

# 束团磁压缩的高阶限制\*

朱雄伟<sup>1)</sup>

(中国科学院高能物理研究所 北京 100049)

**摘要** 研究了束团压缩中的高阶效应, 结果表明存在高阶项的压缩限制, 压缩后束团的长度比线性理论值长, 初始为均匀分布的束团较高斯分布更易压缩, 在相同的加速段与磁压缩器条件下, 其所获得的束团长度较短, 最后作了数值计算, 结果与理论相符.

**关键词** 束团压缩 纵向相空间 束流动力学

## 1 引言

束团压缩技术广泛应用在直线对撞机与自由电子激光装置<sup>[1]</sup>中, 通过束团压缩获得高峰值电流的短束团. 压缩通常采用磁压缩技术, 压缩由加速段与磁压缩器所构成, 在加速段, 加速相位不处于峰值加速相位, 因而束团经过加速段时会产生依赖于束团位置的相干能散, 而能量不同的粒子经过磁压缩器时会产生路程差, 从而束团得到压缩. 在线性理论中, 位置、能散的依赖关系分别为

$$z = z_0 + R_{56}\delta, \quad (1)$$

$$\delta = \delta_0 + az_0, \quad (2)$$

式中  $R_{56}$  为一阶动量压缩因子,  $\delta$  为相对能散,  $z, z_0$  分别为压缩后与压缩前束团中粒子相对中心粒子的位置,  $a$  为一阶能散位置相关因子. 假定无关的初始束团分布  $\langle z\delta \rangle = 0, \langle \dots \rangle$  为对束团的平均, 压缩前后束团长度的关系为

$$\sigma_z = \sqrt{(1 + aR_{56})^2\sigma_{z_0}^2 + R_{56}^2\sigma_{\delta_0}^2} \approx |1 + aR_{56}|\sigma_{z_0}, \quad (3)$$

$$\sigma_\delta = \sqrt{a^2\sigma_{z_0}^2 + \sigma_{\delta_0}^2} \approx |a|\sigma_{z_0}. \quad (4)$$

## 2 高阶限制

考虑加速和压缩的二阶效应, 位置、能散的依赖

关系分别为

$$z = z_0 + R_{56}\delta + T_{566}\delta^2, \quad (5)$$

$$\delta = \delta_0 + az_0 + bz_0^2, \quad (6)$$

(5) 式代表磁压缩器中路程差与能散的关系, (6) 式代表加速过程中能散差对位置的依赖关系, 式中  $T_{566}$  为二阶动量压缩因子, 通常有  $T_{566} = -\frac{3}{2}R_{56}$ ,  $b$  为二阶能散位置相关因子, 则有

$$\begin{aligned} \langle z^2 \rangle = & (1 + aR_{56})^2 \langle z_0^2 \rangle + (bR_{56} + a^2T_{566})^2 + \\ & 4ab(1 + aR_{56})T_{566} \langle z_0^4 \rangle + (4a^2b^2T_{566}^2 + \\ & 2b^2T_{566}(bR_{56} + a^2T_{566})) \langle z_0^6 \rangle + b^4T_{566}^2 \langle z_0^8 \rangle, \quad (7) \end{aligned}$$

(7) 式约去了  $\delta_0$  小量, 对于任意高斯分布的变量  $x, \langle x^4 \rangle = 3\langle x^2 \rangle^2, \langle x^6 \rangle = 15\langle x^2 \rangle^3, \langle x^8 \rangle = 105\langle x^2 \rangle^4$ , 故初始分布为高斯分布时压缩后束团长度平方为

$$\begin{aligned} \sigma_z^2 = & (1 + aR_{56})^2\sigma_{z_0}^2 + 3((b - 3a^2/2)^2R_{56}^2 - \\ & 6ab(1 + aR_{56})R_{56})\sigma_{z_0}^4 + 15\left(9a^2b^2R_{56}^2 - \right. \\ & \left. 3b^2R_{56}^2\left(b - \frac{3a^2}{2}\right)\right)\sigma_{z_0}^6 + \frac{945}{4}b^4R_{56}^2\sigma_{z_0}^8, \quad (8) \end{aligned}$$

