第26卷 第4期 高能物理与核物理 Vol.26, No.4
2002年4月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Apr., 2002

含 Chern-Simons 项的旋量电动力学的量子正则对称性*

李瑞洁 李子平
(北京工业大学应用数理学院 北京 100022)

摘要 构造了含 Chern-Simons(CS)项的旋量电动力学的规范变换生成元. 按约束 Hamilton 系统的 Faddeev-Senjanovic(FS)路径积分量子化方案,给出了该系统 Green 函数的相空间生成泛函;导出了正则 Ward 恒等式;分析了系统的量子守恒角动量,指出它具有分数自旋性质.

关键词 约束 Hamilton 系统 Chern-Simons 理论 路径积分 分数自旋

1 引言

在动力学系统的路径积分量子化中,出现在路径积分中的量是经典的 C 数,这对于分析系统的量子对称性提供了有力的工具. 对用奇异拉氏量描述的系统(包含所有规范理论),在相空间描述时为约束 Hamilton 系统,该系统的 FS 路径积分量子化方案已被广泛采用[1],用于规范理论中的一些场论模型,作出对正则动量的路径积分后,通常可化为 Faddeev-Popov(FP)直观方案给出的结果[2]. 相空间路径积分比位形空间路径积分更基本[3],因此分析系统在相空间中的对称性就具有更普遍的意义[4,5].

近来大量的工作讨论了(2+1)维 Abel Chern-Simons(CS)规范理论中呈现的分数自旋和分数统计性[6—8],这可能与量子 Hall 效应和高温超导有关[9]. CS 项与物质场耦合的现有研究中,一些基本问题有待进一步澄清. 首先,在 Hamilton 分析中利用经典场方程和规范条件消去规范场,而忽略了对约束的处理,在量子水平上其结果是否与原始模型等价[8]? 其次,关于任意子角动量的讨论,均是基于经典 Noether 定理来导出的,其结果在量子水平上是否有效? 值得仔细研究. 我们已指出对一些 Abel CS 理论,在量子水平上仍然保持分数自旋性质[4]. 此外,一些作者提出,在 CS 项与物质场耦合中添加 Maxwell 项后,系统是否还保持分数自旋性质和分数统计性质? 这也有待研究[6].

本文基于约束 Hamilton 系统量子正则对称性理论[4,5],来研究含 CS 项旋量电动力学的量子对称性质. 构造了该系统的规范变换生成元;采用 FS 路径积分量子化方案,给出了

2001-06-18 收稿
* 北京市自然科学基金资助

该系统 Green 函数的相空间生成泛函;导出了正则 Ward 恒等式;分析了系统的量子守恒角动量,并发现它具有分数自旋性质.

2 正则 Ward 恒等式

(2+1)维含 Maxwell 项 Abel CS 场与旋量场耦合(CS 旋量电动力学)的 Lagrange 量密度为

$$\mathscr{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{\kappa}{4\pi}\varepsilon^{\mu\nu\rho}A_\mu\partial_\nu A_\rho + \mathrm{i}\bar{\psi}\gamma^\mu \mathrm{D}_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi, \tag{1}$$

式中,$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$,$\mathrm{D}_\mu = \partial_\mu - \mathrm{i}A_\mu$,$\varepsilon^{\mu\nu\rho}$ 为 Levi-Civita 三阶反对称张量,且 $\varepsilon^{012}=1$,$\bar{\psi} = \psi^+\gamma^0$ 为 Dirac 共轭旋量. Dirac γ - 矩阵为 $\gamma^0=\sigma^3$,$\gamma^1=\mathrm{i}\sigma^1$,$\gamma^2=\mathrm{i}\sigma^2$($\sigma$ 为 Pauli 矩阵).

