

原子核的赝自旋对称性近似*

陈惕生¹ 吕洪凤¹ 孟杰^{1-3;1)} 周善贵¹⁻³

1(北京大学物理学院 北京 100871)

2(中国科学院理论物理研究所 北京 100080)

3(兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心 兰州 730000)

摘要 基于相对论平均场理论,讨论了 Dirac 方程中严格的赝自旋对称性,以及实际原子核中的近似赝自旋对称性. 在严格的赝自旋对称性下,除赝自旋单态外,所有的态都有简并的赝自旋伙伴态,而且赝自旋双重态的径向量子数相同. 以正常核²⁰⁸Pb 和奇特核²⁶⁴Pb 为例,分析了赝离心势和赝自旋-轨道耦合势的贡献,发现对于赝自旋单态,赝离心势恒为零;对赝自旋双重态,赝自旋-轨道耦合势的贡献很小,赝自旋对称性近似满足;但对于闯入态,相对于赝离心势,赝自旋-轨道耦合势的贡献很大,赝自旋对称性被完全破坏,也即闯入态不具有赝自旋伙伴态的可能原因.

关键词 赝自旋对称性 相对论平均场理论 赝自旋-轨道耦合势

1 引言

赝自旋对称性是 30 多年前首先由实验上在球形原子核中发现的^[1,2],后来发现它对变形核也是一种很好的近似^[3]. 这种对称性已被用来解释形变核的一些性质,比如超形变^[4],全同带^[5-7]等. 实验上观察到量子数为 $(n, l, j = l + 1/2)$ 和 $(n - 1, l + 2, j = l + 3/2)$ 的单粒子能级能量非常靠近,如果把它们重新标记为 $(\bar{n} = n - 1, \bar{l} = l + 1, \bar{j} = \bar{l} \pm 1/2)$,即赝自旋双重态,由于它们的分裂很小,可以近似认为原子核有赝自旋对称性. 比如, $3s_{1/2}, 2d_{3/2}$ 可被看成是一个赝自旋双重态, $2\bar{p}_{1/2}, 2\bar{p}_{3/2}$;所有 $p_{1/2}$ 态是赝自旋单态 $\bar{s}_{1/2}$;而 $n = 1, j = l + 1/2$ 的是闯入态,它们没有简并的伙伴态.

自从发现赝自旋对称性以来,已有大量的工作试图去寻找它的根源. 除了形式上的量子数重新标记方法之外,通过多种自旋-赝自旋变换机制来研究这种对称性也曾有过尝试,并且发现了自旋-轨道角动量耦合($L \cdot S$)强度和轨道-轨道角动量耦合($L \cdot L$)强度的特殊比例关系与赝自旋对称性之间的联

系^[8-12]. 尽管如此,它的根源仍然没有得到解释.

赝自旋对称性和相对论平均场理论(RMF)^[13]之间的关系首先是 Bahri 等人在文献[9]中提出的. 他们发现 RMF 理论可以近似地解释非相对论计算中赝自旋对称性所要求的 $L \cdot S$ 强度与 $L \cdot L$ 强度之间的比例关系. 最近, Ginocchio 等人发现赝轨道角动量其实就是 Dirac 旋量中的下分量的“轨道角动量”,并指出标量势($V_s(r)$)与矢量势($V_v(r)$)之和为零就是严格赝自旋对称性的条件^[14,15]. 随后,孟杰等人又进一步指出实际核中赝自旋对称性由赝离心势垒和赝自旋-轨道势相互竞争的结果决定^[16,17].

但是,迄今为止,闯入态为什么没有伙伴态的问题仍然没有得到合理的解释. 本文将基于 RMF 理论,讨论 Dirac 方程中的严格赝自旋对称性,以及它们与实际原子核中的近似赝自旋对称性的差别,进而研究闯入态为何不具有赝自旋伙伴态的原因.

2 Dirac 方程中的赝自旋对称性

根据 RMF 理论^[13]可以导出,在标量势 $V_s(r)$ 和

2002-04-21 收稿

* 国家重点基础研究发展规划(G2000077407),国家自然科学基金(10025522,19847002,19935030)资助

1)E-mail:mengj@pku.edu.cn

矢量势 $V_s(r)$ 中运动的核子的 Dirac 运动方程为

$$[\boldsymbol{\alpha} \cdot \hat{\boldsymbol{p}} + \beta(M + V_s) + V_v] \Psi_i = E_i \Psi_i. \quad (1)$$

引入

$$\hat{\kappa} = -\beta(\boldsymbol{\Sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{L}} + 1), \quad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

其中 $\boldsymbol{\sigma}$ 是 Pauli 矩阵, \boldsymbol{L} 是轨道角动量.

