

稀土区正常变形奇核—偶核全同带的物理机制*

余 雷^{1,2,3} 刘树新^{1,2} 雷奕安^{1,2} 曾谨言^{1,2}

1 (北京大学物理系 北京 100871)

2 (兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心 兰州 730000)

3 (贵州师范大学物理系 贵阳 550001)

摘要 用处理对力的粒子数守恒方法分析了稀土区正常变形奇核—偶核全同带的物理机制。这些全同带的奇粒子均处于推转的低 j 高 Ω Nilsson 轨道。相反, 建立在高 j 闯入轨道上的奇 A 核转动带的转动惯量, 无例外都比相邻偶核基态带的转动惯量大得多。观测到的转动惯量随角频率的变化(带交叉前)可以在粒子数守恒的计算中很好地重现。计算中无自由参数。单极对力强度与 Y_{20} 四极对力强度由结合能奇偶差与带首转动惯量奇偶差确定。

关键词 正常变形 全同带 单极与四极对力 推转的 Nilsson 轨道 粒子数守恒方法

十年前, 超变形(SD)核全同带这一令人惊叹的现象在 $A \approx 150$ 和 $A \approx 190$ 区被发现^[1-3]。不久后, 全同带又在正常变形(ND)核中被发现, 包括稀土区奇核—偶核低自旋全同带^[4]、铜系区和稀土区偶核—偶核低自旋全同带^[5,6]等, 这说明全同带并不仅限于高自旋超变形核。所谓全同带, 是指带内 γ 跃迁能谱几乎全同。对全同带的研究, 若自旋 I 已由实验测定(例如 ND 核转动带), 就可以从 E_γ 的实验值提取它们的运动学转动惯量 $J^{(1)}$

$$J^{(1)}(I-1)/\hbar^2 = \frac{2I-1}{E_\gamma(I \rightarrow I-2)} \quad (1)$$

其精度较高。若自旋 I 尚未由实验测定(例如大多数 SD 带), 则只能从 E_γ 提取其动力学转动惯量 $J^{(2)}$

$$J^{(2)}(I)/\hbar^2 = \frac{4}{E_\gamma(I+2 \rightarrow I) - E_\gamma(I \rightarrow I-2)} \frac{4}{\Delta E_\gamma} \quad (2)$$

它不依赖于能级的自旋值。但由于 ΔE_γ 的测量精度远低于 E_γ , 所以提取的 $J^{(2)}$ 值的精度

2000-06-27 收稿

* 国家自然科学基金(19975001)与博士点基金支持项目

比 $J^{(1)}$ 要低得多. 关于全同带的实验和理论工作的综述, 可以参阅文献[7]及该文所引文献.

众所周知, 对于低自旋 ND 核的集体运动的描述, 对关联起了关键性的作用^[8]. 观测到的转动惯量只相当于刚体值的 $1/2-1/3$, 正是来自对关联的影响. 原子核内的对关联通常用 BCS 方法来处理. 而根据 BCS 近似, 奇 A 核的单准粒子转动带的转动惯量与相邻的偶-偶核基态带的转动惯量相比, 应约大 15%^[8]. 因此, 实验观测到的 ND 奇核-偶核低自旋全同带, 是对 BCS 近似的一个严重挑战^[4,7,9]. 然而实验表明, 低自旋 ND 核的转动惯量的奇偶差 $\delta J/J$, 存在很大的涨落^[8,9]. 实验分析表明, 如果奇核子处于低 j 高 Ω 的 Nilsson 轨道(例如质子 [404]7/2, [402]5/2 等), $\delta J/J$ 就非常小. 事实上, Baktash 等^[4]所指出的大多数 ND 奇核-偶核低自旋全同带, 都属于这种情况. 相反, 如果奇核子占据费米面附近的高 j 闯入轨道(例如中子 [633]7/2, 质子 [514]9/2 等), $\delta J/J$ 就非常大.

文献[10-13]还指出, BCS 近似对于处理核内对关联存在着严重缺陷. 除了粒子数不守恒和过多的假态以外, BCS 近似的最严重的缺陷是无法认真处理 Pauli 堵塞效应. 正如 Rowe 指出^[10], 尽管堵塞效应是直截了当的, 但是 BCS 方法很难处理它们, 因为对于不同的堵塞轨道就要引入不同的准粒子基矢. 值得指出, 稀土区低自旋 ND 带中, 实验观测到的转动惯量的奇偶差 $\delta J/J$ 的大幅度涨落, 可以用推转壳模型(CSM)的粒子数守恒(PNC)方法系统地再现^[9], 在此 PNC 计算中, 堵塞效应已严格考虑在内, 并且没有可调的自由参数.