场量 $A_\mu,\psi,\bar{\psi}$ 的正则共轭动量分别为

$$\begin{gathered}\pi^0 = \frac{\partial\mathscr{L}}{\partial\dot{A}_0} = 0,\quad \pi^i = \frac{\partial\mathscr{L}}{\partial\dot{A}_i} = -F^{0i} + \frac{\kappa}{4\pi}\varepsilon^{ij}A_j,\\ \pi = \frac{\partial_r\mathscr{L}}{\partial\dot{\psi}} = \mathrm{i}\bar{\psi}\gamma^0,\quad \bar{\pi} = \frac{\partial_r\mathscr{L}}{\partial\dot{\bar{\psi}}} = 0.\end{gathered} \tag{2}$$

在相空间中,系统存在的初级约束为

$$\Phi_1^0 = \pi^0 \approx 0,\quad \Phi_2^0 = \pi - \mathrm{i}\bar{\psi}\gamma^0 \approx 0,\quad \Phi_3^0 = \bar{\pi} \approx 0. \tag{3}$$

正则 Hamilton 密度为

$$\begin{aligned}\mathscr{H}_\mathrm{C} &= \pi^\mu\dot{A}_\mu + \dot{\psi}\pi + \dot{\bar{\psi}}\bar{\pi} - \mathscr{L} = \\ &\frac{1}{4}F_{ik}F^{ik} + \frac{1}{2}F_{0i}^2 - \mathrm{i}\bar{\psi}\gamma^k D_k\psi + m\bar{\psi}\psi - A_0\left[\bar{\psi}\gamma^0\psi + \left(\partial_i\pi^i + \frac{\kappa}{4\pi}\varepsilon^{ij}\,\partial_i A_j\right)\right].\end{aligned} \tag{4}$$

总 Hamilton 量为

$$H_\mathrm{T} = \int \mathrm{d}^3x(\mathscr{H}_\mathrm{C} + \lambda_1\Phi_1^0 + \lambda_2\Phi_2^0 + \lambda_3\Phi_3^0), \tag{5}$$

其中 $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$ 为 Lagrange 乘子. 由初级约束 Φ_1^0 的自洽性条件给出次级约束

$$\Phi^1 = \{\Phi_1^0, H_T\} = \partial_i\pi^i + \bar{\psi}\gamma^0\psi + \frac{\kappa}{4\pi}\varepsilon^{ij}\,\partial_i A_j \approx 0, \tag{6}$$

初级约束 Φ_2^0,Φ_3^0 的自洽性条件分别得到确定 Lagrange 乘子 λ_2,λ_3 的方程. 系统的全部约束为 $\Phi_1^0,\Phi_2^0,\Phi_3^0,\Phi^1$. 将 Φ_2^0,Φ_3^0,Φ^1 线性组合为

$$\Lambda_2 = \Phi^1 - \mathrm{i}(\Phi_2^0\psi + \bar{\psi}\Phi_3^0) = \partial_i\pi^i + \frac{\kappa}{4\pi}\varepsilon^{ij}\,\partial_i A_j - \mathrm{i}(\bar{\psi}\bar{\pi} + \pi\psi) \approx 0, \tag{7}$$

不难验证,$\Lambda_1 = \Phi_1^0$,Λ_2 为第一类约束,$\theta_1 = \Phi_2^0$,$\theta_2 = \Phi_3^0$ 为第二类约束(同时给出了第一类约束的最大数目). 于是,规范变换的生成元为[10]

$$\begin{aligned}G &= \int \mathrm{d}^2y[\varepsilon(y)_{,0}\Lambda_1 - \varepsilon(y)\Lambda_2] = \\ &\int \mathrm{d}^2y\left[\mathrm{i}(\bar{\psi}\bar{\pi} + \pi\psi)\varepsilon(y) - \frac{\kappa}{4\pi}\varepsilon^{ij}\,\partial_i A_j\varepsilon(y) + \pi^\mu\,\partial_\mu\varepsilon(y)\right].\end{aligned} \tag{8}$$

