

# 偶偶 Cd 同位素核的形变 HF 态及负宇称带研究

徐延冰 廖继志

(四川大学物理系 成都 610064)

**摘要** 将具有正宇称的轨道空间扩大到包含具有负宇称的  $1h_{11/2}$  轨道,采用修正的表面  $\delta$  相互作用 (MSDI),对  $^{104}\text{Cd}$ ,  $^{106}\text{Cd}$ ,  $^{108}\text{Cd}$ ,  $^{110}\text{Cd}$ ,  $^{112}\text{Cd}$ ,  $^{114}\text{Cd}$  和  $^{116}\text{Cd}$  等 7 个偶偶核作了形变 HF 计算. 得到了基态和一些激发态的解. 同时,还用近似角动量投影形变 Hartree-Fock (PDHF) 方法对  $^{108}\text{Cd}$  和  $^{110}\text{Cd}$  进行了能谱计算,得到其正、负宇称带的解,计算结果与实验谱基本一致.

**关键词** 形变 HF 态 角动量投影 单粒子能谱 负宇称带

## 1 引言

偶偶核中的负宇称激发带是一种常见的核结构现象,一直受到人们的关注. 本文的主要目的是从微观角度研究这一问题. 我们曾用形变 Hartree-Fock (HF) 方法,对  $gds$  壳层区核的性质和能谱做了大量研究并取得成功,这说明在该质量区使用该方法研究核结构是成功的<sup>[1,2]</sup>. 近来,我们在  $gds$  壳层的基础上,加入具有负宇称的  $1h_{11/2}$  轨道来研究偶偶核中的负宇称带,基本设想是:当任一轨道上的一对质子(中子)拆开,且其中之一跃迁到具有相反宇称的轨道时,就出现负宇称带. 发现理论计算与实验数据吻合较好. 这里主要讨论采用修正的表面  $\delta$  相互作用 (MSDI) 对  $^{104}\text{Cd}$ ,  $^{106}\text{Cd}$ ,  $^{108}\text{Cd}$ ,  $^{110}\text{Cd}$ ,  $^{112}\text{Cd}$ ,  $^{114}\text{Cd}$  和  $^{116}\text{Cd}$  等 7 个偶偶核的研究结果. 首先计算出它们的一些 HF 内禀态,然后对  $^{108}\text{Cd}$  和  $^{110}\text{Cd}$  核的内禀态用单参量 Gauss 近似方法进行角动量投影,得到了它们的基态带及一些激发带包含负宇称带的能谱,并与实验能谱作了比较.

## 2 基本理论

关于计算形变 HF 态和近似角动量投影的方法细节在文献[1—3]中已有详细说明,这里只给出计算中最必要的公式. 偶偶 Cd 核在双幻核  $^{80}\text{Zr}_{40}$  外面的  $A$  个外围核子的二次量子化哈密顿算符为

$$H = \sum_{\alpha\beta} \langle \alpha | H_0 | \beta \rangle a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta} + \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle \alpha\beta | V | \gamma\delta \rangle a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} a_{\delta} a_{\gamma}, \quad (1)$$

其中  $H_0$  为单体部分,  $V$  是两体相互作用.  $a^{\dagger}$ ,  $a$  分别是产生算符和湮没算符.  $H_0$  取成球形壳模型单粒子哈密顿算符. 单粒子态系  $\{|\lambda\rangle\}$  满足的 HF 方程是

$$\langle \alpha | h | \beta \rangle = \langle \alpha | H_0 | \beta \rangle + \sum_{\lambda=1}^A \langle \alpha\lambda | V | \beta\bar{\lambda} \rangle = \epsilon_{\alpha} \delta_{\alpha\beta}, \quad (2)$$

式(2)中,  $\epsilon_{\alpha}$  是单粒子态  $|\alpha\rangle$  的单粒子能,  $|\bar{\lambda}\rangle = |\beta\lambda\rangle - |\lambda\beta\rangle$ . 态  $|\lambda\rangle$  用球形壳模型单粒子态  $|njm\tau\rangle$  ( $H_0$  的本征态)来展开,即

$$|\lambda; k = m_{\lambda}\rangle = \sum_j C_{m_{\lambda}}^j |jm_{\lambda}\rangle, \quad (3)$$

