}$,其中 $\bar{z}$ 为腔之中点,则场方程的表示式为

$$\frac{\partial^2 E_{\rm II}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial E_{\rm II}}{\partial r} + k^2 E_{\rm II} = 0, \tag{3.7}$$

只考虑基波情况,其一般解的形式为

$$E_{\rm II} = [B_0 J_0(kr) + C_0 N_0(kr)]e^{j(\omega t - k_z \bar{z})}, \tag{3.8}$$

B_0、C_0 为待定系数.

由 $\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = -j\omega\mu_0 H_\varphi$, $E_r = -\frac{1}{j\omega\epsilon_0}\cdot\frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = 0$,得

$$H_{\rm II} = -\frac{j}{\omega\mu_0}\cdot\frac{\partial E_{\rm II}}{\partial r} = \frac{j\omega\epsilon_0}{k}[B_0 J_1(kr) + C_0 N_1(kr)]e^{j(\omega t - k_z \bar{z})} \tag{3.9}$$

在 $z = \bar{z}$ 处,由 $E_{\rm I}|_{r=a} = E_{\rm II}|_{r=a}$, $H_{\rm I}|_{r=a} = H_{\rm II}|_{r=a}$ 得

$$\frac{k_\epsilon}{k_c^2}\cdot\frac{J_1(k_\epsilon a)}{J_0(k_\epsilon a)} = \frac{1}{k}\cdot\frac{B_0 J_1(ka) + C_0 N_1(ka)}{B_0 J_0(ka) + C_0 N_0(ka)} \tag{3.10}$$

由 $E_{\rm II}|_{r=b} = 0$,得 $\frac{B_0}{C_0} = -\frac{N_0(kb)}{J_0(kb)}$,并注意到 $k_\epsilon^2 = k_c^2\epsilon_r$,(3.10)式可写成

$$\frac{\epsilon_r}{k_\epsilon a}\cdot\frac{J_1(k_\epsilon a)}{J_0(k_\epsilon a)} = \frac{1}{ka}\cdot\frac{N_0(kb)J_1(ka) - J_0(kb)N_1(ka)}{N_0(kb)J_0(ka) - J_0(kb)N_0(ka)}. \tag{3.11}$$

从而,在小信号和考虑相对论电子束情况下得出了简化的盘荷波导色散方程.由此方程可求出 k_z,从而得到在注入电子束后波的相速的变化量.

由(3.11)式还可看出,考虑了相对论电子束后 k_z 除了与 f, a, b 有关外,还与等效介质的介电常数 ϵ_r 有关,即 $k_z = k_z(f, a, b, \epsilon_r)$,这与以往无束流时的情况不同.

4 束流半径为任意值时的简化的盘荷波导色散方程的建立

假设束流的半径为任意值 r_0,这时,腔内形成三个区域(如图 2 所示).

Ⅰ区($r \leqslant r_0$):有电子束存在,其半径为 r_0,$\varepsilon_r \neq 1$.

参照(3.4)式,场方程可写为

$$\frac{\partial^2 E_{\mathrm{I}}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial E_{\mathrm{I}}}{\partial r} + k_\varepsilon^2 E_{\mathrm{I}} = 0\ , \tag{4.1}$$

其一般解为

$$E_{\mathrm{I}} = A_0 J_0(k_\varepsilon r) e^{j(\omega t - k_z z)} \tag{4.2}$$

同时可得

$$H_{\mathrm{I}} = \frac{jk_\varepsilon \omega \varepsilon_0}{k_c^2} A_0 J_1(k_\varepsilon r) e^{j(\omega t - k_z z)} \tag{4.3}$$

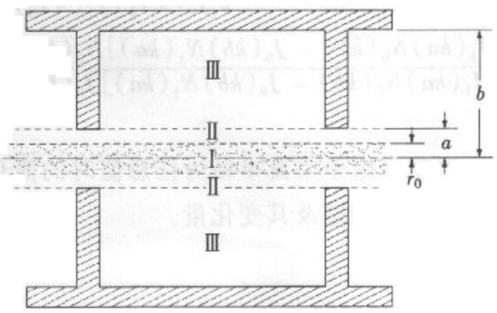

图 2　电子束为任意半径 r_0 的情况

Ⅱ区($r_0 \leqslant r \leqslant a$):无电子束的行波区,$\varepsilon_r = 1$. 场方程为

$$\frac{\partial^2 E_{\mathrm{II}}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial E_{\mathrm{II}}}{\partial r} + k_c^2 E_{\mathrm{II}} = 0\ , \tag{4.4}$$

解为:

$$E_{\mathrm{II}} = [B_0 J_0(k_c r) + C_0 N_0(k_c r)] e^{j(\omega t - k_z z)}\ , \tag{4.5}$$

$$H_{\mathrm{II}} = \frac{j\omega\varepsilon_0}{k_c}[B_0 J_1(k_c r) + C_0 N_1(k_c r)] e^{j(\omega t - k_z z)}\ . \tag{4.6}$$

Ⅲ区($a \leqslant r \leqslant b$):盘片间的区域.

