

基于CT算法的束团横向相空间测量

杜应超¹⁾ 向导 黄文会 何小中 程诚 杜泰斌 唐传祥 林郁正

(清华大学工程物理系 北京 100084)

摘要 精确测量束团的发射度和横向相空间,在高亮度电子束的产生和应用中具有重要意义.传统测量方法在测量发射度时需要对束团在相空间内分布进行初始假设,且只能给出相椭圆的twiss参数;基于CT(computerized tomography)算法的束团横向相空间测量方法无需先验假设,能给出粒子在相空间内的真实分布,测量结果更为精确.介绍了基于CT算法的束团横向相空间测量的原理和初步实验结果,并与四极透镜扫描法测量的结果进行了比较.

关键词 CT 图像重建 横向相空间 发射度测量

1 引言

直线对撞机、第四代X射线光源和其他一些应用如汤姆逊散射X射线源等都需要高亮度的电子束.通常情况下要求一个电子束团电荷量约为1nC,束团横向归一化发射度为1—2mm-mrad,束团纵向长度小于1ps.目前这些电子束由光阴极微波电子枪产生,通过线性发射度补偿^[1, 2]获取最小的横向发射度,通过纵向压缩获得合适的束团长度.

高亮度电子束的产生、加速、输运和压缩过程中,很多因素会导致电子束团在相空间中的分布变得复杂,导致束团发射度的增长:如入射激光不同的横向和纵向分布产生的电子束将具有不同的相空间分布和初始发射度^[3];束团中的非线性空间电荷力会导致束团发射度增长,且采用螺线管补偿的方法无法使它所导致的影响消除;在束团压缩和偏转过程中,CSR(Coherent Synchrotron Radiation)效应会使束团在横向相空间中的分布变得十分复杂,导致发射度的增长^[4, 5].人们通过采用各种方法以期获得最小的电子束横向发射度,如激光的横向和纵向整形、空间电荷力的非线性补偿^[6, 7]、CSR效应的屏蔽等.而在这些研究中,必须详细了解电子束在相空间中的详细分布.

目前测量束团在相空间分布的方法主要有狭缝

法、胡椒罐法和四极透镜扫描法等.前两种方法只能在电子束能量较低的情况下使用.在能量较高的情况下,测量束团横向发射度一般采用四极透镜扫描法.四极透镜扫描法是通过测量不同聚焦参数下束团横向尺寸,利用最小二乘法来拟合束团横向参数矩阵,从而得到束团横向相椭圆参数和发射度.在这种方法中,先假设束团在横向相空间的分布为一个椭圆,如果实际束团在横向相空间的分布与椭圆分布有较大差别,其测量结果与实际值会有较大的偏差.

CT,即计算机断层扫描技术,是利用一维断层投影数据重建出二维断层图像的方法,广泛应用于医学、天文学、工业无损检测、地质勘探等领域.其基本思想是:获取一系列包含物体分布信息的投影,根据投影的信息对物体内部断层进行成像;投影定理和Radon变换给出了由一维投影数据重建二维断层图像的数学基础及基本实现方法^[8].近年来人们将该方法引入到加速器束流参数的测量中,如束流剖面测量^[9]和束团横向相空间的测量^[10—12].在横向相空间的测量中,它通过调整束流传输线上元件的参数使束团横向相空间进行不同的旋转和拉伸变换,测量在该变换下的电子束横向剖面即相空间在横向的投影,结合合适的CT重建算法就可重建出束团在相空间内的分布.由于在该测量方法无需对束团在相空间内的分布进行假设,因此能准确的给出束团横向发射度和粒子在相

2005 - 11 - 15 收稿

1) E-mail: dych97@mails.tsinghua.edu.cn

空间内的详细分布, 在高亮度电子束的产生和应用研究中将具有重要作用。

近年来, 清华大学加速器实验室对高亮度电子束的产生和应用进行了相关研究, 并正在建设基于光阴极微波电子枪的实验平台. 本文对基于CT方法测量束团相空间的方法进行了研究, 并且在现有的实验平台上进行了初步实验。

2 基于CT方法测量束团横向相空间原理

假设在 z 处束团 x 方向横向相空间分布为 $f(x, x'; z)$, 则束团在 x 方向上分布为

$$A(x; z) = \int dx' f(x, x'; z), \quad (1)$$

而该分布也可以通过在 z 处测量束流剖面分布得到. 设通过束流剖面成像装置如荧光靶测量得到的束流分布为 $I(x, y)$, 则有

$$A(x; z) = \int dy I(x, y), \quad (2)$$

式(2)即对应了束团相空间在某个旋转角度下的Radon投影. 如果能获得该相空间在不同旋转角度下的Radon投影, 则可以实现对该相空间的重建.