对于任意均匀分布的变量  $x, \langle x^4 \rangle = \frac{9}{5}\langle x^2 \rangle^2, \langle x^6 \rangle = \frac{27}{7}\langle x^2 \rangle^2, \langle x^8 \rangle = 9\langle x^2 \rangle^4$ , 故初始分布为均匀分布时压

2006 - 03 - 20 收稿

\* 国家自然科学基金(10575114)资助

1) E-mail: zhuxw@mail.ihep.ac.cn

缩后束团长度平方为

$$\sigma_z^2 = (1 + aR_{56})^2 \sigma_{z_0}^2 + \frac{9}{5} \left( \left( b - \frac{3a^2}{2} \right)^2 R_{56}^2 - 6ab(1 + aR_{56})R_{56} \right) \sigma_{z_0}^4 + \frac{27}{7} \left( 9a^2 b^2 R_{56}^2 - 3b^2 R_{56}^2 \left( b - \frac{3a^2}{2} \right) \right) \sigma_{z_0}^6 + \frac{81}{4} b^4 R_{56}^2 \sigma_{z_0}^8, \quad (9)$$

(8), (9) 式精确到二阶, 忽略更高阶项为

$$\sigma_z^2 = (1 + aR_{56})^2 \sigma_{z_0}^2 + 3 \left( \left( b - \frac{3a^2}{2} \right)^2 R_{56}^2 - 6ab(1 + aR_{56})R_{56} \right) \sigma_{z_0}^4, \quad (10)$$

$$\sigma_z^2 = (1 + aR_{56})^2 \sigma_{z_0}^2 + \frac{9}{5} \left( \left( b - \frac{3a^2}{2} \right)^2 R_{56}^2 - 6ab(1 + aR_{56})R_{56} \right) \sigma_{z_0}^4. \quad (11)$$

从 (3), (10), (11) 式可以看出, 当在线性理论中, 压缩最强烈时有  $1 + aR_{56} = 0$ . 存在高阶项的压缩限制, 导致达不到所需的压缩效果, 压缩后束团的长度比线性理论值长, 初始为均匀分布的束团较高斯分布更易压缩, 在相同的加速段与磁压缩器条件下, 其所获得的束团长度较短.

### 3 数值结果

国际直线对撞机(ILC)很大可能采用在自由电子激光装置中发展的二级束团压缩技术, 简单设计了一个第一级束团压缩器 BC1, 加速器参数与磁压缩器参数见图 1, 进而比较初始分布分别为均匀分布、高斯分布时的压缩情况. 从 Damping ring 出来的束团参数为: 能量 5GeV、归一化水平发射度为 8mm·mrad、归一化垂直发射度为 0.02mm·mrad、束团长度 6mm、能散 0.13%, 用 LITRACK<sup>[2]</sup> 作了比较计算. 图 2、图 3

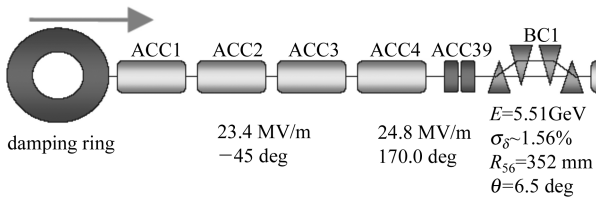


图 1 LC 第一级束团压缩器

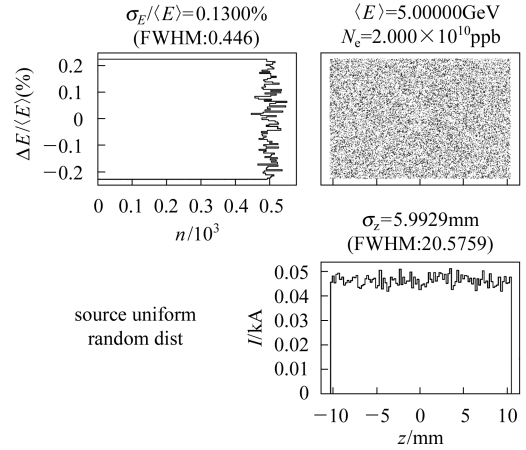


图 2 均匀分布(压缩前)