设 $E_{\mathrm{III}}, E_{\mathrm{III}} \sim e^{j(\omega t - k_z z)}$,$\bar{z}$ 为腔的中点,场方程为

$$\frac{\partial^2 E_{\mathrm{III}}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial E_{\mathrm{III}}}{\partial r} + k^2 E_{\mathrm{III}} = 0\ , \tag{4.7}$$

解为:

$$E_{\mathrm{III}} = D_0\left[J_0(kr) - \frac{J_0(kb)}{N_0(kb)} N_0(kr)\right] e^{j(\omega t - k_z z)}\ , \tag{4.8}$$

$$H_{\mathrm{III}} = \frac{j\omega\varepsilon_0}{k} D_0\left[J_1(kr) - \frac{J_0(kb)}{N_0(kb)} N_1(kr)\right] e^{j(\omega t - k_z z)} \tag{4.9}$$

其中用到了边界条件 $E_{\mathrm{III}}|_{r=b} = 0$,从而消去了一个待定常数.

由 $E_{\mathrm{I}}|_{r=r_0} = E_{\mathrm{II}}|_{r=r_0}$,$H_{\mathrm{I}}|_{r=r_0} = H_{\mathrm{II}}|_{r=r_0}$ 得

$$\begin{aligned}\frac{1}{k_\varepsilon} \cdot \frac{J_0(k_\varepsilon r_0)}{J_1(k_\varepsilon r_0)} &= \frac{1}{k_c} \cdot \frac{B_0 J_0(k_c r_0) + C_0 N_0(k_c r_0)}{B_0 J_1(k_c r_0) + C_0 N_1(k_c r_0)} = \\ &\frac{1}{k_c} \cdot \frac{C_1 J_0(k_c r_0) + N_0(k_c r_0)}{C_1 J_1(k_c r_0) + N_1(k_c r_0)}\ ,\end{aligned} \tag{4.10}$$

其中 $C_1 = \dfrac{B_0}{C_0}$

在 $z = \bar{z}$ 处,由 $E_{\mathrm{II}}|_{r=a} = E_{\mathrm{III}}|_{r=a}$,$H_{\mathrm{II}}|_{r=a} = H_{\mathrm{III}}|_{r=a}$ 得

$$\frac{1}{k_c}\cdot\frac{C_1J_1(k_ca)+N_1(k_ca)}{C_1J_0(k_ca)+N_0(k_ca)}=\frac{1}{k}\cdot\frac{J_1(ka)N_0(kb)-J_0(kb)N_1(ka)}{J_0(ka)N_0(kb)-J_0(kb)N_0(ka)}. \tag{4.11}$$

由(4.10)式和(4.11)式消去待定常数 C_1,得

$$\frac{k_cJ_0(k_\varepsilon r_0)N_1(k_cr_0)-k_\varepsilon N_0(k_cr_0)J_1(k_\varepsilon r_0)}{k_cJ_0(k_\varepsilon r_0)J_1(k_cr_0)-k_\varepsilon J_0(ka)J_1(k_\varepsilon r_0)}=$$

$$\frac{k_c[J_1(ka)N_0(kb)-J_0(kb)N_1(ka)]N_0(k_ca)-k[J_0(ka)N_0(kb)-J_0(kb)N_0(ka)]N_1(k_ca)}{k_c[J_1(ka)N_0(kb)-J_0(kb)N_1(ka)]J_0(k_ca)-k[J_0(ka)N_0(kb)-J_0(kb)N_0(ka)]J_1(k_ca)} \tag{4.12}$$

这就是电子束流半径为任意值时的简化的盘荷波导色散方程,由此可求出 k_c 或 k_z,从而得到波相速及其变化量.

5 结论

在小信号下可将加速器中的相对论电子束等效为介质来考虑,并导出了等效介质的相对介电常数的计算公式. 在此等效介质思想下,考虑相对论电子束情况建立了简化的盘荷波导色散方程,由此方程可求出 k_z,从而计算出在注入电子束后波的相速的变化量.

考虑了等效介质即相对论电子束这一项后,在盘荷波导中 k_z 除了与频率 f、几何尺寸 a, b 有关外,还与等效介质的介电常数 ε_r 有关,即 $k_z=k_z(f,a,b,\varepsilon_r)$,这与以往无束流时的情况不同.

参考文献(References)

1 Shen Zhi-Yuan et al. Microwave Technology. National Defence Industry Press. 1980, 44
(沈致远等. 微波技术. 国防工业出版社,1980,44)

Effects of the Relativistic Electron Beam on the Phase Velocity of RF Field in Accelerator

PAN Wei-Min LI Zhong-Quan

(*Institute of High Energy Physics, CAS, Beijing* 100039, *China*)

XIE Xi

(*The College of Graduate Student of the Ministry of Nuclear Industry, Beijing* 102413, *China*)

Abstract The effects of the relativistic electron beam on the phase velocity of RF field in accelerator for small signal are studied. The idea of equating electron beam with medium is first developed and the formula of equivalent relative dielectric constant is derived. Based on this consideration and deduction, the simplified dispersion equation of disk-loaded waveguide with the relativistic electron beam under small signal field is established, by which the magnitude of the phase velocity variation of microwave field in accelerator with small signal can be obtained.

Key words relativistic electron beam, equivalent dielectric constant, simplified dispersion equation

Received 24 November 2000