但在文献[9]中, 只研究了带首转动惯量, 而并未分析转动惯量随角动量(角频率)变化的规律. 对于稀土区的 ND 带, 只包含单极对力的 CSM 计算对转动惯量随角频率变化的研究, 已经发现, 某些 ND 核的晕带回弯发生的角频率 ω_c , 比实验值系统小一些, 而同时考虑了单极对力与 Y_{20} 四极对力后, 计算给出的 ω_c 将上移, 因而比较符合实验^[14-16]. 因此, 本文将采用包含单极对力与 Y_{20} 四极对力的 CSM 哈密顿量, 用 PNC 方法来计算稀土区 ND 带的运动学转动惯量 $J^{(1)}$ 随角频率 ω 的变化. 计算中质子和中子的 Nilsson 能级参数(κ, μ)和形变度(ϵ_2, ϵ_4), 都采用 Lund 系统学^[17,18]. 单极对力强度与 Y_{20} 四极对力强度则由结合能奇偶差与带首转动惯量奇偶差确定, 计算中不出现自由参数. PNC 方法计算的细节, 可参阅文献[9,19], 在此不再赘述. PNC 方法的要点是, 引进了推转多粒子组态(CMPC)截断, 代替通常壳模型和 BCS 计算中采用的单粒子能级截断. 计算表明, 原子核内部态的基态和低激发态中, 重要的 CMPC(权重大于 1%)的数目并不多(一般小于 20), 而且组态能量都较低, 因此可以在一个足够大的 CMPC 空间中将 H_{CSM} 对角化, 以获取原子核内部态的基态和低激发态的足够精确的解, 从而可提取其转动惯量.

本文采用的包含单极对力与 Y_{20} 四极对力的 CSM 哈密顿量为^[9,14-16,19]:

$$H_{\text{CSM}} = H_{\text{SP}} - \omega J_x + H_{\text{P}} = H_0 + H_{\text{P}}, \quad (3)$$

其中 $H_0 = H_{\text{SP}} - \omega J_x$ 是 H_{CSM} 的单体部分, H_{SP} 是 Nilsson 哈密顿量, $-\omega J_x$ 是 Coriolis 相互作用, $H_{\text{P}} = H_{\text{P}}(0) + H_{\text{P}}(2)$, $H_{\text{P}}(0)$ 和 $H_{\text{P}}(2)$ 分别代表单极对力和 Y_{20} 四极对力,

$$H_{\text{P}}(0) = -G_0 \sum_{\xi\eta} a_{\xi}^+ a_{\xi}^- a_{\eta}^+ a_{\eta}^- = -G_0 \sum_{\xi\eta} (-)^{\alpha_{\xi} - \alpha_{\eta}} a_{\xi}^+ a_{\xi}^- a_{-\eta}^+ a_{-\eta}^-,$$

$$H_P(2) = -G_2 \sum_{\xi\eta} q_2(\xi) q_2(\eta) a_{\xi}^{\dagger} a_{\xi}^{\dagger} a_{\eta} a_{\eta}, \quad (4)$$

其中 $\bar{\xi}(\bar{\eta})$ 是 $\xi(\eta)$ 的时间反演态, $q_2(\xi) = \sqrt{\frac{16\pi}{5}} \langle \xi | r^2 Y_{20} | \xi \rangle$, 单极对力强度 G_0 与 Y_{20} 四极对力强度 G_2 的值与所取的 CMPC 空间的大小有关, 但都由结合能奇偶差与带首转动惯量奇偶差的实验值确定, 不是自由参数.

