

# 偶偶 Ge 和 Se 同位素核的形变 HF 态 及负宇称带研究\*

徐延冰 廖继志

(四川大学物理系 成都 610064)

**摘要** 将具有负宇称的  $fp$  轨道空间扩大到包含具有正宇称的  $1g_{9/2}$  轨道, 采用修正的表面  $\delta$  相互作用, 对  $^{64}\text{Ge}$ ,  $^{66}\text{Ge}$ ,  $^{68}\text{Ge}$ ,  $^{70}\text{Se}$ ,  $^{72}\text{Se}$  和  $^{74}\text{Se}$  等 6 个偶偶核做了形变 HF 计算, 得到了基态和一些激发态的解. 同时, 还用近似角动量投影形变 Hartree-Fock (PDHF) 方法, 对  $^{64}\text{Ge}$  和  $^{74}\text{Se}$  进行了能谱计算, 得到其正、负宇称带的解, 计算结果与实验谱基本一致.

**关键词** 形变 HF 态 角动量投影 单粒子能谱 负宇称带

## 1 引言

偶偶核中的负宇称激发带是一种常见的核结构现象, 一直受到人们的关注. 本文的主要目的是从微观角度研究这一问题. 我们曾用形变 Hartree-Fock (HF) 方法, 对  $fp$  壳层区核的性质和能谱做了大量研究并取得了成功, 这说明在该质量区使用该方法研究核结构是成功的<sup>[1,2]</sup>. 近来, 我们在  $fp$  壳层的基础上, 加入具有正宇称的  $1g_{9/2}$  轨道来研究偶偶核中的负宇称带, 基本设想是: 当任一轨道上的一对质子(中子)拆开, 且其中之一跃迁到具有相反宇称的轨道时, 就出现负宇称带. 发现理论计算与实验数据吻合较好. 这里主要讨论采用修正的表面  $\delta$  相互作用 (MSDI) 对  $^{64}\text{Ge}$ ,  $^{66}\text{Ge}$ ,  $^{68}\text{Ge}$ ,  $^{70}\text{Se}$ ,  $^{72}\text{Se}$  和  $^{74}\text{Se}$  等 6 个偶偶核的研究结果. 首先计算出它们的一些 HF 内禀态, 然后对  $^{64}\text{Ge}$  和  $^{74}\text{Se}$  核的内禀态用单参量 Gauss 近似方法进行角动量投影, 得到了它们的基态带及一些激发带包含负宇称带的能谱, 并与实验能谱做了比较.

## 2 基本理论

关于计算形变 HF 态和近似角动量投影的方法细节在文献[1—3]中已有详细说明,

2001-07-05 收稿

\* 国家自然科学基金(19875040)资助

这里只给出计算中最必要的公式. 偶偶 Ge, Se 核在双幻核 $^{40}\text{Ca}_{20}$ 外面的  $A$  个外围核子的二次量子化哈密顿算符为

$$H = \sum_{\alpha\beta} \langle \alpha | H_0 | \beta \rangle a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta} + \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle \alpha\beta | V | \gamma\delta \rangle a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} a_{\gamma} a_{\delta}.$$

其中  $H_0$  为单体部分,  $V$  是两体相互作用.  $a^{\dagger}, a$  分别是产生算符和湮没算符.  $H_0$  取成球形壳模型单粒子哈密顿算符. 单粒子态系  $|\lambda\rangle$  满足的 HF 方程是

$$\langle \alpha | h | \beta \rangle = \langle \alpha | H_0 | \beta \rangle + \sum_{\lambda=1}^A \langle \alpha\lambda | V | \beta\lambda \rangle = \epsilon_{\alpha} \delta_{\alpha\beta},$$

式中  $\epsilon_{\alpha}$  是单粒子态  $|\alpha\rangle$  的单粒子能,  $|\beta\lambda\rangle = |\beta\rangle - |\lambda\rangle$ ; 态  $|\lambda\rangle$  用球形壳模型单粒子态  $|nljmr\rangle$  ( $H_0$  的本征态) 来展开, 即

$$|\lambda; k = m_{\lambda}\rangle = \sum_j C_{m_{\lambda}}^j |jm_{\lambda}\rangle,$$