对球形核, $\hat{H}, \hat{\boldsymbol{j}}^2, \hat{j}_z$, 和 $\hat{\kappa}$ 构成守恒量完全集, 它们的共同本征波函数为

$$\psi_{\kappa}(r) = \begin{pmatrix} f_{\kappa} \\ g_{\kappa} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{F_{\kappa}(r)}{r} Y_{jm}^l(\theta, \phi) \\ i \frac{G_{\kappa}(r)}{r} Y_{jm}^{\bar{l}}(\theta, \phi) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

其中 $F_{\kappa}(r)$ 和 $G_{\kappa}(r)$ 分别是 Dirac 旋量的上下分量的径向波函数, j 是总角动量量子数, l 和 \bar{l} 分别是 Dirac 旋量中上下分量的球谐函数的阶, m 是磁量子数. $\hat{\kappa}$ 的本征值为 $\kappa = \pm(j + 1/2)$. 对于给定的

$$\kappa = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, j = |\kappa| - \frac{1}{2}, l = \left| \kappa + \frac{1}{2} \right| - \frac{1}{2}, \bar{l} = \left| \kappa - \frac{1}{2} \right| + \frac{1}{2}, \text{ 且有}$$

$$\kappa(\kappa - 1) = \bar{l}(\bar{l} + 1).$$

将(3)式代入 Dirac 方程(1)式可以得到下列径向方程,

$$\left(\frac{d}{dr} + \frac{\kappa}{r} \right) F_{\kappa}(r) = (M + E_{\kappa} - \Delta) G_{\kappa}(r), \quad (5)$$

$$\left(\frac{d}{dr} - \frac{\kappa}{r} \right) G_{\kappa}(r) = (M - E_{\kappa} + V) F_{\kappa}(r), \quad (6)$$

其中 $\Delta = V_v - V_s, V = V_s + V_v$. 消去 $F_{\kappa}(r)$, 我们便得到一个 Schrödinger 型的二阶微分方程

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{\kappa(\kappa - 1)}{r^2} - (M + E_{\kappa} - \Delta)(M - E_{\kappa} + V) \right] G_{\kappa}(r) = 0.$$

如果 $V = 0$ 或者 $\frac{dV}{dr} = 0$ 时, 则

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{\kappa(\kappa - 1)}{r^2} \right] G_{\kappa}(r) =$$

$$[(M + E_{\kappa} - \Delta)(M - E_{\kappa} + V)] G_{\kappa}(r). \quad (8)$$

且本征能量 E_{κ} 将只依赖于 n 和 $\kappa(\kappa - 1)$,

$$E_{\kappa} = E(n, \kappa(\kappa - 1)) = E(n, \bar{l}(\bar{l} + 1)). \quad (9)$$

由(4)式可知, 对于给定的 $\bar{l} \neq 0, \kappa$ 可有两个取值 ($\kappa_1 = -\bar{l}, \kappa_2 = \bar{l} + 1$). 因此, 具有相同 \bar{l} , 不同 κ 的两个态会简并, 它们具有相同本征能量和下半量径向波

函数 $G_{\kappa}(r)$. 这就是严格的赝自旋对称性^[14,16].

对赝自旋单态 ($p_{1/2}$), $\bar{l} = 0, \kappa$ 只能为 1. 除此之外, 任何一个 $\kappa = -\bar{l}$ 的顺排态都会有一个简并的 $\kappa = \bar{l} + 1$ 的非顺排伙伴态, 反过来也一样. 这样, 即使是通常的闯入态也有了伙伴态. 也就是说, $V = 0$ 或 $dV/dr = 0$ 时的赝自旋对称性与实际原子核中的赝自旋对称性是有很大区别的.