由此生成元产生的变换为

$$
\begin{cases}
\delta A_\mu = \{A_\mu(x), G\} = \partial_\mu \varepsilon(x), & \delta\pi^\mu = \{\pi^\mu(x), G\} = \dfrac{\kappa}{4\pi}\varepsilon^{0\mu i}\partial_i \varepsilon(x), \\
\delta\psi = \{\psi(x), G\} = \mathrm{i}\psi\varepsilon(x), & \delta\bar{\psi} = \{\bar{\psi}(x), G\} = -\mathrm{i}\bar{\psi}\varepsilon(x), \\
\delta\pi = -\mathrm{i}\pi\varepsilon(x), & \delta\bar{\pi} = \mathrm{i}\bar{\pi}\varepsilon(x),
\end{cases} \tag{9}
$$

在此变换下,系统的 Lagrange 量改变一散度项. 因此,正则作用量 I^P 不变.

按照约束 Hamilton 系统的 FS 路径积分量子化方案,对每一个第一类约束,需选取一个相应的规范条件. 文献[7]中采用的辐射规范(即$\partial_i A_i \approx 0, A_0 \approx 0$),对此物质场与规范场相互作用的模型,已不再适用,因为不能同时满足$\partial_i A_i \approx 0, A_0 \approx 0$. 考虑选取 Coulomb 规范

$$
\Omega_2 = \partial_i A_i \approx 0, \tag{10}
$$

其自洽性条件给出另一规范条件

$$
\Omega_1 = \dot{\Omega}_2 = \partial_i(F_{0i} + \partial_i A_0) = -\nabla^2 A_0 + \partial_i \pi^i - \frac{\kappa}{4\pi}\varepsilon^{ij}\partial_i A_j \approx 0. \tag{11}
$$

又由(6)式和 $\Omega_2 \approx 0$ 给出

$$
\nabla^2 A^0 = \bar{\psi}\gamma^0\psi = j^0. \tag{12}
$$

(12)式的解为

$$
A^0(x) \approx \int \mathrm{d}^3 y \frac{j^0(x)}{4\pi|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}|}. \tag{13}
$$

可见,在带 CS 项的旋量电动力学中 $A_0 \approx 0$ 不成立.

不难验证,$\det|\{\Lambda_k, \Omega_l\}|$ 和 $\det|\{\theta_k, \theta_l\}|$ 均与场量无关,可将其从生成泛函中略去. 因此,Green 函数的在相空间中的生成泛函为[4]

$$
Z[J_\mu, \bar{\xi}, \xi, U_k, V_l, W_m] = \int \mathscr{D}A^\mu \mathscr{D}\psi \mathscr{D}\bar{\psi} \mathscr{D}\pi_\mu \mathscr{D}\pi \mathscr{D}\bar{\pi} \mathscr{D}\mu_k \mathscr{D}\omega_l \mathscr{D}\beta_m \times
$$

$$
\exp\left\{\mathrm{i}\int \mathrm{d}^3 x[\mathscr{L}_{\mathrm{eff}}^P + J_\mu A^\mu + \bar{\xi}\psi + \bar{\psi}\xi + U_k\mu_k + V_l\omega_l + W_m\beta_m]\right\}, \tag{14}
$$

这里仅对场量引入外源,$J_\mu, \bar{\xi}, \xi$ 分别为场 $A_\mu, \psi, \bar{\psi}$ 的外源,U_k, V_l, W_m 分别为乘子场 μ_k, ω_l, β_m 的外源. 为简单起见,记所有场为 $\varphi^a = (A^\mu, \psi, \bar{\psi}, \mu_k, \omega_l, \beta_m)$,场的外源为 $J_a = (J_\mu, \bar{\xi}, \xi, U_k, V_l, W_m)$,场量 $A_\mu, \psi, \bar{\psi}$ 的正则动量为 $\pi_a = (\pi_\mu, \pi, \bar{\pi})$,则(14)式可简写为

$$
Z[J_a] = \int \mathscr{D}\varphi^a \mathscr{D}\pi_a \exp[\mathrm{i}I_{\mathrm{eff}}^P + \mathrm{i}\int \mathrm{d}^3 x(J_a\varphi^a)], \tag{15}
$$