对  $j$  的求和限于  $fp$  壳层的 5 个态  $1f_{7/2}, 1f_{5/2}, 2p_{3/2}, 2p_{1/2}$  和  $1g_{9/2}$  态. 利用 C-G 系数进行耦合变换, 则可得到  $h$  在  $|nljmr\rangle$  表象中的矩阵元表达式

$$\begin{aligned} \langle jm | h | j'm \rangle = & e_j \delta_{jj'} + \sum_{\lambda=1}^B \sum_{j_2 j_3} C_{m_{\lambda}}^{j_2} C_{m_{\lambda}}^{j_3} \frac{1}{2} \sum_j (jm j_2 m_{\lambda} | JM) (j' m j_3 m_{\lambda} | JM) \times \\ & [\langle j j_2 J 1 | V | j' j_3 J 1 \rangle_a + \langle j j_2 J | T_{\lambda} | | V | j' j_3 J | T_{\lambda} | \rangle_a] + \\ & \frac{1}{2} \sum_{\lambda=B+1}^A \sum_j [(jm 9/2 m_{\lambda} | JM) (j' m 9/2 m_{\lambda} | JM) + \\ & (jm 9/2 - m_{\lambda} | JM) (j' m 9/2 - m_{\lambda} | JM)] \times \\ & [\langle j 9/2 J 0 | V | j' 9/2 J 0 \rangle_a + 3 \langle j 9/2 J 1 | V | j' 9/2 J 1 \rangle_a], \end{aligned} \quad (4)$$

式中第一部分的  $e_j$  是  $H_0$  的本征值, 即球形壳模型单粒子能; 第二部分是  $fp$  轨道中的  $B$  个核子的贡献,  $\langle j j_2 J T | V | j' j_3 J T \rangle_a$  是  $JT$  表象中的反对称化的两体矩阵元; 第三部分是  $1g_{9/2}$  态中第  $B+1$  到第  $A$  个核子对  $h$  在  $|nljmr\rangle$  表象中的矩阵元的影响. 将(4)式组成的矩阵对角化, 同时利用自洽迭代的方法, 便可得到全部单粒子态  $|\lambda\rangle$  和其对应的单粒子能  $\epsilon_{\lambda}$  (以 $^{40}\text{Ca}$  基态能为能量零点). 归一化的投影态和投影态的能量分别是

$$|\Phi_{MK}^I\rangle = \hat{P}_{MK}^I |\Phi_{\sigma K}\rangle / \sqrt{p_{KK}^I}; p_{KK}^I = \langle \Phi_{\sigma K} | \hat{P}_{KK}^I | \Phi_{\sigma K} \rangle, \quad (5)$$

$$E_{IK} = h_{KK}^I / p_{KK}^I, \quad h_{KK}^I = \langle \Phi_{\sigma K} | H \hat{P}_{KK}^I | \Phi_{\sigma K} \rangle, \quad (6)$$

这里,  $\hat{P}_{MK}^I$  为角动量投影算符,  $|\Phi_{\sigma K}\rangle$  是轴对称 HF 内禀态,  $K$  为角动量在对称轴上的投影量子数,  $\sigma$  代表组态.  $p_{KK}^I$  和  $h_{KK}^I$  的表达式可在文献[1—3]中找到. 在高斯近似下,  $p_{KK}^I$  和  $h_{KK}^I$  可通过参量  $\Gamma_p$  和  $\Gamma_h$  计算, 这里参量  $\Gamma_p$  和  $\Gamma_h$  分别为

$$\Gamma_p = 2 / \langle \Phi_K | I_y^2 | \Phi_K \rangle, \quad (7)$$

$$\Gamma_h = 2 E_{\text{HF}} / \langle \Phi_K | H I_y^2 | \Phi_K \rangle. \quad (8)$$

用(7)式严格计算  $\Gamma_p$ , 把  $\Gamma_h$  作为可调参量 ( $E_{\text{HF}}$  已由 HF 计算得到), 由(6)式便可算出投影能量, 从而得到原子核的基态及激发态能谱.