3 实际核中的赝自旋对称性近似

为了研究实际原子核中的赝自旋对称性, 以正常原子核 ^{208}Pb 和奇特原子核 ^{264}Pb 为例做了相对论连续谱 Hartree-Bogoliubov (RCHB) 理论计算, 计算细节可参考文献[18,19]. 图 1 是计算得到的这两个

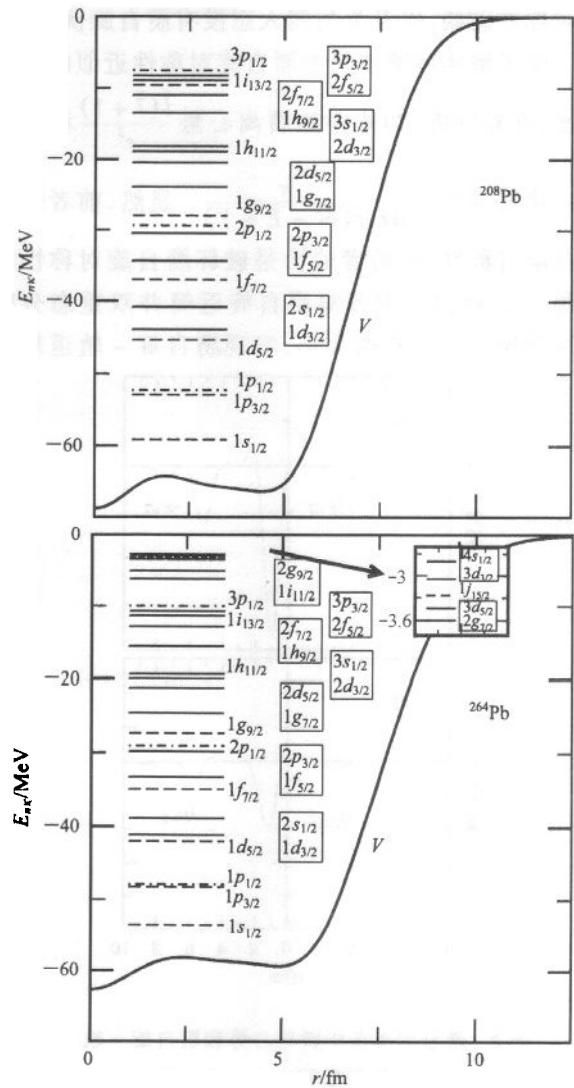


图 1 原子核 ^{208}Pb 和 ^{264}Pb 的中子单粒子能级
——赝自旋双重态, 用小方框标记; - - - 赝自旋单态;
· · · 闯入态.

核的中子的单粒子能级以及相应的势场. 从图中可以看到, 无论在正常核还是奇特核中, 近似的赝自旋对称性都是存在的, 且奇特核中的赝自旋对称性近似比正常核中的要好. 而且, 随着能级的增高, 这种近似越来越好, 如在²⁶⁴Pb 中, $2s_{1/2}$ 和 $1d_{3/2}$ 态的能量分别为 -38.82 和 -41.14MeV ; $3s_{1/2}$ 和 $2d_{3/2}$ 态的能量分别为 -19.45 和 -20.00MeV ; 而 $4s_{1/2}$ 和 $3d_{3/2}$ 态的能量分别为 -3.05 和 -2.80MeV . 另外, 在能量相差不大的情况下, \bar{l} 越小, 赝自旋 - 轨道劈裂越小, 赝自旋对称性近似也越好, 比如在²⁰⁸Pb 中, $3s_{1/2}$ 和 $2d_{3/2}$ 之间的赝自旋劈裂为 0.75MeV ; 而 $2d_{3/2}$ 和 $1g_{7/2}$ 之间的赝自旋劈裂为 3.56MeV .

但是, 如图 1, 实际原子核并不具有严格的赝自旋对称性. 以下, 我们将讨论实际原子核中的赝自旋对称性破缺, 以及为何闯入态没有赝自旋伙伴态.

要了解实际原子核中赝自旋对称性近似的好坏程度, 首先分析(7)式中的赝离心势 $\frac{\bar{l}(\bar{l}+1)}{r^2}$ 和赝自旋 - 轨道耦合势 $\frac{dV}{dr} \frac{\kappa}{r(M-E+V)}$. 显然, 前者保持赝自旋对称性, 而后者恰恰是破坏赝自旋对称性的根源. 文[16, 17]中曾对赝自旋近简并双重态分析了这两种势的贡献的大小, 发现赝自旋 - 轨道耦合

势的贡献相对赝离心势的贡献是很小的, 即赝自旋对称性近似非常好. 类似, 以²⁰⁸Pb 和²⁶⁴Pb 为例, 下面将分析赝离心势和赝自旋 - 轨道耦合势对所有单粒子态贡献的相对大小, 包括赝自旋单态(图 2), 赝自旋近简并双重态(图 3), 和闯入态(图 4), 以便了解赝自旋对称性破缺和闯入态的赝自旋伙伴态问题.