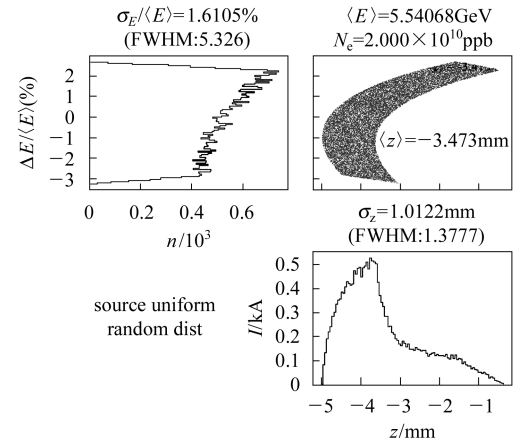


图 3 均匀分布(压缩后)

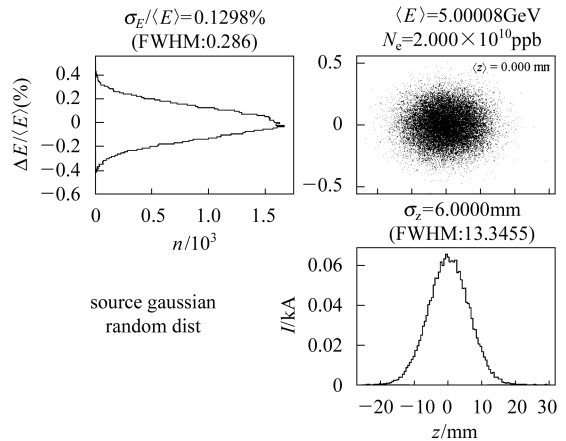


图 4 高斯分布(压缩前)

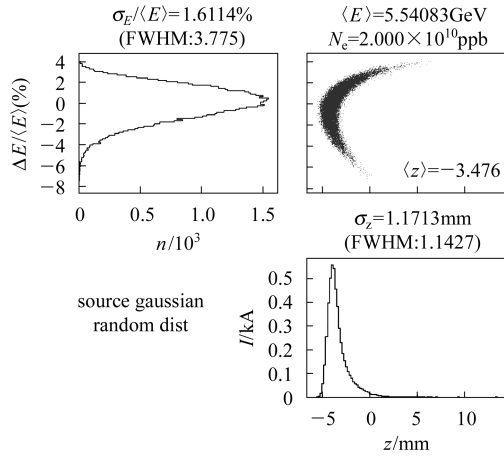


图 5 高斯分布(压缩后)

为均匀分布情形, 图4、图5为高斯分布情形, 在相同加速器与压缩器条件下, 均匀分布从6mm压缩到1.01mm, 而高斯分布从6压缩到1.17mm, 这与解析结果是一致的.

## 4 结论

在磁压缩器中存在高阶项的压缩限制, 导致达不到所需的压缩效果, 压缩后束团的长度比线性理论值长, 初始为均匀分布的束团较高斯分布更易压缩, 在相同的加速段与磁压缩器条件下, 其所获得的束团长度较短.

## 参考文献(References)

- 1 Linac Coherent Light Source Conceptual Design Report: SLAC-R-593. 2002
- 2 Bane K, Emma P. PAC. 2005, 4266

# High Order Limit in Bunch Compressor\*

ZHU Xiong-Wei<sup>1)</sup>

(Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract** This paper studies the high order effect in bunch compressing. There exists the limit of high order effect which is from RF accelerating field and bunch compressor, the bunch length obtained from high order theory is longer than that from linear theory, the initial uniform distribution bunch is easier to compress than the initial Gaussian distribution. Finally, a numerical simulation has been carried out, and the results agree with the theory well.

**Key words** bunch compressing, longitudinal phase space, beam dynamics

Received 20 March 2006

\* Supported by NSFC (10575114)

1) E-mail: zhuxw@mail.ihep.ac.cn