### 3 计算结果与讨论

首先, 我们在  $1f_{7/2}, 1f_{5/2}, 2p_{3/2}, 2p_{1/2}$  和  $1g_{9/2}$  空间以  $^{40}\text{Ca}_{20}$  为核心计算了  $^{64,66,68}\text{Ge}$  和  $^{70,72,74}\text{Se}$  核的一些形变 HF 内禀态. 在 HF 计算中, 核子间的相互作用采用 MSDI<sup>[4]</sup>, 强度参数为  $A_1 = 0.70, A_0 = 0.52, B = 0.35$  和  $C = 0.03$  球形壳模型单粒子能<sup>[4-7]</sup> 取为  $e_{7/2} = -8.36, e_{5/2} = -5.78, e_{3/2} = -5.83, e_{1/2} = -5.15, e_{9/2} = -0.05$  (单位为 MeV), 迭代过程中不区分质子和中子, Ge 和 Se 的库仑能<sup>[8]</sup> 分别取为 72.09 和 96.09 MeV. 迭代精度  $\eta = 10^{-3} - 10^{-4}$ .

表 1 给出了同位素核基态的形状、结合能的实验值  $E_{\text{exp}}$ <sup>[9]</sup>、内禀基态的 HF 总能量, 及两者之差  $\Delta E$ . 结果表明, 在该区域内  $^{64}\text{Se}$  为球形, 其余各核基态形状除  $^{72}\text{Se}$  外都是扁椭球形, 在  $A = 72$  处出现形状过渡; 结合能的实验值与理论计算的 HF 能符合较好.

图 1 是偶偶 Ge, Se 同位素原子核的基态单粒子能级图 ( $^{40}\text{Ca}$  核心以外部分), 单粒

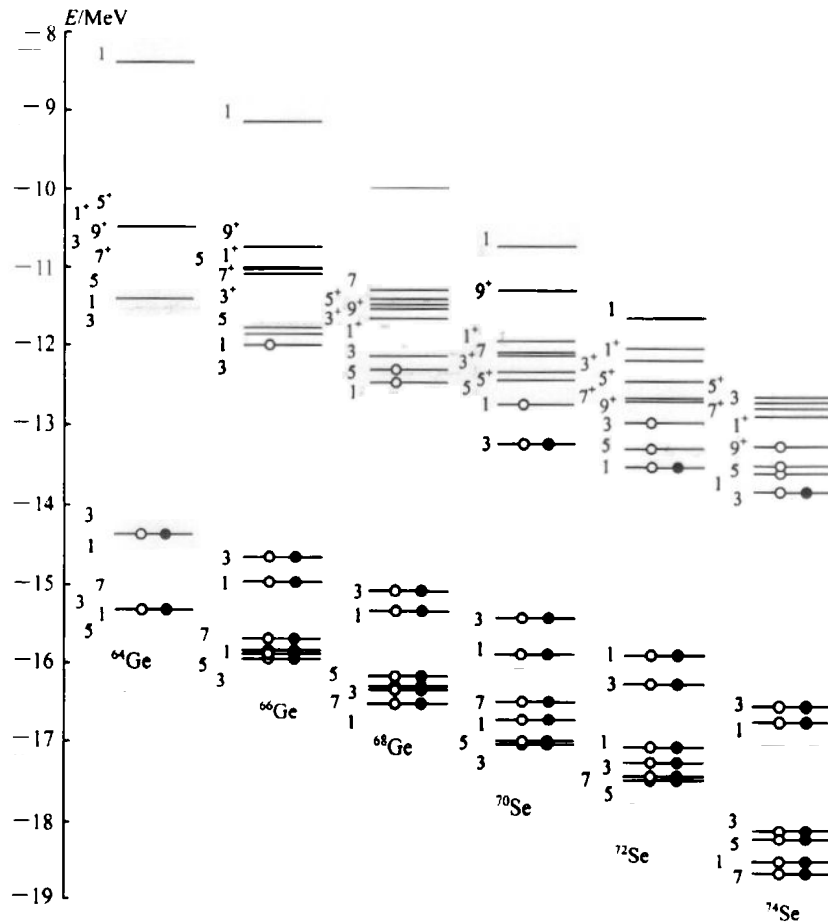


图 1 偶偶 Ge 和 Se 同位素核的基态单粒子能谱

能级旁数字为  $2K$  值. 上标“+”标出具有正宇称的  $1g_{9/2}$  态分出的 5 条能级, 其余能级具有负宇称.