对  $j$  的求和限于  $fpgh$  壳层的 6 个态  $1g_{9/2}$ ,  $1g_{7/2}$ ,  $2d_{5/2}$ ,  $2d_{3/2}$ ,  $3s_{1/2}$  和  $1h_{11/2}$  态. 利用 C-G 系数进行耦合变换,则可得到  $h$  在表象中的矩阵元表达式

$$\begin{aligned} \langle jm | h | j'm \rangle &= e_j \delta_{jj'} + \sum_{\lambda=1}^B \sum_{j_2 j_3} C_{m_{\lambda}}^{j_2} C_{m_{\lambda}}^{j_3} \times \\ &\frac{1}{2} \sum_j (jm j_2 m_{\lambda} | JM) (j' m j_3 m_{\lambda} | JM) \times \\ &[\langle \ddot{j}_2 J_1 | V | \ddot{j}'_3 J_1 \rangle_a + \langle \ddot{j}_2 J | T_{\lambda} | | V | \ddot{j}'_3 J | T_{\lambda} | \rangle_a] + \\ &\frac{1}{2} \sum_{\lambda=\frac{B+1}{2}}^A \sum_j \left[ \left( jm \frac{11}{2} m_{\lambda} | JM \right) \left( j' m \frac{11}{2} m_{\lambda} | JM \right) + \right. \\ &\left. \left( jm \frac{11}{2} - m_{\lambda} | JM \right) \left( j' m \frac{11}{2} - m_{\lambda} | JM \right) \right] \times \end{aligned}$$

$$\left[ \left\langle j \frac{11}{2} J_0 \mid V \mid j \frac{11}{2} J_0 \right\rangle_a + 3 \left\langle j \frac{11}{2} J_1 \mid V \mid j \frac{11}{2} J_1 \right\rangle_a \right], \quad (4)$$

式(4)中, 第一部分的  $e_j$  是  $H_0$  的本征值, 即球形壳模型单粒子能; 第二部分是  $gds$  轨道中的  $B$  个核子的贡献,  $\langle j_2 JT \mid V \mid j_1 j_2 JT \rangle_a$  是  $JT$  表象中的反对称化的两体矩阵元; 第三部分是  $1h_{11/2}$  态中第  $B+1$  到第  $A$  个核子对  $h$  在  $|nljmr_t\rangle$  表象中的矩阵元的影响. 将(4)式组成的矩阵对角化, 同时利用自恰迭代的方法, 便可得到全部单粒子态  $\{\lambda\}$  和其对应的单粒子能  $\epsilon_\lambda$  (以  $^{80}\text{Zr}_{40}$  基态能为能量零点).

归一化的投影态和投影态的能量分别是

$$|\Phi'_{\mu K}\rangle = \hat{P}'_{\mu K} |\Phi_{\sigma K}\rangle / \sqrt{p'_{\mu K}}; \quad p'_{\mu K} = \langle \Phi_{\sigma K} | \hat{P}'_{\mu K} | \Phi_{\sigma K} \rangle, \quad (5)$$

$$E_{\mu K} = h'_{\mu K} / p'_{\mu K}, \quad h'_{\mu K} = \langle \Phi_{\sigma K} | H \hat{P}'_{\mu K} | \Phi_{\sigma K} \rangle, \quad (6)$$

这里,  $\hat{P}'_{\mu K}$  为角动量投影算符,  $|\Phi_{\sigma K}\rangle$  是轴对称 HF 内禀态,  $K$  为角动量在对称轴上的投影量子数, 下标  $\sigma$  代表组态.  $p'_{\mu K}$  和  $h'_{\mu K}$  的表示式可在文献[3]中找到. 在高斯近似下,  $p'_{\mu K}$  和  $h'_{\mu K}$  可通过参量  $\Gamma_p$  和  $\Gamma_h$  计算, 这里参量  $\Gamma_p$  和  $\Gamma_h$  分别为

$$\Gamma_p = 2 / \langle \Phi_K | I_y^2 | \Phi_K \rangle, \quad (7)$$

表 1 偶偶 Cd 7 种同位素核的、相对于核心  $^{80}\text{Zr}_{40}$  的结合能 (MeV)

核素	$^{104}\text{Cd}$	$^{106}\text{Cd}$	$^{108}\text{Cd}$	$^{110}\text{Cd}$	$^{112}\text{Cd}$	$^{114}\text{Cd}$	$^{116}\text{Cd}$
形状	长椭球	长椭球	长椭球	长椭球	长椭球	扁椭球	长椭球
	-217.59	-235.73	-254.00	-272.80	-292.44	-310.66	-327.34
	-216.09	-235.39	-253.65	-270.89	-287.36	-302.85	-317.69
$\Delta E$	1.50	0.34	0.35	1.91	5.08	7.81	9.65

注:  $E_{\text{HF}}$  是内禀基态的 HF 总能量;  $E_{\text{exp}}$  是结合能的实验值<sup>[9]</sup>;  $\Delta E$  是  $E_{\text{exp}}$  与 HF 总能量之差.