在 PNC 计算中, 首先将 H_{CSM} 中的单体部分 H_0 ($H_0 = \sum_i h_0(\omega)_i$, $h_0(\omega) = h_{\text{Nilsson}} - \omega j_x$) 对角化, 得到推转的 Nilsson 轨道. 然后在一个足够大的推转多粒子组态 (CMPC) 空间将 H_{CSM} 对角化, 得到 CSM 哈密顿量的晕带和低激发带内部态的足够精确的解. 设原子核内部态的基态 (或某一个低激发态) 表示为

$$|\psi\rangle = \sum_i C_i |i\rangle, \quad (5)$$

其中 C_i 取为实数. 则 $|\psi\rangle$ 态下原子核的角动量顺排为

$$\langle \psi | J_x | \psi \rangle = \sum_i C_i^2 \langle i | J_x | i \rangle + 2 \sum_{i < j} C_i C_j \langle i | J_x | j \rangle. \quad (6)$$

考虑到 J_x 为单体算符, 对于 $i \neq j$, 当 $|i\rangle$ 与 $|j\rangle$ 只相差一个粒子填布 (其余粒子填布完全相同) 时, $\langle i | J_x | j \rangle$ 才可能不为零. 经过粒子填布轨道的适当重排后, 设 $|i\rangle$ 和 $|j\rangle$ 表示成

$$|i\rangle = (-)^{M_\mu} |\mu \dots\rangle, \quad |j\rangle = (-)^{M_\nu} |\nu \dots\rangle, \quad (7)$$

公式中 \dots 代表相同的粒子填布, $(-)^{M_\mu} = \pm 1$ 和 $(-)^{M_\nu} = \pm 1$ 依赖于粒子轨道重排时 Fermi 子算符交换次数的奇偶性. 这样, $|\psi\rangle$ 态下的运动学转动惯量 $J^{(1)}$ 可表示为

$$J^{(1)} = \frac{\langle \psi | J_x | \psi \rangle}{\omega} = \sum_{\mu} j^{(1)}(\mu) + \sum_{\mu < \nu} j^{(1)}(\mu\nu)$$

$$j^{(1)}(\mu) = \frac{\langle \mu | J_x | \mu \rangle n_{\mu}}{\omega}, \quad (8)$$

$$j^{(1)}(\mu\nu) = \frac{2 \langle \mu | J_x | \nu \rangle}{\omega} \sum_{i < j} (-)^{M_\mu + M_\nu} C_i C_j, \quad (\mu \neq \nu),$$

其中 $n_{\mu} = \sum_i C_i^2 P_{i\mu}$ 是推转轨道 μ 的填布几率, 在 $|i\rangle$ 态中若 $|\mu\rangle$ 被占据, 则 $P_{i\mu} = 1$, 否则 $P_{i\mu} = 0$. $j^{(1)}(\mu)$ 表示轨道 μ 对转动惯量的直接贡献. $j^{(1)}(\mu\nu)$ 则是两个 CMPC 的干涉项, 在 BCS 方法中, 无相应的东西. 当 μ 和 ν 很靠近 Fermi 面时, $j^{(1)}(\mu\nu)$ 对转动惯量影响很大. 动力学转动惯量 $J^{(2)} = \frac{d}{d\omega} \langle \psi | J_x | \psi \rangle$ 也有类似的表达式.

本文以稀土区的两对典型的奇核-偶核全同带, $^{171}_{71}\text{Lu}_{100}(\pi[404]7/2) - ^{170}_{70}\text{Yb}_{100}(\text{gsb})$ 和 $^{171}_{71}\text{Lu}_{100}(\pi[402]5/2) - ^{170}_{70}\text{Yb}_{100}(\text{gsb})$ 为例, 用 PNC 方法计算了它们的转动惯量随角频率的变化 (回弯前), 计算结果与实验符合相当满意. 为对比, 我们还计算了建立在高 j 闯入态上的奇 A 核转动带 $^{171}_{71}\text{Lu}_{100}(\pi[514]9/2)$ 和 $^{171}_{70}\text{Yb}_{101}(\nu[633]7/2)$ 的转动惯量随角频率的变化.

人们熟知, 已填满的大壳对转动惯量没有贡献. 对于稀土 ND 核, 质子的 $N \leq 3$ 、中子的 $N \leq 4$ 大壳, 对转动惯量实际上没有贡献. 与此类似, 对于几乎全空的大壳 (质子的 $N \geq 6$ 与中子的 $N \geq 7$), 对基带转动惯量的贡献也微乎其微, 可以忽略. 对稀土核 ND 带

的转动惯量的贡献, 主要来自质子的 $N=4, 5$ 壳与中子的 $N=5, 6$ 壳.

