

自旋极化的对称核物质和中子物质的性质*

李增花 左维 刘建业 郭文军

(中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

摘要 利用 Skyrme 有效相互作用对自旋极化的同位旋对称核物质和中子物质的特性进行了研究. 用 4 种核子-核子相互作用参数 S III, SKM*, SLy230a 和 SLy230b, 分别描绘了核物质状态方程曲线. 可以发现不论使用哪一种参数, 在自旋极化的同位旋对称核物质和中子物质中都存在着磁化相变转换点. 另外还对磁化系数进行了计算, 给出了磁化系数比率随密度的变化关系, 由于无限不连续点的存在, 进一步肯定了在 Skyrme-Hartree-Fock 理论框架内两种物质会出现磁化相变转换点.

关键词 Skyrme 有效相互作用 自旋极化 核物质 状态方程 磁化系数

1 引言

对极端条件下核物质磁化性质的研究成为许多人关注的问题之一, 特别是在天体物理中, 按照 Gold^[1] 的观点, 脉冲星被认为是表面具有强磁场的高速旋转的中子星, 磁场可达 10^8 T 数量级, 所以探讨自旋极化核物质的性质对理解观察到的具有强磁场的中子星的一些新的机制具有十分重要的意义. 从 20 世纪 60 年代起, 就有一些学者在这方面做了不少的工作. Brownell, Callaway^[2] 和 Rice^[3] 把中子星考虑为球形不可压缩气体模型, 计算出基态中子气体在费米动量 $k_F \approx 2.3 \text{ fm}^{-1}$ 处出现磁化相变转换; Silverstein^[4] 和 Ostgaard^[5] 发现长程吸引力会大大提高磁化转换点的密度, 鉴于这一点, 选取自旋单态, 应用硬芯中心势, 预计到转换点会出现在 $k_F \approx 4.1 \text{ fm}^{-1}$ 处; 但是 Pandharipande^[6] 等使用 Reid 软芯势, 利用变分方法计算得到在 $k_F \leq 5 \text{ fm}^{-1}$ 的情况下不会发生磁化; 然而 Clark^[7], Pearson 和 Saunier^[8] 使用比较现实的核力却计算出了低密 ($k_F \leq 2 \text{ fm}^{-1}$) 情况下的磁化系数. 对于磁化系数的早期计算是 Backmann 和 Kallman^[9] 采用 Reid 软芯势在 Brueckner 理论框架下开始进行的, 但最终的结果是 Jackson^[10]

在计算基态关联函数的过程中获得的; 最近 I. Vidana^[11] 等采用现实的 Nijmegen 和 Reid93 相互作用, 利用 Brueckner-Hartree-Fock 理论在极化的中子物质中却没有得到磁化相变转换点.

本文主要是利用 Skyrme 有效相互作用, 采用 4 种不同的核子-核子相互作用参数^[12] S III, SKM*, SLy230a 和 SLy230b, 对自旋极化的同位旋对称核物质和中子物质的状态方程及其磁化位相转换点问题进行讨论.

2 理论背景

2.1 自旋极化的核物质状态方程(EOS)

由量子力学我们知道一个系统的能量 E_0 可表为

$$E_0 = \langle \psi | T + V | \psi \rangle = \sum_{i=1}^A \left\langle i \left| \frac{p_i^2}{2m} \right| i \right\rangle + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^A \langle ij | v_{ij} | ij \rangle, \quad (1)$$

这里 v_{ij} 采用和密度、动量相关的 Skyrme 有效相互作用形式, 是卓益忠等^[13,14] 将通常、推广和修正 3 种

2002-04-23 收稿

* 中国科学院百人计划, 国家重点基础研究发展规划(G2000077400), 中国科学院知识创新工程重点方向项目(KJ9X2-SW-N02), 科技部重大前期研究专项基金(2002CCB00200), 国家自然科学基金(10235030)资助