图 1 是偶偶 Cd 同位素原子核的基态单粒子能级图 ( $^{80}\text{Zr}_{40}$  核心以外部分), 单粒子能谱中画有黑点 (代表两个质子), 圆圈 (代表两个中子) 的能级是被填充能级. 可以看出, 整个单粒子能谱随着核子数的增加而下降. 同时, 随着核子数变化, 单粒子能级的顺序和分布状况出现了不同的变化. 本来, 球形单粒子态能量顺序是  $1g_{9/2}, 1g_{7/2}, 2d_{5/2}, 2d_{3/2}, 3s_{1/2}, 1h_{11/2}$  逐渐升高, 并且  $1g_{7/2}$  和  $2d_{5/2}, 2d_{3/2}, 3s_{1/2}$  和  $1h_{11/2}$  单粒子能相距很近, 而  $1g_{9/2}$  和  $2d_{5/2}, 1g_{7/2}$  和  $3s_{1/2}, 1h_{11/2}$  单粒子能相距较远. 但是, 在形变 HF 计算之后,  $2d_{5/2}, 3s_{1/2}$  和  $1h_{11/2}$  分出的各条能级都有较大幅度下降,  $1g_{7/2}$  和  $2d_{3/2}$  却有较大幅度上升,  $1h_{11/2}$  分出的 6 条能级出现在  $2d_{3/2}$  之下、 $1g_{7/2}$  之上, 使  $2d_{3/2}$  和  $1h_{11/2}$  之间出现较大能隙. 这似乎说明  $j = l + 1/2$  (或

$$\Gamma_h = 2E_{\text{HF}} / \langle \Phi_K | H I_y^2 | \Phi_K \rangle, \quad (8)$$

用(7)式严格计算  $\Gamma_p$ , 把  $\Gamma_h$  作为可调参量 ( $E_{\text{HF}}$  已由 HF 计算得到), 由(6)式便可算出投影能量, 从而得到原子核的基态及激发态能谱.

### 3 计算结果与讨论

首先, 我们在  $1g_{9/2}, 1g_{7/2}, 2d_{5/2}, 2d_{3/2}, 3s_{1/2}$  和  $1h_{11/2}$  空间以  $^{80}\text{Zr}_{40}$  为核心计算了  $^{106-116}\text{Cd}$  核的一些形变 HF 内禀态. 在 HF 计算中, 核子间的相互作用采用 MSDI<sup>[4]</sup>, 强度参量为  $A_1 = 0.600, A_0 = 0.150, B = 0.085$  和  $C = 0.054$  球形壳模型单粒子能<sup>[5,6,7]</sup> 取为  $e_{9/2} = -11.60, e_{7/2} = -6.64, e_{5/2} = -5.53, e_{3/2} = -2.63, e_{1/2} = -2.27, e_{11/2} = -1.11$  (单位为 MeV), 迭代过程中不区分质子和中子, Cd 的库仑能<sup>[8]</sup> 取为  $86.69\text{MeV}$ . 迭代精度  $\eta = 10^{-3} - 10^{-4}$ .

表 1 给出了同位素核基态的形状、结合能的实验值、HF 能、及两者之差  $\Delta E$ . 结果表明, 在该区域内, 核基态形状除  $^{114}\text{Cd}$  外都是长椭球形, 在  $A = 114$  处出现形状过渡; 结合能的实验值与理论计算的 HF 能符合较好.

$j = l - 1/2$ ) 各态, 即  $1g_{9/2}, 2d_{5/2}, 3s_{1/2}$  和  $1h_{11/2}$  (或  $1g_{7/2}, 2d_{3/2}$ ) 之间相互“吸引”, 而  $j = l + 1/2$  与  $j = l - 1/2$  各态则相互排斥. 位于  $1g_{7/2}$  和  $2d_{3/2}$  之间用上标“-”标出的 6 条能级是  $1h_{11/2}$  态分出的负宇称态, 用虚线画出的是  $3s_{1/2}$  态, 可以看出, 随核子数的增多,  $3s_{1/2}$  和  $1h_{11/2}$  各态之间“吸引”加剧, 其中对  $^{104}\text{Cd}$  核  $3s_{1/2}$  态出现在  $1g_{7/2}$  态之下, 其后各核  $3s_{1/2}$  态则逐渐与  $1h_{11/2}$  态接近, 从而与  $1g_{7/2}$  各态逐渐形成一个混合区域. 另外, 计算结果表明, 这一质量区内核基态的对称性质变化不大, 可以看出  $^{114}\text{Cd}$  基本为扁椭球, 其余各核大体都显长椭球形.