表 1 偶偶 Ge, Se 6 种同位素核相对于核心  $^{40}_{20}\text{Ca}_{20}$  的结合能 (单位: MeV)

核素	$^{64}\text{Ge}$	$^{66}\text{Ge}$	$^{68}\text{Ge}$	$^{70}\text{Se}$	$^{72}\text{Se}$	$^{74}\text{Se}$
形状	球形	扁椭球	扁椭球	扁椭球	长椭球	扁椭球
$E_{\text{HF}}$	-198.49	-221.31	-245.28	-247.88	-274.31	-298.78
$E_{\text{exp}}$	-203.91	-227.24	-248.74	-257.93	-280.38	-300.84
$\Delta E$	-5.42	-5.93	-3.46	-9.09	-6.04	-2.06

子能谱中有黑点(代表两个质子)或圆圈(代表两个中子)的能级是被填充能级. 可以看出, 整个单粒子能谱随着核子数的增加而下降. 同时, 随着核子数的变化, 单粒子能级的顺序和分布状况出现了不同的变化. 本来球形单粒子态能量顺序是  $1f_{7/2}, 2p_{3/2}, 1f_{5/2}$ ,

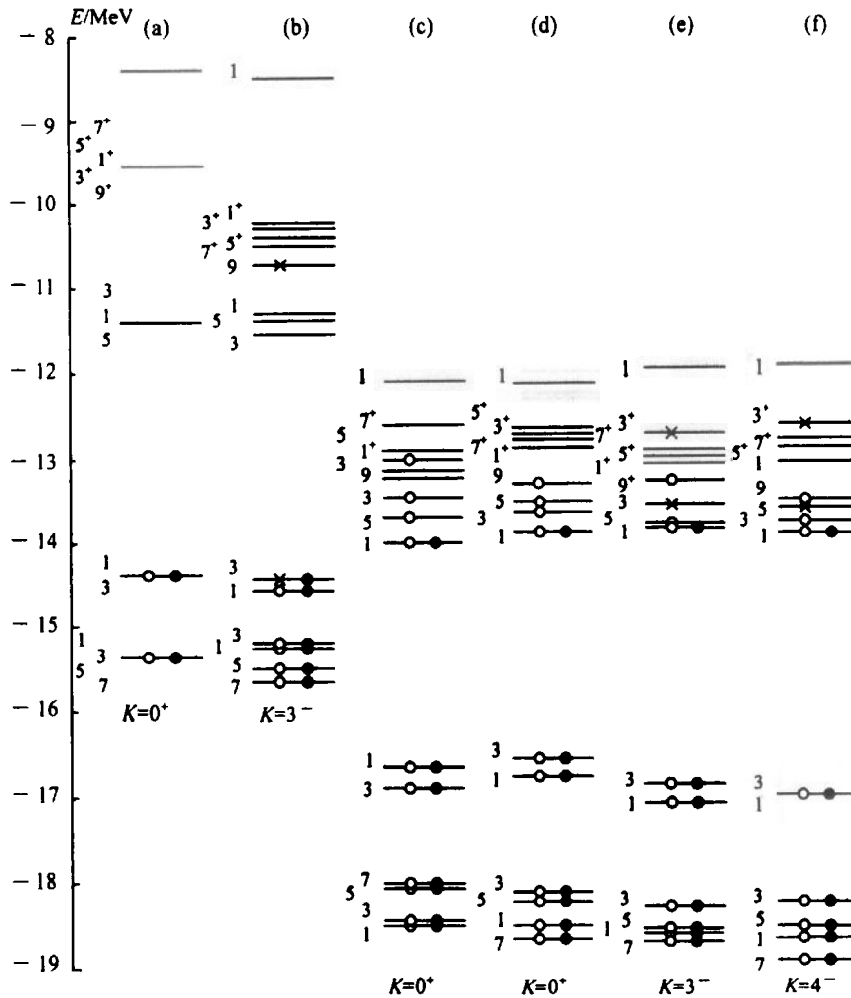


图 2 偶偶  $^{64}\text{Ge}$  和  $^{74}\text{Se}$  核的基态和激发态单粒子能谱

●和○表示成对核子, ×表示单个核子. 图中(a),(b)属于 $^{64}\text{Ge}$ 核, (c),(d),(e)和(f)属于 $^{74}\text{Se}$ 核. 图示同图 1.