其中

$$
I_{\mathrm{eff}}^P = \int \mathrm{d}^3 x(L^P + \mu_k\Lambda_k + \omega_l\Omega_l + \beta_m\theta_m). \tag{16}
$$

在(9)式变换下,生成泛函是不变的,(9)式变换的 Jacobi 行列式为 1,则有

$$
Z[J_a] = \int \mathscr{D}\varphi^a \mathscr{D}\pi_a \exp\left[\mathrm{i}I_{\mathrm{eff}}^P + \int \mathrm{d}^3 x(J_a\varphi^a)\right]\left\{1 + \mathrm{i}\delta I_{\mathrm{eff}}^P + \mathrm{i}\int \mathrm{d}^3 x(J_a\delta\varphi^a)\right\}. \tag{17}
$$

生成泛函在(9)式变换下的不变性,表明$\left.\dfrac{\delta Z[J_a]}{\delta\varepsilon(x)}\right|_{\varepsilon(x)=0} = 0$,得正则 Ward 恒等式

$$
\left[\nabla^2\frac{\delta}{\delta V_2} - \partial_0\nabla^2\frac{\delta}{\delta V_1} - \partial^\mu J_\mu + \mathrm{i}\left(\bar{\xi}\frac{\delta}{\delta\bar{\xi}} - \xi\frac{\delta}{\delta\xi}\right)\right]Z[J_a] = 0. \tag{18}
$$

令 $Z[J_a]=\exp\{iW[J_a]\}$，由 Legende 变换引入正规顶角的生成泛函

$$
\begin{cases}
\Gamma[\varphi^a] = W[J_a] - \int d^4x(J_a\varphi^a), \\
\dfrac{\delta W}{\delta J_a(x)} = \varphi^a(x), \quad \dfrac{\delta\Gamma}{\delta\varphi^a(x)} = -J_a(x).
\end{cases}
\tag{19}
$$

于是正则 Ward 恒等式(18)式化为

$$
\nabla^2\omega_2(x_1) - \partial_0\nabla^2\omega_1(x_1) - i\psi(x_1)\frac{\delta\Gamma}{\delta\psi(x_1)} + i\bar{\psi}(x_1)\frac{\delta\Gamma}{\delta\bar{\psi}(x_1)} + \partial_\mu^{x_1}\frac{\delta\Gamma}{\delta A^\mu(x_1)} = 0. \tag{20}
$$

对方程(20)式分别关于 $\psi(x_2)$，$\bar{\psi}(x_3)$求泛函微商，并让所有场(包含乘子场)为0，即 $\varphi^a=0$，可得三点正规顶角与旋量传播子之间的关系

$$
\partial_\mu^{x_1}\frac{\delta^3\Gamma[0]}{\delta A^\mu(x_1)\delta\psi(x_2)\delta\bar{\psi}(x_3)} = i\delta(x_1-x_2)\frac{\delta^2\Gamma[0]}{\delta\psi(x_1)\delta\bar{\psi}(x_3)} - i\delta(x_1-x_3)\frac{\delta\Gamma^2[0]}{\delta\bar{\psi}(x_1)\delta\psi(x_2)}. \tag{21}
$$

将(20)式对场量求泛函微商，然后让场量为零，可得更多的 Green 函数间的关系．由正则 Ward 恒等式导出上述关系的优点在于勿需作出相空间生成泛函中对正则动量的路径积分．

3 分数自旋

这里先给出系统在空间转动下的量子守恒角动量．

空间转动下，有效正则作用量不变，并且矢量场和旋量场在空间转动变换下的 Jacobi 行列式为1．因此，由量子水平的 Noether 定理[4]，系统的量子守恒角动量与经典 Noether 定理导致的结果相同．在讨论系统的角动量时也可从正则形式能－动张量得到，这种正则形式能－动张量不具有规范不变性．因此，文献[11]定义了一种对称形式的能－动张量．它在规范变换下不变，能同时满足 Poincare 代数和 Dirac-Schwinger 协变条件[11]，并给出正确的场的能量和动量．它是通过引进引力度规给出的，即

$$
\bar{T}_{\mu\nu} = \frac{\delta S}{\delta g^{\mu\nu}} = 2\frac{\partial\mathscr{L}}{\partial g^{\mu\nu}} - g_{\mu\nu}\mathscr{L}, \tag{22}
$$