图 1 给出了 $^{170}_{70}\text{Yb}_{100}$ 的中子和质子的 Fermi 面附近推转的 Nilsson 能级. Nilsson 参数 (κ, μ) 和形变参数 (ϵ_2, ϵ_4) 都取自 Lund 系统学^[17,18]. 奇 A 核的形变参数 (ϵ_2, ϵ_4) 则取为相邻偶偶核的平均值.

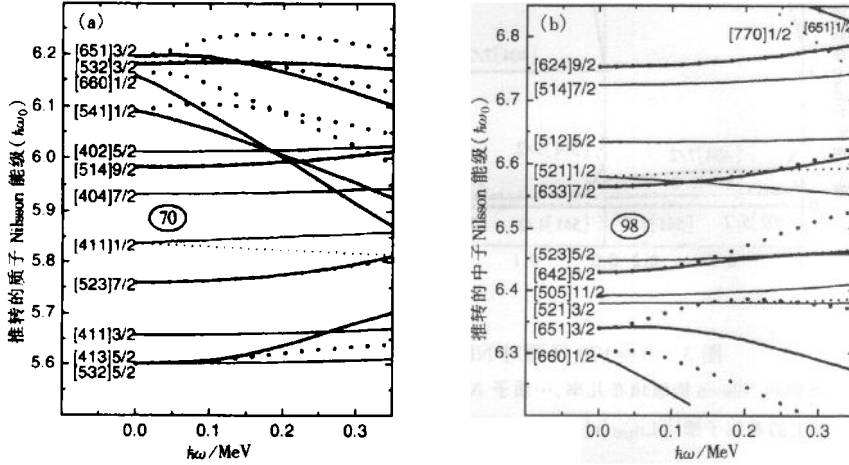


图 1 稀土区 ND 核 $^{170}_{70}\text{Yb}_{100}$ 的推转的 Nilsson 能级

(a) 质子; (b) 中子. —— 旋称 $\alpha = +1/2$ 的能级, 旋称 $\alpha = -1/2$ 的能级.
—— 高 j 闯入态 $\alpha = +1/2$, 高 j 闯入态 $\alpha = -1/2$.

图 2 给出了回弯发生前 ($h\omega \leq 0.25$ MeV) $^{170}_{70}\text{Yb}_{100}$ (gsb), $^{171}_{71}\text{Lu}_{100}$ ($\pi[404]7/2$) 和 $^{171}_{71}\text{Lu}_{100}$ ($\pi[402]5/2$) 带的转动惯量计算结果与实验的比较. 可以看出, 这些带的 $J^{(1)}$ 随 ω 的变化规律的计算值与实验结果符合得相当好. 图 2 中还给出了中子和质子分别对 $J^{(1)}$ 的贡献的计算结果.

图 3 分别给出了 $^{170}_{70}\text{Yb}_{100}$ (gsb), $^{171}_{71}\text{Lu}_{100}$ ($\pi[404]7/2$), $^{171}_{71}\text{Lu}_{100}$ ($\pi[402]5/2$) 和 $^{171}_{71}\text{Lu}_{100}$ ($\pi[514]9/2$) 带的 Fermi 面附近约 12 条推转的 Nilsson 能级 (包括两种旋称态 $\alpha = \pm 1/2$) 上的质子填布几率. 远在 Fermi 面之上的能级 ($n_{\mu} \approx 0$) 以及远在 Fermi 面之下的能级 ($n_{\mu} \approx 2$) 未在图中给出. 可以看出, 对于 $^{171}_{71}\text{Lu}_{100}$ ($\pi[404]7/2$) 和 $^{171}_{71}\text{Lu}_{100}$ ($\pi[402]5/2$), 堵塞效应表现得非常清楚而单纯. 当 $h\omega \leq 0.25$ MeV 时, 被堵的推转 Nilsson 能级事实上完全被占据. 这说明低 j 高 Ω $\pi[404]7/2$ 和 $\pi[402]5/2$ 轨