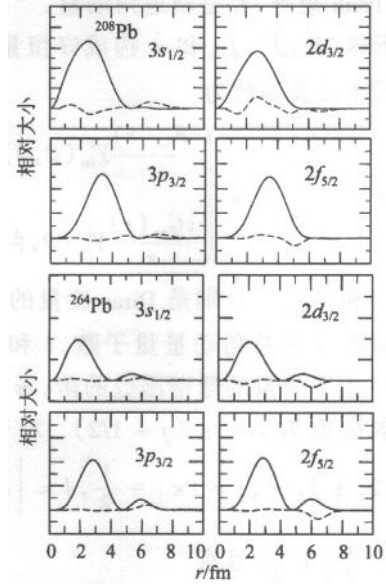


图 3 赝自旋近简并双重态中赝离心势和赝自旋 - 轨道耦合势贡献相对大小的比较
势的定义和实、虚线的表示见图 2.

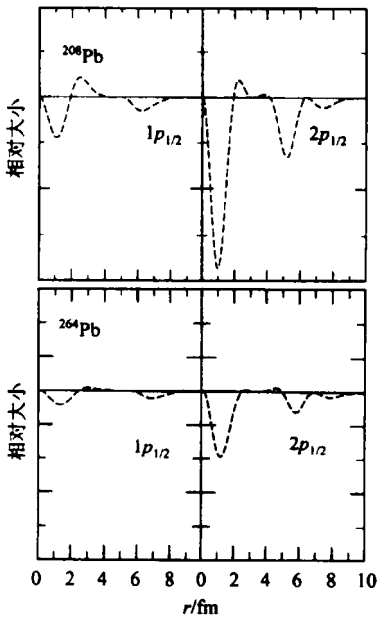


图 2 赝自旋单态中赝离心势和赝自旋 - 轨道耦合势贡献相对大小的比较

— 赝离心势 $G^2(r)(E - M - V) \frac{\bar{l}(\bar{l}+1)}{r^2}$,
 --- 赝自旋 - 轨道耦合势 $-G^2(r) \frac{dV}{dr} \frac{\kappa}{r}$.

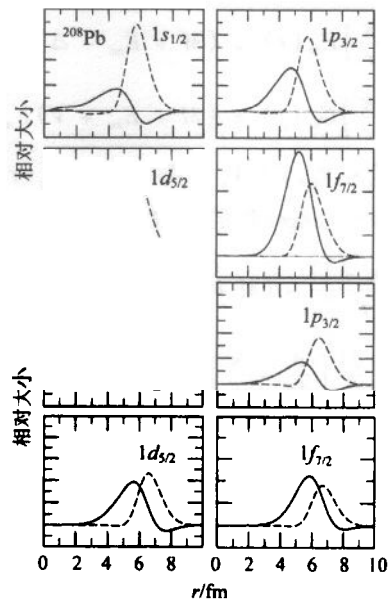


图 4 闯入态中赝离心势和赝自旋 - 轨道耦合势的贡献的相对大小的比较
势的定义和实、虚线的表示与图 2 相同.

图 2 给出了赝自旋单态, 如 $1p_{1/2}$, $2p_{1/2}$ 等的有效赝自旋 - 轨道耦合势 $G^2(r) \frac{\kappa}{r} \frac{dV}{dr}$ (虚线) 和有效赝

离心势 $G^2(r)(M - E + V)\frac{\bar{l}(\bar{l} + 1)}{r^2}$ (实线)关于 r 的函数. 由于有效赝离心势和有效赝自旋 - 轨道耦合势都乘了权重相关的因子, 它们对能量的贡献分别正比于它们与横轴所围成的面积. 对于赝自旋单态, 赝离心势的贡献恒为零.

图 3 给出了赝自旋近简并双重态, 如 $3s_{1/2}, 2d_{3/2}$ 等的有效赝自旋 - 轨道耦合势(虚线)和有效赝离心势(实线)关于 r 的函数. 可以看出, 赝离心势的贡献远大于赝自旋 - 轨道耦合势的贡献, 因此, 自旋对称性近似成立^[16,17].