其中 S 是作用量，$g^{\mu\nu}$ 为引力度规张量．由此出发得到的系统的角动量为

$$
\bar{J}_{\mu\nu} = \int d^2x(x_\mu\bar{T}_{0\nu} - x_\nu\bar{T}_{0\mu}). \tag{23}
$$

将(1)式代入(23)式，并注意到 CS 项与协变的度规无关，也即对对称能－动张量无贡献，可得对称形式能－动张量

$$
\bar{T}_{00} = -i\bar{\psi}\gamma_k\partial^k\psi - \bar{\psi}\gamma_k A^k\psi + \left[-F_{0\sigma}F_0^\sigma + \frac{1}{4}g^{00}F^{\sigma\rho}F_{\sigma\rho}\right], \tag{24}
$$

$$
\bar{T}_{0i} = i\bar{\psi}\gamma_0\partial_i\psi + \bar{\psi}\gamma_0 A_i\psi + \left[-F_{0\sigma}F_i^\sigma + \frac{1}{4}g^{0i}F^{\sigma\rho}F_{\sigma\rho}\right]. \tag{25}
$$

将(25)式代入(23)式得

$$
\bar{J} = \int d^2x\,\varepsilon^{ij}x_i\bar{T}_{0j} = \int d^2x\,\varepsilon^{ij}x_i(\pi\,\partial_j\psi + \pi_\mu\,\partial_j A^\mu) + \int d^2x\,\varepsilon^{ij}x_iA_j(\bar{\psi}\gamma_0\psi). \tag{26}
$$

令 $Z[J_a]=\exp\{\mathrm{i}W[J_a]\}$,由 Legende 变换引入正规顶角的生成泛函

$$\begin{cases}\Gamma[\varphi^a]=W[J_a]-\int \mathrm{d}^4x(J_a\varphi^a),\\ \dfrac{\delta W}{\delta J_a(x)}=\varphi^a(x),\quad \dfrac{\delta\Gamma}{\delta\varphi^a(x)}=-J_a(x).\end{cases}\tag{19}$$

于是正则 Ward 恒等式(18)式化为

$$\nabla^2\omega_2(x_1)-\partial_0\nabla^2\omega_1(x_1)-\mathrm{i}\psi(x_1)\frac{\delta\Gamma}{\delta\psi(x_1)}+\mathrm{i}\bar{\psi}(x_1)\frac{\delta\Gamma}{\delta\bar{\psi}(x_1)}+\partial_\mu^{x_1}\frac{\delta\Gamma}{\delta A^\mu(x_1)}=0.\tag{20}$$

对方程(20)式分别关于 $\psi(x_2)$,$\bar{\psi}(x_3)$求泛函微商,并让所有场(包含乘子场)为0,即 $\varphi^a=0$,可得三点正规顶角与旋量传播子之间的关系

$$\partial_\mu^{x_1}\frac{\delta^3\Gamma[0]}{\delta A^\mu(x_1)\delta\psi(x_2)\delta\bar{\psi}(x_3)}=\mathrm{i}\delta(x_1-x_2)\frac{\delta^2\Gamma[0]}{\delta\psi(x_1)\delta\bar{\psi}(x_3)}-\mathrm{i}\delta(x_1-x_3)\frac{\delta\Gamma^2[0]}{\delta\bar{\psi}(x_1)\delta\psi(x_2)}.$$

将(20)式对场量求泛函微商,然后让场量为零,可得更多的 Green 函数间的关系. 由正则 Ward 恒等式导出上述关系的优点在于勿需作出相空间生成泛函中对正则动量的路径积分.

3 分数自旋

这里先给出系统在空间转动下的量子守恒角动量.