图 2 中, (c) 是偶  $^{108}\text{Cd}$  核的基态, 图 3 中, (b) 是偶  $^{110}\text{Cd}$  核的基态, 对偶偶核, 粒子无论是出现在具有正宇称的  $gds$  空间各态分出的各条能级上, 还是

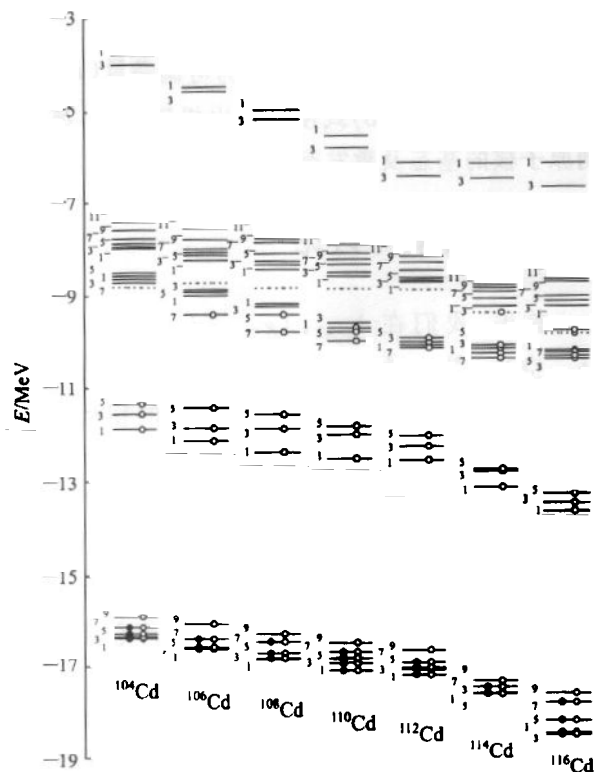


图 1 偶偶 Cd 同位素核的基态单粒子能谱  
能级旁数字为  $2k$  值,  $\bullet$  (代表两个质子) 和  $\circ$  (代表两个中子) 的能级是被填充能级, 上标“-”标出具有负宇称的  $1h_{11/2}$  态分出的 6 条能级, 其余能级具有正宇称, 虚线画出的是  $3s_{1/2}$  能级, 其  $2k=1$  未标出.

出现在具有负宇称的  $1h_{11/2}$  态分出的各条能级上只要粒子成对出现, 其基态能谱宇称都是正的; 当粒子对在  $gds$  空间各态分出的各条能级及在  $1h_{11/2}$  态分出的各条能级之间跃迁时, 其激发态能谱宇称也是正的, 图 2(a), (b) 和图 3(a) 所示; 但是, 当一对粒子

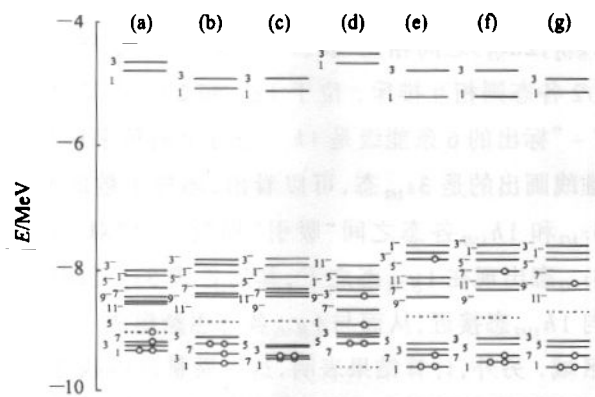


图 2 偶偶  $^{108}\text{Cd}$  核的基态和激发态单粒子能谱  
能级旁的数字为  $2k$  值,  $\circ$  (代表一个中子) 的能级是被填充能级, 上标“-”标出具有负宇称的  $1h_{11/2}$  态分出的 6 条能级, 其余能级具有正宇称, 虚线给出  $3s_{1/2}$  能级, 其  $2k=1$  未标出, 图中只给出与价核子有关部分, 其余部分参见图 1.