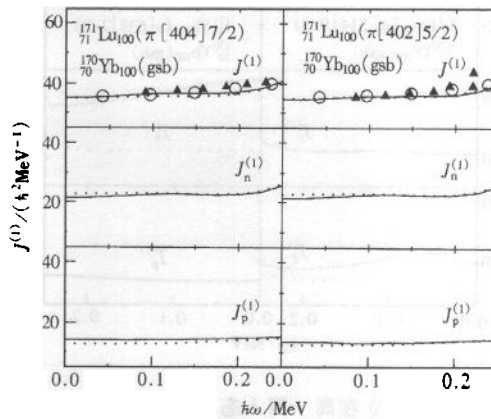


图 2 $A \approx 170$ 区两对 ND 奇核 - 偶核全同带转动惯量 $J^{(1)}$ 随 ω 的变化
转动惯量 $J^{(1)}$ 的计算值: $^{171}_{71}\text{Lu}_{100}$ ($\pi[404]7/2$) 和 $^{171}_{71}\text{Lu}_{100}$ ($\pi[402]5/2$), ..., $^{170}_{70}\text{Yb}_{100}$ (gsb);
 $J_p^{(1)}$ 和 $J_n^{(1)}$ 分别表示质子和中子对 $J^{(1)}$ 的贡献
 $J^{(1)}$ 的实验值: \blacktriangle $^{171}_{71}\text{Lu}_{100}$ ($\pi[404]7/2$) 和 $^{171}_{71}\text{Lu}_{100}$ ($\pi[402]5/2$), \circ $^{170}_{70}\text{Yb}_{100}$ (gsb).

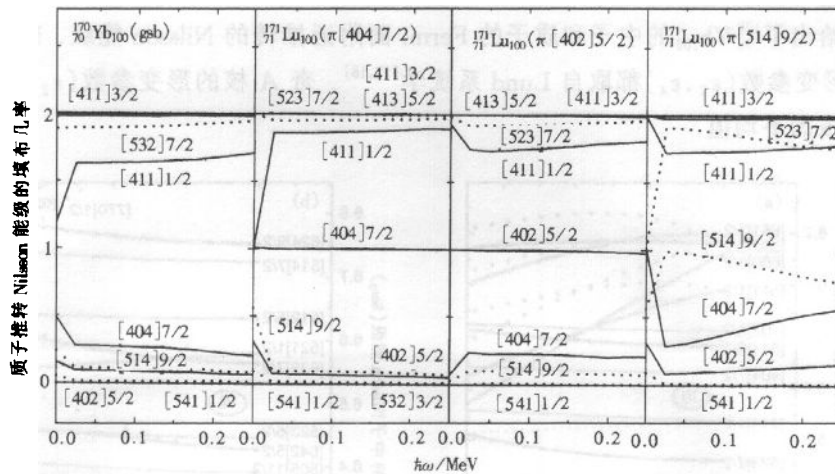


图 3 $A \approx 170$ 区两对 ND 奇核-偶核全同带的微观机制

推转的 Nilsson 能级填充几率, ... 质子 $N=5$ 壳, $-N=4$ 壳. 为了对比, 建立在高 j 闯入态上的奇质子带 $^{171}\text{Lu}_{100}(\pi[514]9/2)$ 的推转质子 Nilsson 能级的填充几率画在图的右侧.

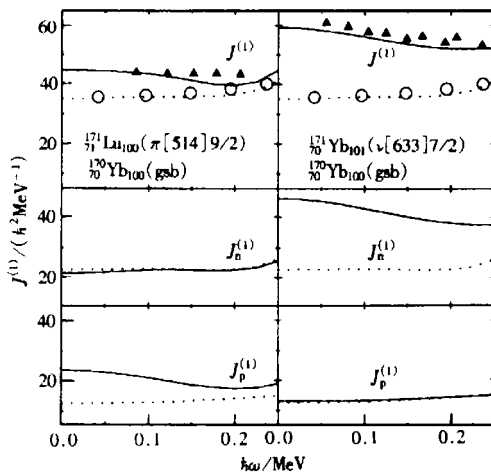


图 4 建立在高 j 闯入态上的奇 A 带 $^{171}\text{Lu}_{100}(\pi[514]9/2)$ 和 $^{171}\text{Yb}_{101}(\nu[633]7/2)$ 以及相邻偶偶基态带 $^{170}\text{Yb}_{100}(\text{gsb})$ 的转动惯量 ω 的变化
图中符号与图 2 相同.

效果造成 $^{171}\text{Lu}_{100}(\pi[514]9/2)$ 带的 $J^{(1)}$ 明显大于 $^{170}\text{Yb}_{100}(\text{gsb})$ (见图 4 左侧). 特别是在带首, $\delta J/J \approx 24\%$, 这已在文献[9]中计算过了. 但随角频率增大, 堵塞效应逐渐减弱, $\delta J/J$ 就逐渐减小.