空间转动下,有效正则作用量不变,并且矢量场和旋量场在空间转动变换下的 Jacobi 行列式为1. 因此,由量子水平的 Noether 定理[4],系统的量子守恒角动量与经典 Noether 定理导致的结果相同. 在讨论系统的角动量时也可从正则形式能-动张量得到,这种正则形式能-动张量不具有规范不变性. 因此,文献[11]定义了一种对称形式的能-动张量. 它在规范变换下不变,能同时满足 Poincare 代数和 Dirac-Schwinger 协变条件[11],并给出正确的场的能量和动量. 它是通过引进引力度规给出的,即

$$\bar{T}_{\mu\nu}=\frac{\delta S}{\delta g^{\mu\nu}}=2\frac{\partial\mathscr{L}}{\partial g^{\mu\nu}}-g_{\mu\nu}\mathscr{L},\tag{22}$$

其中 S 是作用量,$g^{\mu\nu}$ 为引力度规张量. 由此出发得到的系统的角动量为

$$\bar{J}_{\mu\nu}=\int \mathrm{d}^2x(x_\mu\bar{T}_{0\nu}-x_\nu\bar{T}_{0\mu}).\tag{23}$$

将(1)式代入(23)式,并注意到 CS 项与协变的度规无关,也即对对称能-动张量无贡献,可得对称形式能-动张量

$$\bar{T}_{00}=-\mathrm{i}\bar{\psi}\gamma_k\partial^k\psi-\bar{\psi}\gamma_kA^k\psi+\left[-F_{0\sigma}F_0^\sigma+\frac{1}{4}g^{00}F^{\sigma\rho}F_{\sigma\rho}\right],\tag{24}$$

$$\bar{T}_{0i}=\mathrm{i}\bar{\psi}\gamma_0\partial_i\psi+\bar{\psi}\gamma_0A_i\psi+\left[-F_{0\sigma}F_i^\sigma+\frac{1}{4}g^{0i}F^{\sigma\rho}F_{\sigma\rho}\right].\tag{25}$$

将(25)式代入(23)式得

$$\bar{J}=\int \mathrm{d}^2x\,\varepsilon^{ij}x_i\bar{T}_{0j}=\int \mathrm{d}^2x\,\varepsilon^{ij}x_i(\pi\,\partial_j\psi+\pi_\mu\,\partial_jA^\mu)+\int \mathrm{d}^2x\,\varepsilon^{ij}x_iA_j(\bar{\psi}\gamma_0\psi).\tag{26}$$

(26)式中的第一个积分恰是正则形式的角动量 J_C,即对称形式角动量 $\bar{J}$ 与正则形式的角动量 J_C 的关系为

$$\bar{J} = J_C + \int d^2 x\ \varepsilon^{ij} x_i A_j j^0 \tag{27}$$

其中 $j^0 = \bar{\psi}\gamma^0\psi$ 为电荷密度. 场 A_μ 的运动方程为[12]

$$\partial^\nu F_{\mu\nu} - \frac{\kappa}{2\pi}\varepsilon_{\mu\nu\lambda}F^{\nu\lambda} + j_\mu = 0, \tag{28}$$

守恒流 $j_\mu = \bar{\psi}\gamma_\mu\psi$. 在(28)式中让 $\mu = 0$,并利用(2)式,有

$$\partial_i \pi^i + \frac{\kappa}{2\pi}\varepsilon^{ij}\partial_i A_j + j^0 = 0. \tag{29}$$

(29)式实际上相当于一个 Gauss 约束方程,利用边界项为 0 的条件求得此方程的解为[13]

$$A_j = -\frac{2\pi}{\kappa}\epsilon_{jk}\partial_x^k \int d^2 y G(x-y) j^0(y), \tag{30}$$

其中 $G(x-y) = -\frac{1}{2\pi}\ln|x-y| + \text{const}$,为二维空间中的 Green 函数,满足拉普拉斯方程:$\partial_i\partial_i G(x-y) = \delta^{(2)}(x-y)$.