拆开, 若其中之一占据  $gds$  空间中的一条能级, 而另一个占据  $1h_{11/2}$  态分出的一条能级, 则其激发态能谱宇称便是负的, 图 2(d), (e), (f) 和 (g) 和图 3(c), (d) 和 (e) 所示. 图 2, 3 各态对应的能谱分别见图 4, 5.

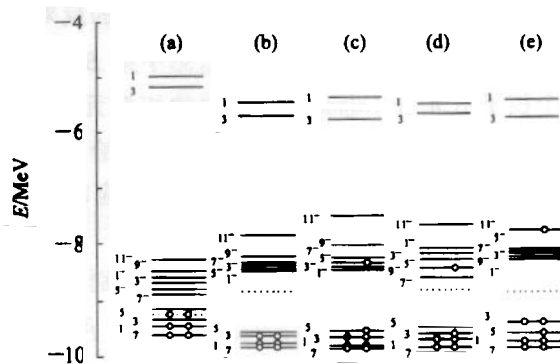


图 3 偶偶  $^{110}\text{Cd}$  核的基态和激发态单粒子能谱  
能级旁的数字为  $2k$  值, 图中说明同图 2.

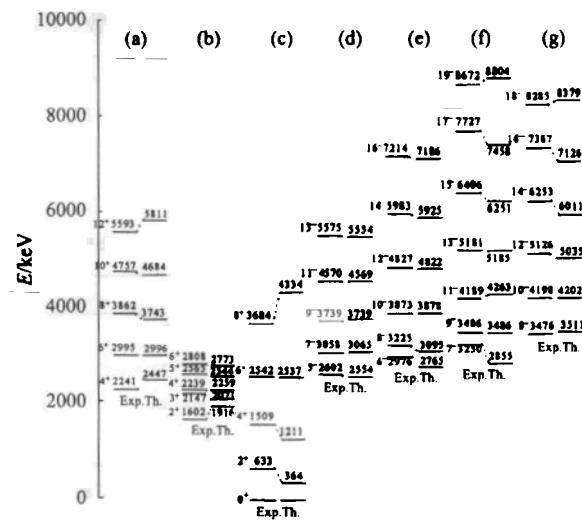


图 4  $^{108}\text{Cd}$  核的投影能谱与实验能谱<sup>[10]</sup> 的比较

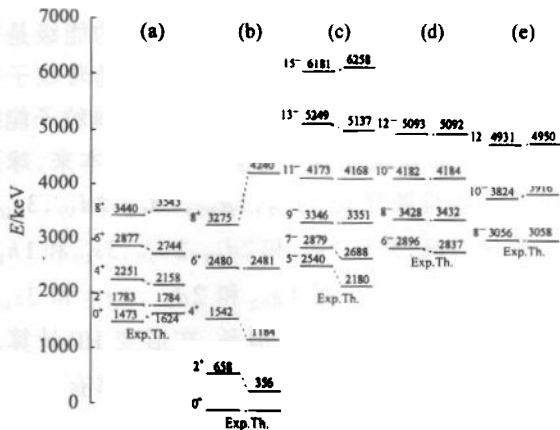


图 5  $^{110}\text{Cd}$  核的投影能谱与实验能谱<sup>[11]</sup> 的比较

我们计算出了偶偶  $^{108}\text{Cd}$  和  $^{110}\text{Cd}$  核的基态及激

表 2  $^{108}\text{Cd}$  核的一些形变 HF 内禀态  $K$  值、 $E_{\text{HF}}$  (MeV),  $\Gamma_p$  和  $\Gamma_h$

$^{108}\text{Cd}$	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)
$K$	$4^+$	$2^+$	$0^+$	$5^-$	$6^-$	$7^-$	$8^-$
$E_{\text{HF}}$	- 251.13	- 251.39	- 251.47	- 248.97	- 248.84	- 250.61	- 249.33
$\Gamma_p$	0.0251	0.0240	0.0400	0.0130	0.0130	0.0180	0.0152
$\Gamma_h$	0.0255	0.0244	0.0409	0.0133	0.0133	0.0183	0.0155

表 3  $^{110}\text{Cd}$  核的一些形变 HF 内禀态  $K$  值、 $E_{\text{HF}}$  (MeV),  $\Gamma_p$  和  $\Gamma_h$

$^{110}\text{Cd}$	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
$K$	$0^+$	$0^+$	$5^-$	$6^-$	$8^-$
$E_{\text{HF}}$	- 269.66	- 270.50	- 267.03	- 266.71	- 266.13
$\Gamma_p$	0.0215	0.0410	0.0108	0.0115	0.0123
$\Gamma_h$	0.0219	0.0419	0.0111	0.0118	0.0126