图 4 中还给出了建立在高 j 闯入态上的 $^{171}\text{Yb}_{101}(\nu[633]7/2)$ 的 $J^{(1)}$ 随 ω 的变化. 由于

道上的粒子几乎不受 Coriolis 力影响. 在偶核基态 $^{170}\text{Yb}_{100}(\text{gsb})$ 中, 情况略有不同. 由于对力的影响, Fermi 面之上的能级 (特别是紧靠 Fermi 面的 $\pi[404]7/2$ 能级) 也有一定的几率被填充. 与此相应, Fermi 面邻近的其它推转 Nilsson 能级 (特别是 $\pi[523]7/2$ 和 $\pi[514]9/2$), 也由于对力和 Coriolis 力的影响, 其填充情况与奇 A 核略有差异, 它们对转动惯量的贡献, 也略有增减, 但最终几乎完全互相抵消, 从而造成观测到的奇核-偶核全同带. 为对比, 建立在高 j 闯入态上的 $^{171}\text{Lu}_{100}(\pi[514]9/2)$ 带的质子填充几率也在图 3 最右侧中给出. 尽管 $\pi[514]9/2$ 能级离开 Fermi 面稍远一点, 由于受到较强的 Coriolis 力的影响, 它的填充几率随 ω 也有一定的变化, 相邻的其它能级填充也相应发生某些变化, 总的

高 j 闯入态 $\nu[633]7/2$ 紧邻 Fermi 面(图 1), 堵塞效应一方面使它对转动惯量有很大贡献, 另一方面使相邻能级(特别是 $\nu[521]1/2, \nu[523]5/2$ 和 $\nu[512]5/2$) 的填布发生较大变化(见图 5). 所以, 所有中子对 $J^{(1)}$ 的贡献, 对于 $^{170}\text{Yb}_{100}(\text{gsb})$ 和 $^{171}\text{Yb}_{101}(\nu[633]7/2)$ 就很不相同(见图 4 右侧, $J_n^{(1)}(^{171}\text{Yb}_{101}(\nu[633]7/2)) \gg J_n^{(1)}(^{170}\text{Yb}_{100}(\text{gsb}))$), 这就是观测到的 $^{171}\text{Yb}_{101}(\nu[633]7/2)$ 带和 $^{170}\text{Yb}_{100}(\text{gsb})$ 的很大的 $\delta J/J$ 的根源. 特别是在带首, $\delta J/J \approx 79\%$. 但随角频率增大, 堵塞效应影响逐渐减弱, $\delta J/J$ 也逐渐减小. 计算与实验相符.

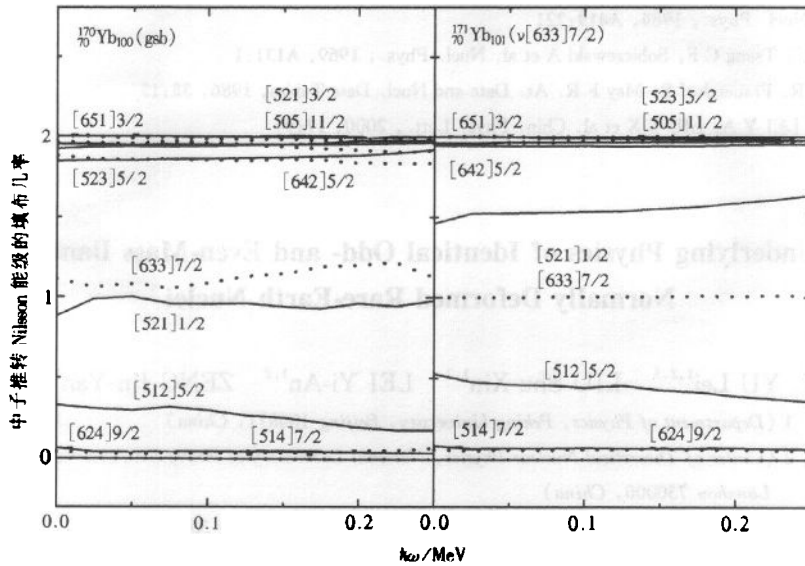


图 5 奇中子带 $^{171}\text{Yb}_{101}(\nu[633]7/2)$ 与偶偶核基带 $^{170}\text{Yb}_{100}(\text{gsb})$ 的推转的中子 Nilsson 能级的填布几率的比较
 ... $N=6$ 壳, $-N=5$ 壳.