Skyrme 力统一于同一形式中,称之为扩展 Skyrme 力,对核物质而言,自旋-轨道耦合项为零,其表达式

$$v_{i,j} = t_0(1 + x_0 p_\sigma) \delta(\mathbf{r}) + \frac{1}{6} t_3(1 + x_3 p_\sigma) [\rho(\mathbf{R})]^\alpha \delta(\mathbf{r}) + \frac{1}{2} t_1(1 + x_1 p_\sigma) [\delta(\mathbf{r}) \mathbf{k}^2 + \mathbf{k}'^2 \delta(\mathbf{r})] + \frac{1}{2} t_4(1 + x_4 p_\sigma) [\delta(\mathbf{r}) \rho^\alpha(\mathbf{R}) \mathbf{k}^2 + \mathbf{k}'^2 \rho^\alpha(\mathbf{R}) \delta(\mathbf{r})] + t_2(1 + x_2 p_\sigma) \mathbf{k}' \cdot \delta(\mathbf{r}) \mathbf{k} + t_5(1 + x_5 p_\sigma) \mathbf{k}' \cdot \rho^\alpha(\mathbf{R}) \delta(\mathbf{r}) \mathbf{k}, \quad (2)$$

t_0-t_5, x_0-x_5, α 是 13 个扩展 Skyrme 力参数,在计算中采用最新的 4 种参数^[12] S III, SKM*, SLy230a 和 SLy230b。 $p_\sigma = \frac{1}{2}(1 + \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j)$ 是自旋交换算符,而 $\boldsymbol{\sigma}$ 为 Pauli 矩阵,式中 $\mathbf{R} = \frac{1}{2}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2), \mathbf{r} = (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \mathbf{k}$ 和 \mathbf{k}' 为相对动量算符,其中 $\mathbf{k} = \frac{1}{2i}(\nabla_1 - \nabla_2)$ 作用于波函数右边;而 $\mathbf{k}' = -\frac{1}{2i}(\nabla_1 - \nabla_2)$ 作用于波函数左边。由于在 Skyrme 力中存在 δ 函数,(1)式求和可以通过对能量密度 $H(\mathbf{r})$ 积分来表达:

$$E_0 = \int H(\mathbf{r}) d^3 r, \quad (3)$$

在此定义自旋非对称度参数: $\xi = \frac{\rho_\uparrow - \rho_\downarrow}{\rho}, \rho_\uparrow$ 代表自旋向上粒子的密度; ρ_\downarrow 代表自旋向下粒子的密度。由定义可得

$$\rho_\uparrow = \frac{1 + \xi}{2} \rho, \rho_\downarrow = \frac{1 - \xi}{2} \rho, \rho = \rho_\uparrow + \rho_\downarrow.$$

注意当 $\xi = 0$ 时,说明核物质没有发生极化,自旋向上的粒子和自旋向下的粒子一般多;但当 $\xi = \pm 1$ 时,核物质呈现出完全极化状态,也就是说自旋向着同一个方向排列,都向上或都向下。因为核物质被认为是由费米气体组成的,其体积无限大,所以没有表面效应,在温度为零时,结合能可以通过能量密度 $H(\mathbf{r})$ 表示出来:

$$\epsilon = \frac{E}{A} = \frac{V \cdot H(\mathbf{r})}{A} = \frac{H(\mathbf{r})}{\rho}. \quad (4)$$

把(2)式代入(1)式中,利用(3)式,通过一系列计算,即可得(4)式的具体表达式,它是 $\rho_\uparrow, \rho_\downarrow$ 的函数,也就是所谓的状态方程(EOS)。比较简单的同位旋对称核物质和纯中子物质的状态方程为

$$\epsilon_n = \frac{3}{5} E_{Fn} + \frac{t_0 \rho}{4} + \frac{t_0 \rho_\uparrow \rho_\downarrow}{2\rho} +$$

$$\frac{(t_1 + 3t_2 + 2t_2 x_2)(\tau_\uparrow \rho_\uparrow + \tau_\downarrow \rho_\downarrow)}{8\rho} + \frac{(t_1 + t_2 + t_2 x_2)(\tau_\uparrow \rho_\uparrow + \tau_\downarrow \rho_\downarrow)}{4\rho} + \frac{t_3 \rho^{\alpha+1}}{24} + \frac{t_3 \rho_\uparrow \rho_\downarrow \rho^{\alpha-1}}{12} + \frac{\rho^{\alpha-1}(t_4 + 3t_5 + 2t_5 x_5)(\tau_\uparrow \rho_\uparrow + \tau_\downarrow \rho_\downarrow)}{8} + \frac{\rho^{\alpha-1}(t_4 + t_5 + t_5 x_5)(\tau_\uparrow \rho_\uparrow + \tau_\downarrow \rho_\downarrow)}{4},$$