发态能谱,且与实验谱作了比较(见图 4 和图 5),投影参量分别见表 2 和表 3. 计算结果表明,基态带的理论谱各能级与实验值有差别其原因是 $^{108}\text{Cd}$ 和 $^{110}\text{Cd}$ 的“基态带”为振动谱,而投影谱基本上是一种准转动谱. 但这两个核的激发带能谱都具有转动谱的性质,因此投影能谱与其符合较好. 图 4 中(a),(b)是偶偶 $^{108}\text{Cd}$ 的具有偶自旋的正宇称带,

(d),(f)和(e),(g)是分别具有奇和偶自旋的负宇称带,可以看出,其理论谱基本体现出实验谱的特征;图 5 中(a)是偶偶 $^{110}\text{Cd}$ 具有偶自旋的正宇称带,(c)和(d),(e)是分别具有奇和偶自旋的负宇称带,其理论值与实验值都非常接近.

### 4 结论

本文将  $gds$  空间扩大到包含具有负宇称的  $1h_{11/2}$  轨道,用形变 HF 方法研究同位素核 $^{108}\text{Cd}$ 和 $^{110}\text{Cd}$ 的内禀态,然后用角动量投影方法计算了其正、负宇称带能谱. 结果表明,除“基态带”外,所有激发带能谱均与实验数据符合较好. 充分说明,PDHF 方法在研究偶偶核正、负宇称能谱结构方面都是比较成功的.

### 参考文献 (References)

- XU Yan-Bing, LIU Ying-Tai, LIAO Ji-Zhi. HEP & NP, 1999, 23(6): 561 (in Chinese)  
(徐延冰, 刘英太, 廖继志. 高能物理与核物理, 1999, 23(6): 561)
- XU Yan-Bing et al. Journal of Sichuan University (Natural Science Edition), 1999, 36(1): 153 (in Chinese)  
(徐延冰等. 四川大学学报(自然科学版), 1999, 36(1): 153)
- ZHENG Ren-Rong, LIAO Ji-Zhi. The Self-consistent Field Method of Nucleus Symmetry. Chengdu: Sichuan University Press, 1993, 51—93 (in Chinese)  
(郑仁蓉, 廖继志. 原子核对称性投影自洽场方法, 成都: 四川大

- 学出版社, 1993, 51—93)
- LIAO Ji-Zhi. HEP & NP, 1989, 13(4): 357 (in Chinese)  
(廖继志. 高能物理与核物理, 1989, 13(4): 357)
- MANG H J et al. Z. Physik, 1976, A279: 325—331
- Rath A K, Praharaj C R, Khadkikar S D. Phys Rev., 1993, C47: 1990—2000
- Tripathi P N et al. Phys. Rev., 1986, C34: 1081—1093
- Aage Behr, Ben R. Mottelson. Nuclear Structure, W. A. Benjamin, Inc., 1969, VI: 145—147
- Audi G, Wapstra A H. Nucl Phys., A565(1): 33—34
- Thorslund I et al. Nucl. Phys., 1993, A564: 285
- Piirinen M et al. Nucl. Phys., 1993, A565: 671

## Studies on the HF States and the Negative-Parity Spectra of Even Even Cd Nuclei

XU Yan-Bing LIAO Ji-Zhi

(Department of Physics, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

**Abstract** Using modified surface delta interaction, enlarging the  $gds$  configuration space to include the  $1h_{11/2}$  states with the negative-parity, the deformed Hartree-Fock calculations for the seven nuclei ( $^{104}\text{Cd}$ ,  $^{106}\text{Cd}$ ,  $^{108}\text{Cd}$ ,  $^{110}\text{Cd}$ ,  $^{112}\text{Cd}$ ,  $^{114}\text{Cd}$  and  $^{116}\text{Cd}$ ) are performed. The ground-state and some particle-hole excited configurations are obtained. The calculated results show that there exist form transition and shape coexistence from mass number 104 to 116, and that the single-particle energy spectra are different not only for different mass number but also for different configurations of nuclei. At the same time, the approximate angular momentum projected Hartree-Fock (PDHF) method is applied to nuclei  $^{108}\text{Cd}$  and  $^{110}\text{Cd}$ . And both of their positive- and negative-parity bands are obtained. The results of calculated energy spectra are consistent with experimental spectra well.

**Key words** deformed HF states, angular momentum projection, single-particle energy spectra, negative-parity bands