$2p_{1/2}, 1g_{9/2}$ , 并逐渐升高, 且  $1f_{5/2}$  和  $2p_{3/2}$  单粒子能级相距很近, 而  $1f_{7/2}$  和  $2p_{3/2}, 2p_{1/2}$  和  $1g_{9/2}$  单粒子能级相距较远. 但是, 在形变 HF 计算之后,  $1f_{5/2}$  和  $2p_{3/2}$  之间却出现较大能隙,  $1g_{9/2}$  分出的 5 条能级出现在  $2p_{1/2}$  之下. 这似乎说明  $j = l + 1/2$  (或  $j = l - 1/2$ ) 各态, 即  $1f_{7/2}, 2p_{3/2}, 1g_{9/2}$  (或  $1f_{5/2}, 2p_{1/2}$ ) 之间相互“吸引”, 而  $j = l + 1/2$  与  $j = l - 1/2$  各态则相互排斥. 位于  $1f_{5/2}$  和  $2p_{1/2}$  中间用上标“+”标出的 5 条能级是  $1g_{9/2}$  态分出的正宇称态, 可以看出, 随核子数的增多,  $1f_{5/2}$  和  $2p_{1/2}$  各态之间“吸引”加剧, 与  $1g_{9/2}$  各态逐渐形成一个混合区域, 而  $1f_{7/2}$  和  $2p_{3/2}$  各态之间排斥加剧, 似乎说明具有正宇称的  $1g_{9/2}$  各态的介入要增大上述“吸引”和排斥现象. 另外, 计算结果表明, 这一质量区内核基态的对称性质变化不大, 可以看