$$\epsilon_n = \frac{3}{5} E_{Fn} + t_0 \left(1 + \frac{1}{2} x_0\right) \rho_\uparrow \rho_\downarrow / \rho - \frac{t_0 x_0 (\rho^2 + 2\rho_\uparrow \rho_\downarrow)}{4\rho} + \frac{(4t_2 - t_1 x_1 + 3t_2 x_2)(\tau_\uparrow \rho_\uparrow + \tau_\downarrow \rho_\downarrow)}{8\rho} + \frac{(2t_1 + 2t_2 - t_1 x_1 + 3t_2 x_2)(\tau_\uparrow \rho_\uparrow + \tau_\downarrow \rho_\downarrow)}{8\rho} + \frac{1}{6} t_3 \left(1 + \frac{1}{2} x_3\right) \rho_\uparrow \rho_\downarrow \rho^{\alpha-1} - \frac{t_3 x_3 (\rho^2 + 2\rho_\uparrow \rho_\downarrow) \rho^{\alpha-1}}{24} + \frac{(4t_5 - t_4 x_4 + 3t_5 x_5) \rho^{\alpha-1} (\tau_\uparrow \rho_\uparrow + \tau_\downarrow \rho_\downarrow)}{8} + \frac{(2t_4 + 2t_5 - t_4 x_4 + 3t_5 x_5) \rho^{\alpha-1} (\tau_\uparrow \rho_\uparrow + \tau_\downarrow \rho_\downarrow)}{8},$$

其中 E_{Fn}, E_{Fn} 分别指同位旋对称核物质和纯中子物质的动能, $\tau_i = \frac{3}{5} k_{Fi}^2 \rho_i (i = \uparrow, \downarrow)$ 。

2.2 磁化系数

磁化系数是一个标志着系统的自旋在磁场方向发生顺排所需要的能量有多大的物理量,定义为

$$\chi = \left(\frac{\partial M}{\partial H} \right)_{H=0}, \quad (5)$$

这里 M 指的是单位体积内的磁化强度,具体表达式为

$$M = \mu(\rho_\uparrow - \rho_\downarrow) = \mu \rho \xi, \quad (6)$$

其中 μ 是粒子的磁矩, H 是磁场,可由下式来表达:

$$H = \rho \left(\frac{\partial \left(\frac{E}{A} \right)}{\partial M} \right)_{M=0} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial \left(\frac{E}{A} \right)}{\partial \xi} \right)_{\xi=0}, \quad (7)$$

由(6)式和(7)式可得磁化系数表达式

$$\chi = \frac{\mu^2 \rho}{\left(\frac{\partial^2 \left(\frac{E}{A} \right)}{\partial \xi^2} \right)_{\xi=0}},$$

此式在磁场 H 比较小的情况下成立.

在讨论磁化系数的问题时,通常考虑比率 $\frac{\chi}{\chi_F}$, 其中 χ_F 是自由费米气体的磁化系数,可直接表达为 $\chi_F = \frac{\mu^* m}{\hbar^2 \pi^2} k_F$, k_F 是费米动量. 对于同位旋对称核物质 $k_F = \left(\frac{3\pi^2}{2}\rho\right)^{1/3}$; 中子物质 $k_{F_n} = (3\pi^2\rho)^{1/3}$. 在核物质极化的情况下, k_F 是和 k_{F_n} , k_{F_p} 有关的,即 $k_{F_n} = k_F(1 + \xi)^{1/3}$, $k_{F_p} = k_F(1 - \xi)^{1/3}$