先考虑束流传输线对束团横向相空间的影响. 假设 z_0 处像空间分布为 $f(x_0, x'_0; z_0)$, z_0 到 z 的束流传输矩阵为 $\mathcal{R}(z)$, 有

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = \mathcal{R}(z) \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

将矩阵 $\mathcal{R}(z)$ 分解, 可以得到

$$\mathcal{R}(z) = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} = SR, \quad (4)$$

其中

$$S = \begin{pmatrix} \sqrt{R_{11}^2 + R_{12}^2} & 0 \\ \frac{\sqrt{(R_{11}^2 + R_{12}^2)(R_{21}^2 + R_{22}^2)} - 1}{\sqrt{R_{11}^2 + R_{12}^2}} & \frac{1}{\sqrt{R_{11}^2 + R_{12}^2}} \end{pmatrix},$$

$$R = \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix},$$

$$\phi = \arctan(R_{12}/R_{11}).$$

从式(4)可以看出, 束团经过传输段后, 可以看成对相空间先后作了两次变换: 首先对相空间进行旋转变换, 变换矩阵为 R , 旋转角度为 ϕ ; 其次对旋转后的

相空间进行拉伸变换, 变换矩阵为 S . 其中的旋转变换对应的即为普通CT中的平行投影方式, 实验中在 z 处测量得到的 $A(x; z)$ 是平行投影经过拉伸后得到的结果.

设相空间经过横向变换后在 x 方向的投影为 $A_R(l_s)$, 由Liouville定理, 可以推出:

$$A_R(l_s) = \sqrt{R_{11}^2 + R_{12}^2} A\left(x/\sqrt{R_{11}^2 + R_{12}^2}; z\right), \quad (5)$$

即将 $A(x; z)$ 横坐标变为原来的 $1/\sqrt{R_{11}^2 + R_{12}^2}$, 将其幅值变为原来的 $\sqrt{R_{11}^2 + R_{12}^2}$ 倍.

这样, 通过采集在 z 处测量束团剖面得到的 $A(x; z)$, 可以求出在 z_0 处相空间 $f(x_0, x'_0; z_0)$ 旋转角度 ϕ 后的投影 $A_R(l_s)$, 旋转角度由 ϕ 由 z_0 到 z 之间的传输矩阵 $\mathcal{R}(z)$ 决定. 通过改变束流传输矩阵的参数(如四极透镜聚焦参数 f , 漂移节长度等)测量对应的束团剖面, 可以获得不同旋转角度 $\phi(f)$ 所对应的 $A_R(l_s; \phi)$, 利用CT方法即可重建出束团在 z_0 处相空间内的分布.

由于基于CT算法测量束团横向相空间的方法不需要假设束流在相空间内的初始分布, 因此可以用该方法来准确测量出由各种因素如非线性空间电荷力、CSR效应等引起的束流复杂相空间分布. 而传统的四极透镜扫描法只能测量出束团相椭圆的参数. 值得注意的是, 在基于CT算法测量束团横向相空间的推导过程中对束流传输采用线性矩阵来表述, 因此要求在测量段之间束流的运动是线性的. 在束流测量实验中, 用于对相空间旋转的束流传输元件通常为四极透镜和漂移段, 这个要求基本都能被满足.

3 测量方法的模拟分析

理论上, 用CT重建方法可以不失真地将物体重建出来, 但是由于旋转角度间隔 $\Delta\theta$ 不可能太小, 同时实验中采用四极透镜实现对横向相空间的旋转, 在这过程中不可避免地存在一定的Radon变换的角度空档^[11]. 这些因素的存在, 可能会导致重建图像的精度下降, 甚至会导致重建的图像严重失真. 对此建立了一个与束流相空间形状类似的较复杂的椭圆模型, 在不同参数下对其进行了数值模拟, 用以分析各参数对重建图像质量的影响. 重建过程中采用的CT算法是同时代数重建算法(simultaneous algebraic reconstruction technique, SART).

用于模拟重建的模型如图1(a)所示, 其主要特征为: 相互嵌套的具有不同初值3个椭圆(环), 初值分布分别为1, 2, 1. 不同旋转步进角度和不同旋转角度范

围重建结果分别取 $0-\pi$, $0-3\pi/4$, $0-\pi/2$, $0-\pi/4$.