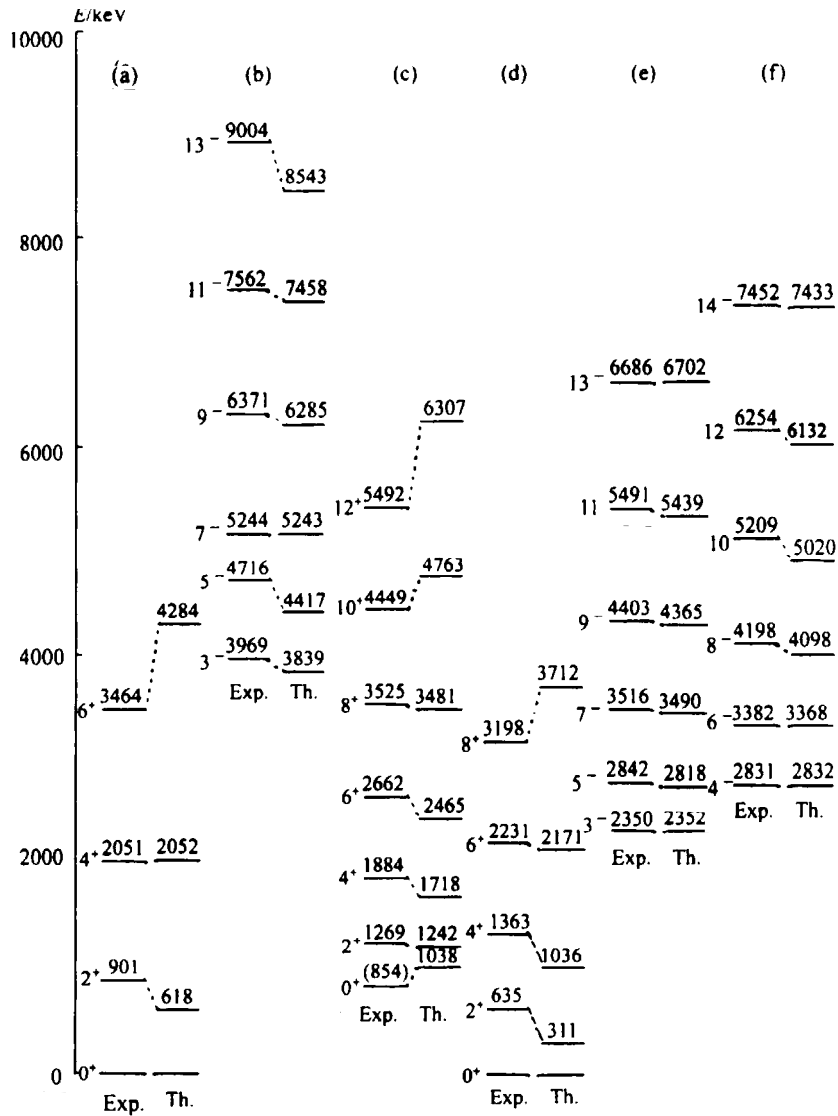


图 3  $^{64}\text{Ge}$  和  $^{74}\text{Se}$  核的投影能谱与实验能谱<sup>[10,11]</sup> 的比较

(a), (b) 属于  $^{64}\text{Ge}$  核, (c), (d), (e) 和 (f) 属于  $^{74}\text{Se}$  核.

出 $^{64}\text{Ge}$ 呈球形,出现这种现象的一个重要原因是此核的质子数和中子数相等,都是 32,正好填满能隙之下的  $1f_{7/2}$  和  $2p_{3/2}$  两个子壳层. $^{72}\text{Se}$  基本为长椭球,其余各核大体都显扁形.

图 2 中(a)是偶 $^{64}\text{Ge}$ 核的基态,(b)是激发态单粒子能级图;(c),(d),(e)和(f)是偶 $^{74}\text{Se}$ 核的基态和激发态单粒子能级图,其中(c),(e)和(f)是 $^{74}\text{Se}$ 的激发态.对偶偶核,粒子无论是出现在具有负宇称的  $fp$  空间各态分出的各条能级上,还是出现在具有正宇称的  $1g_{9/2}$  态分出的各条能级上,只要粒子成对出现,其基态能谱宇称都是正的,见图 2 中(a),(d)所示;当粒子对在  $fp$  空间各态分出的各条能级及在  $1g_{9/2}$  态分出的各条能级之间跃迁时,其激发态能谱宇称也是正的,见图 2 中(c)所示;但是,当一对粒子拆开,若其中之一占据  $fp$  空间中的一条能级,而另一个占据  $1g_{9/2}$  态分出的的一条能级,则其激发态能谱宇称便是负的,见图 2 中(b),(e)和(f)所示.图 2 各态对应的能谱见图 3.

以偶偶 $^{64}\text{Ge}$ 和 $^{74}\text{Se}$ 核为例,我们计算出了它的基态及激发态能谱,且与实验谱做了比较(见图 3),投影参量见表 2.计算结果表明,基态带的理论谱各能级与实验值有差别,其原因是 $^{64}\text{Ge}$ 和 $^{74}\text{Se}$ 的“基态带”为振动谱,而投影谱基本上是一种准转动谱.但这两个核的激发带能谱都具有转动谱的性质,因此投影能谱与其符合较好.图 3(b)是偶偶 $^{64}\text{Ge}$ 的具有奇自旋的负宇称带,可以看出,其理论谱基本体现出实验谱的特征,除  $3^-$  和  $5^-$  理论值与实验值相差稍大一点之外,其它各态理论值与实验值都非常接近.图 3(c),(e)和(f)是偶偶 $^{74}\text{Se}$ 的激发态能谱,其中(c)是具有偶自旋的正宇称带,可以看出,其  $10^-$  以下理论值与实验值基本符合;(e)是具有奇自旋的负宇称带,而(f)是具有偶自旋的负宇称带,其理论谱与实验谱都符合较好.