图 4 给出闯入态, 如 $1s_{1/2}, 1p_{3/2}$ 等有效赝自旋 - 轨道耦合势(虚线)和有效赝离心势(实线)关于 r 的函数. 可以看出, 赝自旋 - 轨道耦合势的贡献与赝离心势的贡献相近, 甚至更大. 这严重破坏了赝自旋对称性, 使赝自旋近简并不再存在. 这可能是在实际原子核中闯入态没有赝自旋伙伴态的一个原因.

4 总结

本文讨论了严格赝自旋对称性下 RMF 能谱特征, 并指出除赝自旋单态外, 包括闯入态在内所有的都有径向量子数相同的、简并的赝自旋伙伴态. 这与实际原子核中的赝自旋对称性的性质不符. 为了研究实际原子核中的赝自旋对称性, 以正常核²⁰⁸Pb, 和奇特核²⁶⁴Pb 为例, 分析了赝离心势和赝自旋 - 轨道耦合势对不同能级的贡献, 发现对于通常的赝自旋单态, 赝离心势恒为零; 对赝自旋双重态, 赝自旋 - 轨道耦合势的贡献很小, 赝自旋对称性近似满足; 然而对闯入态, 赝自旋 - 轨道耦合势的贡献与赝离心势的贡献相近, 甚至更大. 这严重破坏了赝自旋对称性, 使得赝自旋近简并不再存在. 这可能是在实际原子核中闯入态没有赝自旋伙伴态的一个原因.

参考文献 (References)

- 1 Arima A, Harvey M, Shimizu K. Phys. Lett., 1969, **B30**:517
- 2 Hecht K T, Adler A. Nucl. Phys., 1969, **A137**:129
- 3 Ratna Raju R D, Draayer J P, Hecht K T. Nucl. Phys., 1973, **A202**:433
- 4 Dudek J, Nazarewicz W, Szymanski Z et al. Phys. Rev. Lett., 1987, **59**:1405
- 5 Nazarewicz W, Twin P J, Fallon P et al. Phys. Rev. Lett., 1990, **64**:1654
- 6 Mottelson B. Nucl. Phys., 1991, **A522**:1
- 7 ZENG J Y, MENG J, WU C S et al. Phys. Rev., 1991, **C44**:R1745
- 8 Bohr A, Hamamoto I, Mottelson B R. Phys. Scr., 1982, **26**:267
- 9 Bahri C, Draayer J P, Moszkowski S A. Phys. Rev. Lett., 1992, **68**:2133
- 10 Blokhin A L, Beuschel T, Draayer J P et al. Nucl. Phys., 1997, **A612**:163
- 11 Castanos O, Moshinsky M, Quesne C. Phys. Letts., 1992, **B277**:238
- 12 Blokhin A L, Bahri C, Draayer J P. J. Phys., 1996, **A29**:2039
- 13 Serot B D, Walecka J D. Adv. Nucl. Phys., 1986, **16**:1
- 14 Ginocchio J N. Phys. Rev. Lett., 1997, **78**:436
- 15 Ginocchio J N, Leviatan A. Phys. Lett., 1998, **B425**:1
- 16 MENG J, Sugawara-Tanabe K, Yamaji S et al. Phys. Rev., 1998, **C58**:R628
- 17 MENG J, Sugawara-Tanabe K, Yamaji S et al. Phys. Rev., 1999, **C59**:154
- 18 MENG J, Ring P. Phys. Rev. Lett., 1996, **77**:3963
- 19 MENG J. Nucl. Phys., 1998, **A635**:3

Pseudospin Symmetry in Real Nuclei *

CHEN Ti-Sheng¹ LÜ Hong-Feng¹ MENG Jie^{1-3;1)} ZHOU Shan-Gui¹⁻³

¹(School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

²(Institute of Theoretical Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

³(Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator, Lanzhou 730000, China)

Abstract The pseudospin symmetry and its approximation in real nuclei are discussed. When the sum of the vector and scalar potentials is a constant, there will be an exact pseudospin degeneracy and even the usual intruder orbits will have degenerate partners. For real nuclei, the pseudospin symmetry is approximate, and the partners of the usual intruder orbits will disappear. The reason behind this is the contribution of the pseudo spin-orbit potential.

Key words pseudospin symmetry, relativistic mean field, pseudospin-orbit potential

Received 21 April 2002

* Supported by Major State Basic Research Development Program (G2000077407), National Natural Science Foundation of China (10025522, 19847002, 19935030)

1) E-mail: mengj@pku.edu.cn