重建结果如图1(b), (c), (d)和图2所示. 从图中可以看出, 旋转步进对重建图像的影响相对较小, 在步进角度小于 $\pi/10$ 以后, 对束空间的重建就没有明显的影响了. 而旋转角度范围的不同对重建结果有很大的影响, 旋转覆盖的角度越小, 图像失真越严重, 这是由于CT重建过程中在投影方向上不具备空间分辨率所导致的.

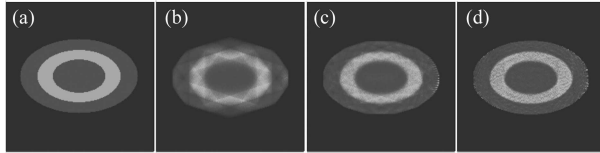


图1 投影角度 $0-\pi$, 不同旋转步进角度重建结果
(a) 重建模型; (b), (c), (d) 分别为步进角度为 $\pi/5$, $\pi/10$, $\pi/25$ 时重建结果.

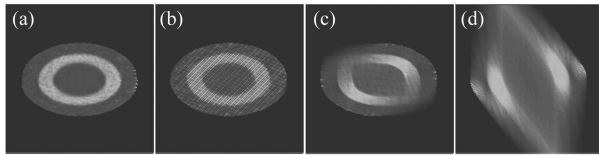


图2 不同旋转投影角度范围的重建情况, 分别为
 π , 0.75π , 0.5π , 0.25π

模拟实验过程中, 发现对于在相空间内分布范围狭长的情况, 如果选择合适的投影角度, 在旋转角度较小的情况下也能获得比较好的重建图像. 如图3所示, 重建图像失真部分主要集中在分布变换比较剧烈的位置.

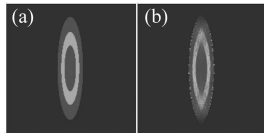


图3 (a) 物体模型; (b) 投影角度 $-0.125\pi-0.125\pi$ 时重建出来的图像

4 初步实验

在实验室实验平台上, 用该方法测量了16MeV电子束发射度与横向相空间分布, 并与四极透镜扫描法测量的结果进行了对比.

实验装置如图2所示, 电子束由16MeV返波行波直线加速器产生和加速, 宏脉冲长度为 $4\mu\text{s}$, 能量为16.1MeV, 在加速器出口用 $50\mu\text{m}$ 厚钛窗引出到真空度较低的束流传输段. 传输段用4个四极透镜将电子束进行聚焦到作用室中心附近, 在距离最后一个透镜出口23cm的作用室中心位置放置一个OTR转换靶,

通过CCD对电子束产生的渡越辐射光进行成像可以获得电子束的束斑, 采集到的数据传输到计算机内进行采集和离线处理.

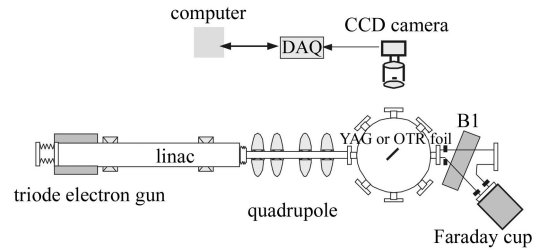


图4 发射度测量实验平台示意图

在实验中, 通过调整最后一个四极透镜聚焦电流, 可以实现对 x 方向横向相空间不同角度的旋转. 在初步实验平台上, 由于四极铁布局 and 电子束初始参数的原因, 调整四极透镜时, 在束斑测量屏上只能测量到电子束横向相空间的旋转角度在 0.61π 到 0.93π 时的束斑, 存在较大的角度空档. 实验中共采集了10组不同四极透镜聚焦电流下电子束束斑用于束团横向相空间测量.

为了判断用CT方法重建出来的相空间的正确性, 先对实验中的情况进行了数值模拟计算. 计算中采用传统四极透镜法计算出来的 z_0 处相空间分布(图5(a)所示)作为束团在 z_0 处的分布, 在与实验中相同的旋转角度范围内, 选取10个不同角度下的投影对相空间进行重建, 重建结果如图5(b)所示. 可以看出, 在这种情况下, 即使存在较大的角度空档, 用CT方法重建出来的相空间分布也具有较高的准确性.