3 结果与讨论

根据上面的论述,可以得到同位旋对称核物质和纯中子物质的状态方程. 图 1 描述了采用 SKM* 参数得到的同位旋对称核物质的结合能在极化情况下随密度的变化关系,实线、虚线、点线、点划线分别代表着核物质的非完全极化、30%极化、60%极化、完全极化状态. 由此图可以看出,完全非极化状态和完全极化状态的核子结合能产生了交叉,这一交叉点,就是磁化位相转换点,它标志着从这个密度值开始,极化的核物质比非极化的核物质将变得比较稳定(也就是前者能量低于后者). 但是由不同的参数所计算出的磁化点是不一样的,SKM* 参数所得的最大,约 $k_F = 2.07\text{fm}^{-1}$; SLy230a 和 SLy230b 参数所得的最小, $k_F \approx 1.73\text{fm}^{-1}$; S III 参数对应的是 $k_F \approx 1.94\text{fm}^{-1}$. 上述研究表明利用 Skyrme 有效相互作用的确可以得到核物质磁化位相转换点,只不过磁化点的位置受所选择的参数影响比较大,从而也提出了一个问题:哪一种参数才是最适合来描述核物质的极化状态的呢?

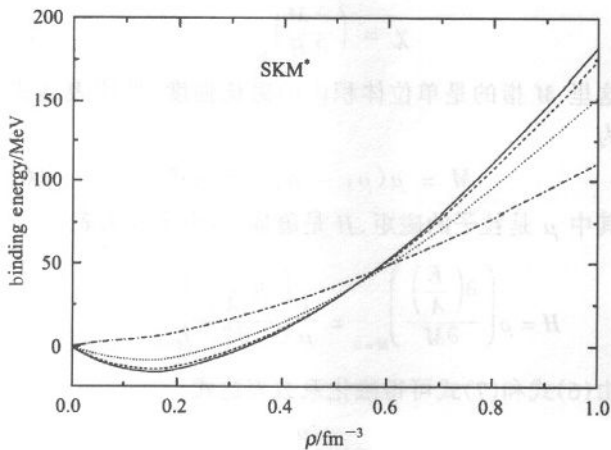


图 1 自旋极化的同位旋对称核物质的结合能随密度的变化关系

再来仔细分析一下图 1,当密度小于磁化位相转换点密度时,极化状态下的同位旋对称核物质比非极化状态下显示出更强的排斥性. 为了进一步说明这个问题,我们把动能和势能的贡献分开来考虑,如图 2(图示同图 1),其中上半部分是采用 4 种参数得到的动能贡献,下半部分是相应的势能贡献. 由此图可以看出,在整个密度空间,极化状态下的核物质比非极化状态下的核物质动能都大,这是由核子的费米特性所决定的. 由此可见,增加的结合能一部分来自于动能的增大;在密度不大的情况下,另一部分来自势能的增大. 对这一问题的理解,可以把自旋单态和三态分开来考虑,主要因为核物质在完全极化时,单态单粒子势能的贡献消失了,而这一贡献是呈现吸引的,所以相应地势能排斥性也就增强. 但是,在核物质被磁化后,能量就会降低,而动能在这个密度范围内始终是增大的,所以在磁化相变转换点以后引起势能较非极化状态下降低了许多,由此也可见势能对磁化相变转换点的形成起着十分重要的作用.

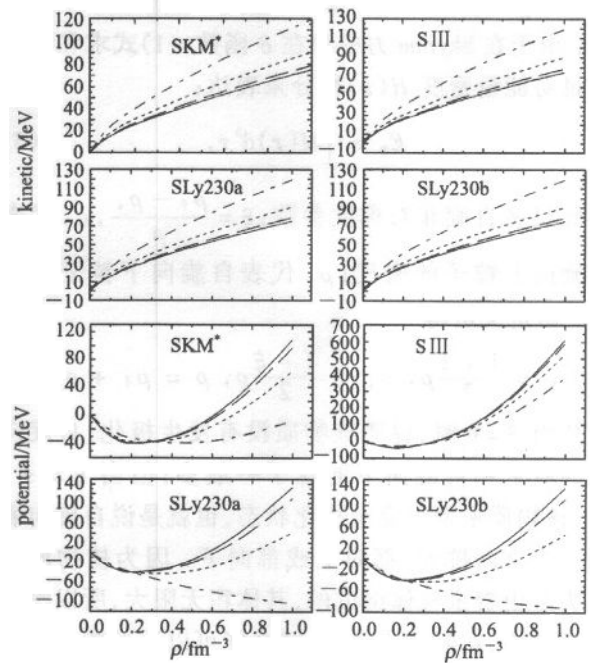


图 2 自旋极化的同位旋对称核物质的动能和势能的贡献

图 3 是有关纯中子物质的状态方程(图示同图 1). 图中也采用了以上 4 种相互作用参数,同样可以得到磁化相变转换点. 此外,类似同位旋对称核物质,又分别考虑了动能和势能对结合能的贡献,其中中子物质动能曲线和同位旋对称核物质的动能曲线大体相同,而势能却显示出更大的吸引特性.