将(30)式代入(27)式,可得[7]

$$\begin{aligned}\bar{J} &= J_C - \frac{1}{\kappa}\int d^2 x d^2 y x_k j^0(x) G(x-y)\partial_k j^0(y) = \\ &J_C - \frac{1}{\kappa}\int d^2 x d^2 y j^0(x) x_k \frac{(x-y)_k}{|x-y|^2} j^0(y) = J_C - \frac{Q^2}{2\kappa},\end{aligned} \tag{31}$$

其中 $Q = \int d^2 x j^0$ 是电荷,它是正则角动量的附加项,不依赖于坐标原点的选取,通常被解释为"分数自旋"项[7].

(31)式中的后一项把自旋与电荷联系了起来. 记自旋算符 $S = \frac{Q^2}{2\kappa}$,带一个单位电荷的单粒子(任意子)态用 $|1>_{\text{any}}$ 表示,则将自旋算符 S 作用在单粒子态上,得

$$e^{i\theta S}|1>_{\text{any}} = e^{i\theta(1/2\kappa)}|1>_{\text{any}}, \tag{32}$$

其中 θ 是参数,自旋算符 S 的本征值为 s,则 s 和 CS 项系数 κ 的关系为

$$s = 1/2\kappa, \tag{33}$$

取 θ 为 2π,当 $\kappa = 1/2n+1(n\in Z)$时,单粒子态改变符号,表明它遵从费米统计,κ 使得自旋 s 取半整数值;当 $\kappa = 1/2n(n\in Z)$时,单粒子态不改变,它遵从玻色统计,自旋 s 取整数值;当 κ 取其他值时,自旋 s 取任意值.

可见,含 Maxwell 项的 CS 旋量电动力学在量子水平上系统仍然具有分数自旋性质,回答了文献[6]中提出的问题. 类似于文献[6]中的讨论,用构造合成算符的方法,也可以得到系统在量子水平上的分数自旋性质.

参考文献(References)

1 Senjanovic P. Ann. Phys., 1976, **100**: 227—261

2 Gitman D M, Tyutin I V. Quantization of Fields with Constraints, Berlin: Springer-Verlag, 1990

3 Mizrahi M M. J. Math. Phys., 1978, **19**:298—307

4 LI Z P. Science in China, Series A, 1996, **39**:739—747

5 LI Z P. Z. Phys., 1997, **C76**:181—189

6 Kim J K, Kim W T, Shin H. J. Phys., 1994, **A27**:6067—6076

7 Banerjee R. Nucl. Phys., 1994, **B419**:611—631

8 Banerjee R, Chakraborty B. Phys. Rev., 1994, **D49**(10):5431—5437

9 Lerda A, Anyon. Berlin: Springer-Verlag, 1992

10 LI Z P. Int J. Theor. Phys., 1995, **34**:523—543

11 Banerjee R. Phys. Rev., 1993, **D48**(6):2905—2915

12 Haller K, Lim-Lombaidas E. Ann. Phys., 1996, **246**:1—48

13 Forte S. Rev. Mod. Phys., 1992, **64**:193—236; Shin H, Kim W T, Kim J K, Phys. Rev. 1992, **D46**(6):2730—2733

Quantal Canonical Symmetries in Spinor QED with Chern-Simons Term

LI Rui-Jie LI Zi-Ping

(College of Applied Science, Beijing Polytechnic University, Beijing 100022, China)

Abstract The generator of gauge transformation for spinor QED with Chern-Simons (CS) term has been constructed. According to the rule of path integral quantization for constrained system in Faddeev-Senjanovic scheme, the phase-space generating of Green function is obtained, and canonical Ward identities for such a system is also derived. The quantal conserved angular momentum for spinor QED with CS term is studied. The property of fractional spin of the system is pointed out.

Key words constrained Hamiltonian system, Chern-Simons theories, path integral, fractional spin

Received 18 June 2001

* Supported by Beijing Municipal Natural Sciences Foundation