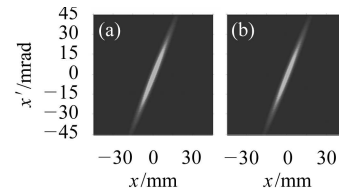


图5 (a) 四极透镜扫描法测量得到的相空间分布;
(b) 以(a)为模型, 根据实验参数数值模拟重建的结果

图6为利用CT方法重建后得到的在最后一个四极透镜入口 x 方向横向相空间分布, 颜色深浅反映了相空间中粒子分布的相对密度差别, 重建图像大小为 $90\text{mm}\times 90\text{mrad}$. 根据重建得到的相空间分布, 计算得到其非归一化RMS发射度为 $12.0\text{mm}\cdot\text{mrad}$. 利用传统的四极透镜扫描方法测量得到的相椭圆分布如图5(a)所示, 计算得到束团水平方向非归一化RMS发射度为 $13.5\text{mm}\cdot\text{mrad}$. 用CT方法重建出来的横向相空间与用四极透镜扫描法测量得到的结果吻合很好.

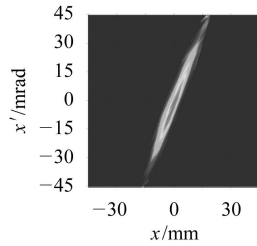


图6 通过CT重建方法测量的横向相空间分布

5 总结

由模拟计算和实验结果可以看出, 采用CT方法

可以对束团的横向相空间进行准确的测量. 由于该方法不需要假设电子束在相空间内的初始分布, 它比传统的四极透镜扫描法有着更高的测量精度. 此外, 该方法经过改进也可以用于束团纵向相空间分布的测量. 清华大学加速器实验室正在进行基于光阴极微波电子枪的高亮度电子束平台的建设, 基于CT算法的束团相空间分布测量方法将作为其中的束流测量方法之一, 并根据初步实验中存在的不完善的地方加以改进. 有理由相信, 基于CT算法测量束团相空间分布的方法将在其束流诊断和测量方面发挥着重要作用.

参考文献(References)

- 1 Carlsten B E. Nucl. Instr. Methods Phys. Res., Sect. 1989, **A285**: 313—319
- 2 QIU X, Batchelor K, Ben-Zvi I et al. Physical Review Letters, 1996, **76**(20): 3723—3726
- 3 Yakimenko V, Babzien M, Ben-Zvi I et al. Physical Review Special Topic-Accelerators and Beams, 2003, **6**: 122801
- 4 Braun H, Chautard F, Corsini R et al. Physical Review Letters, 2000, **84**(4): 658—661
- 5 Anderson S G, Rosenweig J B, Musumeci P et al. Physical Review Letters, 2003, **91**(7): 047803
- 6 Gallardo Juan C, Robert B. Palmer. IEEE Journal of Quantum Electronics, 1990, **26**(8): 1328—1331
- 7 Hanerfeld H, Herrmannsfeldt W, Miller R H. SLAC-PUB-4916
- 8 Kak A C, Sianey M. Principles of Computerized Tomographic Imaging. Electronic Copy, 1999
- 9 YU Neng-Jie, TANG Chuan-Xiang, ZHENG Shu-Xin et al. HEP & NP, 2005, **29**(4): 408—412(in Chinese)
(俞能杰, 唐传祥, 郑曙新等. 高能物理与核物理, 2005, **29**(4): 408—412)
- 10 McKee C B, O'Shea P G, Madey J M. J Nucl. Instr. & Methods. in Phys Res., 1995, **A358**: 264—267
- 11 SHI Yi-Jin. High Power Laser and Particle Beams, 2000, **12**(2): 231—234 (in Chinese)
(施义晋. 强激光与粒子束, 2000, **12**(2): 231—234)
- 12 GU An-Jia, DING Yuan-Tao, ZHAO Kui et al. HEP & NP, 2003, **27**(5): 455—459 (in Chinese)
(谷安佳, 丁源涛, 赵夔等. 高能物理与核物理, 2003, **27**(5): 455—459)

Transverse Phase Space Measurement Based on Computerized Tomography

DU Ying-Chao¹⁾ XIANG Dao HUANG Wen-Hui HE Xiao-Zhong CHENG Cheng
DU Tai-Bin TANG Chuan-Xiang LIN Yu-Zheng

(Department of Engineering Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract Precise measurements of emittance and transverse phase space are essential to generation and applications of high brightness electron beams. Compared to the quadrupole-scanning technique which treats the phase space distributions as ellipses and only measure the sigma matrices that define the ellipses, the measurement of transverse phase space based on CT(computerized tomography) measures the actual phase space distributions while making no a priori assumptions about the distributions. This process is capable of reconstructing transverse phase space distributions that are not elliptical. The theories of CT based measurements are studied. The preliminary experiment result is presented which is in good agreement with that obtained from quadruple scanning.

Key words computerized tomography, image reconstruction, transverse phase space, emittance measurement

Received 15 November 2005

1) E-mail: dych97@mails.tsinghua.edu.cn