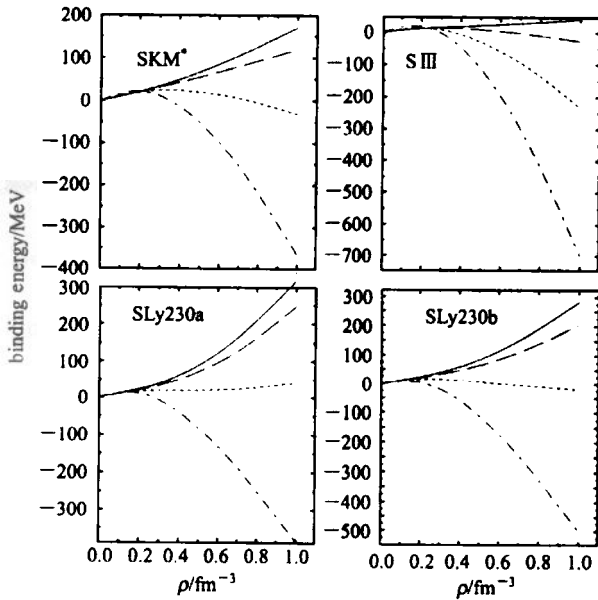


图 3 自旋极化的纯中子物质的结合能随密度的变化关系

图 4 表明同位旋对称核物质和纯中子物质的磁化系数 χ 和各自的自由费米气体磁化系数 χ_f 的比率 χ/χ_f 随密度的变化关系,其中实线、虚线、点线和点划线分别代表 SKM*, SIII, SLy230a 和 SLy230b 4 种

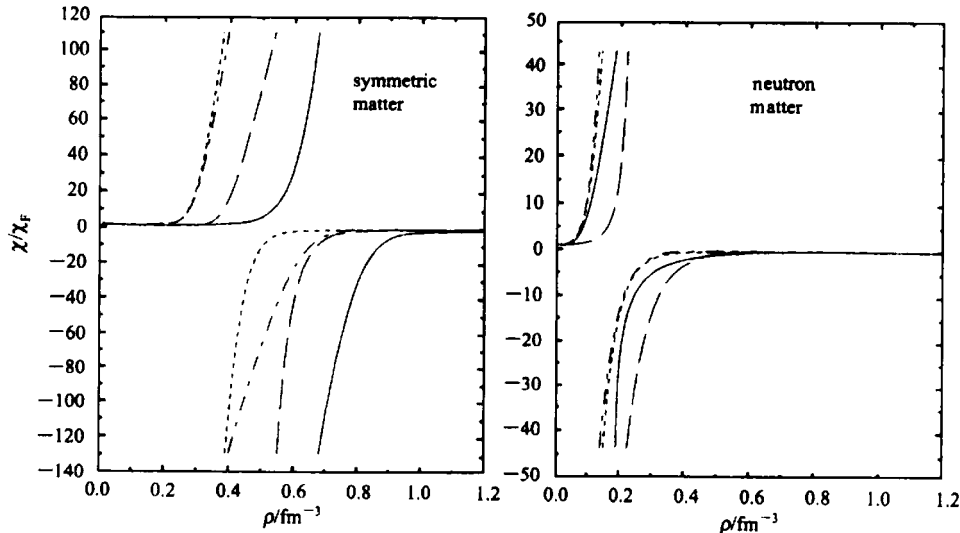


图 4 对称核物质和纯中子物质的磁化系数 χ 和各自的自由费米气体磁化系数 χ_f 的比率随密度的变化关系

本文主要研究的是比较简单的自旋极化的同位旋对称核物质和中子物质,但在天体物理中,比如最简单的中子星,内部并不是仅仅只存在中子,还有质子、电子等其他粒子^[15,16],这样就有必要来探讨自

参数. 由左图可见,随着密度的逐渐增大,这 4 种参数都出现了无限不连续点,也就是说在此处,比率 χ/χ_f 的数值符号发生了突然的改变,这标志着发生了磁化相变转变,同样右面的图形也是如此. 如果不发生相变转变的话,就不会出现无限不连续点,从而也进一步说明了在 Skyrme-Hartree-Fock 框架内,同位旋对称核物质和中子物质的确会产生磁化相变转换现象.