表 2  $^{64}\text{Ge}$  和  $^{74}\text{Se}$  核的一些形变 HF 内禀态  $K$  值、 $E_{\text{HF}}$ ,  $\Gamma_p$  和  $\Gamma_n$

核素	$K$	$E_{\text{HF}}/\text{MeV}$	$\Gamma_p$	$\Gamma_n$
$^{64}\text{Ge}$	$0^+$	-198.49	0.1093	0.1114
	$3^-(1p-1h)$	-194.68	0.0335	0.0342
$^{74}\text{Se}$	$0^+$	-298.78	0.0122	0.0127
	$0^+(2p-2h)$	-297.91	0.0120	0.0124
	$3^-(1p-1h)$	-297.59	0.0100	0.0103
	$4^-(1p-1h)$	-297.62	0.0099	0.0102

## 4 结论

本文将  $fp$  空间扩大到包含具有正宇称的  $1g_{9/2}$  轨道,用形变 HF 方法研究同位素核  $^{64}$   $^{68}\text{Ge}$  和  $^{70-74}\text{Se}$  的内禀态随中子数的变化情况,然后用角动量投影方法计算了 $^{64}\text{Ge}$ 和 $^{74}\text{Se}$ 的正、负宇称带能谱.结果表明,除“基态带”外,所有激发带能谱均与实验数据符合较好.充分说明,PDHF 方法在研究偶偶核正、负宇称能谱结构方面都是比较成功的.

## 参考文献 (References)

- 1 LIAO J Z. Nucl. phys., 1985, 7:338—343;1987,9:220—229(in Chinese)  
(廖继志. 原子核物理, 1985, 7:338—343;1987,9:220—229)
- 2 LIAO J Z. High Energ. Phys. and Nucl. Phys., 1987, 11:682—688;1989,13:837—841(in Chinese)  
(廖继志. 高能物理与核物理, 1987, 11:682—688;1989,13:837—841)
- 3 ZHENG R R, LIAO J Z. The Self-consistent Field Method of Nucleus Symmetry Chengdu: Sichuan University Press, 1993, 51—93(in Chinese)  
(郑仁蓉, 廖继志. 核对称性的自洽场方法, 成都: 四川大学出版社, 1993, 51—93)
- 4 LIAO J Z. High Energ. Phys. and Nucl. Phys., 1989, 13(4):357—361(in Chinese)  
(廖继志. 高能物理与核物理, 1989, 13(4):357—361)
- 5 MANG H J, Samadi B, RING P Z. Physik, 1976, A279:325—331
- 6 Rath A K, PraharaJ C R, Khadkikar S D. Phys. Rev., 1993, C47:1990—2000
- 7 Tripathi P N, Sharma S K. Phys. Rev., 1986, C34:1081—1093
- 8 Aage Behr, Ben R Mottelson. Nuclear Structure, 1969, V(1):145—147
- 9 Audi G, Wapstra A H. Nucl. Phys., 1993, A565(1):21—22
- 10 Ennis P J, Lister C J. Nucl. Phys., 1991, A535(1):392—424
- 11 Buccino S G, Durham F E. Phys. Rev., 1990, C42:1254—1263

## Studies on the HF States and the Negative Parity Bands of Even Even Ge and Se Nuclei \*

XU Yan-Bing LIAO Ji-Zhi

(Department of Physics, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

**Abstract** Using modified surface delta interaction and enlarging the  $fp$  configuration space to include the  $1g_{9/2}$  states with the positive-parity, the deformed Hartree-Fock calculations for the six nuclei:  $^{64}\text{Ge}$ ,  $^{66}\text{Ge}$ ,  $^{68}\text{Ge}$ ,  $^{70}\text{Se}$ ,  $^{72}\text{Se}$  and  $^{74}\text{Se}$  are performed. The ground-state and some particle-hole excited configurations are obtained. The approximate angular momentum projected Hartree-Fock (PDHF) method is applied to nuclei  $^{64}\text{Ge}$  and  $^{74}\text{Se}$ . Both of their positive-and negative-parity bands are obtained. The calculated energy spectra are consistent with experimental spectra well.

**Key words** deformed HF state, angular momentum projection, single-particle energy spectra, negative-parity band

---

Received 5 July 2001

\* Supported by NSFC (19875040)