对于稀土区其它的奇核 - 偶核全同带也可以做类似的分析. 这些全同带的奇核子, 无一例外都是占据在低 j 高 Ω 轨道上, 它们受到 Coriolis 力的影响极微, 堵塞效应造成的 $\delta J/J$ 也非常小, 这就是观测到的稀土区一系列奇核 - 偶核低自旋全同带^[4]的微观机制. 与此相反, 建立在高 j 闯入态上的奇 A 带, 计算表明, 它们的 $J^{(1)}$ 都比相邻偶核基态带大得多, 决不可能在低自旋区出现奇核 - 偶核全同带. 这与实验观测完全一致.

参考文献 (References)

- 1 Byrski T, Beck F A, Curien D et al. Phys. Rev. Lett., 1990, 64:1650
- 2 Nazarewicz W, Twin P J, Fallon P et al. Phys. Rev. Lett., 1990, 64:1654
- 3 Stephens F S, Deleplanque M A, Draper J E et al. Phys. Rev. Lett., 1990, 64:2623; 1990, 65:301
- 4 Baktash C, Garrett J D, Winchell D F et al. Phys. Rev. Lett., 1992, 69:1500
- 5 Ahmad I, Carpenter M P, Chasman R R et al. Phys. Rev., 1991, C44:1204
- 6 Casten R F, Zamfir N V, Brentano P von et al. Phys. Rev., 1992, C45:R1413
- 7 Baktash C, Hass B, Nazarewicz W Aunu. Rev. Nucl. Part. Sci., 1995, 45:485

- 8 Bohr A, Mottelson B R. Nuclear Structure. Vol II, New York: Bennamin Press, 1975
- 9 ZENG J Y, LEI Y A, JIN T H et al. Phys. Rev. , 1994, **C50**:746
- 10 Rowe D J. Nuclear Collective Motion. London: Methuen Press, 1974
- 11 ZENG J Y, Cheng T S. Nucl. Phys. , 1983, **A405**:1
- 12 Chasman R R. Phys. Lett. , 1990, **B242**:317
- 13 Molique H, Dudeck J. Phys. Rev. , 1997, **C56**:1795
- 14 Wakai M, Faessler A. Nucl. Phys. , 1978, **A295**:86
- 15 Garrett J D, Hagemann G B, Herskind B et al. Phys. Lett. , 1982, **B118**:297
- 16 Dibel M. Nucl. Phys. , 1984, **A419**:221
- 17 Nilsson S G, Tsang C F, Sobiczewski A et al. Nucl. Phys. , 1969, **A131**:1
- 18 Bengtsson R, Frauendorf S, May F R. At. Data and Nucl. Data Tables, 1986, **35**:15
- 19 XIN X B, LEI Y A, LIU S X et al. Chin. Phys. Lett. , 2000, **17**:94

Underlying Physics of Identical Odd- and Even-Mass Bands in Normally Deformed Rare-Earth Nuclei *

YU Lei^{1,2,3} LIU Shu-Xin^{1,2} LEI Yi-An^{1,2} ZENG Jin-Yan^{1,2}

1 (Department of Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

2 (Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator,
Lanzhou 730000, China)

3 (Department of Physics, Guizhou Normal University, Guiyang 550001, China)

Abstract The microscopic mechanism of the identical odd- and even-mass number nuclear bands in normally deformed rare-earth nuclei was investigated using the particle-number conserving (PNC) method for treating nuclear pairing correlation. It was found that the odd particle of an odd- A identical band always occupied a cranked low j and high Ω Nilsson orbital (e. g. proton [404]7/2, [402]5/2). On the contrary, if the odd particle occupies an intruder high j orbital (e. g. neutron [633]7/2, proton [514]9/2), the moment of inertia of the odd- A band was much larger than that of neighboring even-even ground state band. The observed variation of moment of inertia (below bandcrossing) was reproduced quite well by the PNC calculation, in which no free parameter was involved. The strengths of monopole and Y_{20} quadrupole interactions were determined by the experimental odd-even differences in binding energy and bandhead moment of inertia.

Key words normally deformation, identical band, monopole and quadrupole paring interaction, cranked Nilsson orbital, particle-number conserving method

Received 27 June 2000

* Supported by National Natural Science Foundation of China (19975001) and Doctoral Program Foundation of Higher Education of China