4 总结

应用 Skyrme 有效相互作用的 4 种参数 SKM*, SIII, SLy230a 和 SLy230b,探讨了自旋极化的同位旋对称核物质和中子物质的特性. 发现两种物质在极化后,都会出现磁化相变转换点,但是该点的位置根据所选择的参数的不同而不同. 计算了系统的磁化系数随密度的变化关系,由于无限不连续点的存在,造成磁化系数的变号,这一现象的出现,又一次证明同位旋对称核物质和中子物质的确会发生磁化相变转换.

旋-同位旋非对称的核物质的特性以及压强等一些性质,才会使工作做得更有意义,这一工作正在进行中.

参考文献 (References)

- 1 Gold T. *Nature*, 1968, **V218**:731
- 2 Brownell Jr D J, Callaway J. *Nuovo Cimento*, 1969, **B60**:169
- 3 Rice M J. *Phys. Lett.*, 1969, **A29**:637
- 4 Silverstein S D. *Phys. Rev. Lett.*, 1963, **V23**:139
- 5 Ostgaard E. *Nucl. Phys.*, 1970, **A154**:202
- 6 Pandharipande V R, Garde V K, Srivastava J V. *Phys. Lett.*, 1972, **B38**:485
- 7 Clark J W. *Phys. Rev. Lett.*, 1969, **V23**:1463
- 8 Pearson J M, Saunier G. *Phys. Rev. Lett.*, 1970, **V24**:325
- 9 Backmann S O, Kallman C G. *Phys. Lett.*, 1973, **B43**:263
- 10 Jackson A D, Krotscheck E, Meltzer D E et al. *Nucl. Phys.*, 1982, **A396**:125
- 11 Vidana I, Polls A, Ramos A. *Phys. Rev.*, 2002, **C65**:035804
- 12 Chabanat E, Bonche P, Haensel P et al. *Nucl. Phys.*, 1997, **A627**:710—746
- 13 GE Ling-Xiao, ZHUO Yi-Zhong, Norenberg W. *Nucl. Phys.*, 1986, **A459**:77
- 14 ZHUO Yi-Zhong, HAN Yin-Lu, WU Xi-Zhen. *Prog. Theor. Phys.*, 1998, **V79**:110
- 15 Prakash M, Bombaci I, Prakash M et al. *Phys. Rep.*, 1997, **V280**:1
- 16 Heiselberg H, Hjorth-Jensen M. *Phys. Rep.*, 2000, **V328**:237

Properties of Spin Polarized Isospin Symmetric Nuclear Matter and Neutron Matter

LI Zeng-Hua ZUO Wei LIU Jian-Ye GUO Wen-Jun

(Institute of Modern Physics, The Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China)

Abstract The properties of the spin polarized isospin symmetric nuclear matter and neutron matter as well as their equations of state are investigated by employing the Skyrme effective interaction with four sets of parameters SKM', SIII, SLy230a and SLy230b. Whichever Skyrme parameter is used, the ferromagnetic phase transitions are predicted in both the isospin symmetric nuclear matter and neutron matter. Above the critical density, the polarized matter becomes more stable than the unpolarized one. Consequently such a phase transition is one of the possible explanations of the strong magnetic field in neutron stars. In addition the magnetic susceptibility χ is also evaluated and the ratio χ/χ_F is obtained as a function of the density. The existence of an infinite discontinuity confirms the occurrence of a ferromagnetic phase transition once more.

Key words Skyrme effective interaction, spin polarization, nuclear matter, equation of state, magnetic susceptibility

Received 23 April 2002

* Supported by One Hundred Persons Project of The Chinese Academy of Sciences, Major State Basic Research Development Program(G2000077400), Major Subject of Chinese Academy of Sciences (KJ92-SW-N02), The Important Pre-research Project of the Ministry of Science and Technology (2002CCB00200) of China and The Key Project of National Natural Science Foundation of China (10235030)